

ТЕХНИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

А. Я. СОЧНЕВ

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ МАГНИТНЫХ
СИСТЕМ С ПОСТОЯННЫМИ МАГНИТАМИ**

(Представлено академиком С. И. Вавиловым 30 X 1950)

Число параметров, подлежащих определению при конструировании и расчете любой магнитной системы, превышает число связывающих их соотношений. Это позволяет ставить всегда задачу расчета как экстремальную задачу, т. е. учитывать при определении параметров рассчитываемой магнитной системы не только технические условия, которым должна удовлетворять система, но также условия оптимума.

Обычно при расчете задается напряженность магнитного поля, которая должна быть обеспечена в заданном рабочем пространстве. Условием оптимума при такой постановке задачи является, очевидно, минимум веса магнита, так как магнит является единственно дорогой частью магнитной системы. В некоторых случаях при расчете ставится задача получения в заданном рабочем пространстве максимальной напряженности магнитного поля (при некоторых ограничивающих условиях, например, при заданном весе магнита, или заданных габаритах магнитной системы), следовательно, условием оптимума может быть также максимум напряженности магнитного поля в рабочем пространстве.

Однако за условие оптимума принимается обычно ⁽¹⁾ во всех случаях максимум энергии, развиваемой магнитом, что принципиально нельзя считать правильным, так как не вся энергия, развиваемая магнитом, используется по прямому назначению, в рабочем пространстве магнитной системы, часть энергии теряется бесполезно в виде магнитного потока рассеяния. Естественным, что, как было показано автором ⁽²⁾ еще в 1940 г., условие максимума энергии приводит к минимуму веса магнита лишь в тех редких случаях, когда магнитный поток рассеяния пренебрежимо мал. Лишь в этих случаях оно может приводить, очевидно, и к максимуму напряженности магнитного поля в рабочем пространстве.

Следует отметить, кроме того, что условие максимума энергии вносит полную определенность в задачу расчета магнитной системы лишь тогда, когда система вполне определяется длиной и площадью сечения магнита (и то лишь при условии, что напряженность магнитного поля в рабочем пространстве задается); при большем же числе параметров магнитной системы это условие оставляет задачу не вполне определенной. Поэтому часть параметров обычно задается при расчете произвольно.

В настоящей статье дается общий метод расчета магнитных систем с постоянными магнитами, позволяющий определять оптимальные значения всех параметров магнитных систем как при условии минимума

веса магнита, так и при условии максимума напряженности магнитного поля в рабочем пространстве.

Теоретические предпосылки. Основными соотношениями, лежащими в основе расчета магнитных систем с постоянными магнитами, являются, как известно, следующие:

$$F = lH_d; \quad (1)$$

$$\Phi = SB_d; \quad (2)$$

$$\Phi = GF, \quad (3)$$

где l — длина и S — площадь сечения магнита, остальные же соотношения стандартные. Кроме соотношений (1) — (3) имеется еще одно соотношение между B_d и H_d — это кривая размагничивания материала, из которого сделан магнит,

$$B_d = f(H_d), \quad (4)$$

задаваемая обычно графически.

Магнитная проводимость G является в общем случае функцией параметров магнита l и S , также некоторого числа n других параметров магнитной системы (арматуры магнита) p_1, p_2, \dots, p_n , т. е.

$$G = \varphi(l, S, p_1, p_2, \dots, p_n). \quad (5)$$

Будем считать в дальнейшем изложении, что все параметры, входящие в выражение (5), независимы друг от друга, т. е., что если параметры магнитной системы связаны между собой некоторыми соотношениями, то в (5) оставлены лишь параметры, принятые за независимые, остальные же заменены их выражениями через независимые параметры, вытекающие из заданных соотношений.

Система соотношений (1) — (5) является полной системой, так как при заданных геометрических параметрах магнитной системы (и заданной магнитной характеристике железа магнитопровода) она однозначно определяет магнитную характеристику магнитной системы. Однако при расчетах магнитных систем, когда задаются лишь параметры, характеризующие рабочее пространство, например, длина и площадь сечения межполюсного зазора, прочие же параметры подлежат определению, число неизвестных в системе соотношений (1) — (5) превышает число этих соотношений даже в простейшем случае, когда магнитная система вполне характеризуется параметрами магнита l и S .

Отметим некоторые производные соотношения, вытекающие из приведенной выше системы соотношений. Исключив из соотношений (2) и (3) величину магнитного потока Φ , будем иметь вместо двух соотношений одно соотношение

$$SB_d = GF. \quad (2a)$$

Подставив из (1) в (2), (3) выражение для магнитодвижущей силы F , получим:

$$SB_d = GlH_d. \quad (26)$$

Так как сечение магнитопровода магнитной системы делается обычно достаточно большим, чтобы доля магнитодвижущей силы, затрачиваемая на преодоление магнитного сопротивления магнитопро-

вода, была малой в сравнении с полезной частью магнитодвижущей силы, то в дальнейшем изложении будем считать, что задание напряженности магнитного поля в рабочем пространстве вполне определяет полную величину магнитодвижущей силы F , которую должен развивать магнит, и что максимуму напряженности поля соответствует максимум F .

Определение оптимальных параметров при заданной напряженности поля в рабочем пространстве. Так как условием оптимума является в рассматриваемом случае минимум веса магнита, а последний пропорционален его объему, то задача заключается в разыскании условий минимума объема магнита, т. е. произведения lS , при связывающих параметры l и S соотношениях (1), (2а) (4) и (5) и в предположении, что F — постоянная. Решение этой задачи обычным методом определения относительных максимумов и минимумов весьма затруднительно — в особенности, учитывая, что одно из соотношений, а именно кривая размагничивания (4), задается обычно графически. Поэтому автором рекомендуется метод просчета и сравнения нескольких вариантов при различных задаваемых значениях H_d .

Разыскание минимума произведения lS при заданном значении H_d не составляет большого труда. Зная H_d из (1) и (4), можно сразу же определить l и B_d . Таким образом, при постоянном l задача сводится к нахождению минимума S при соотношениях (2а) и (5). Соотношение (2а) можно рассматривать при этом как выражение функциональной зависимости S от параметров p_1, p_2, \dots, p_n . Определив из (2а) производные от S по этим параметрам и приравняв их нулю, получим n уравнений:

$$\frac{\partial G}{\partial p_1} = 0; \frac{\partial G}{\partial p_2} = 0; \dots, \frac{\partial G}{\partial p_n} = 0, \quad (6)$$

которые совместно с (2а) однозначно определяют как искомое минимальное значение S , так и все остальные параметры. (В тех случаях, когда магнитная система вполне характеризуется параметрами l и S , уравнения (6) отпадают и значение S определяется просто из (2а).

Вычислив из полученной системы уравнений значение S при нескольких значениях H_d и сопоставив соответствующие значения произведения lS , мы сразу выявляем оптимальный вариант, при котором это произведение получается минимальным, и соответствующие значения параметров l и S ; остальные параметры находятся в результате решения при этом варианте системы уравнений (2а) и (6) относительно всех неизвестных.

Как видно из изложенного, при любом сколь-нибудь большом числе параметров магнитной системы просчет трех-четырёх вариантов позволяет определить оптимальные значения всех параметров магнитной системы. При просчете первого варианта целесообразно исходить из значения H_d , соответствующего максимуму энергии, т. е. произведения $H_d B_d$, и определяемого непосредственно из кривой размагничивания (4). Так как магнитный поток рассеяния обычно уменьшается с уменьшением l , т. е. с увеличением H_d , то дальше следует идти по пути увеличения значений H_d .

В тех случаях, когда S лимитируется конструктивными условиями, что имеет место, например, в случае многополюсных магнитных систем, можно установить также верхнюю границу области варьирования H_d . Для этого достаточно подставить в систему уравнений (2а) и (6) максимальное возможное значение S и определить из нее значение l . Соответствующее значение H_d , вытекающее из (1), и будет максимальным возможным значением.

Определение параметров, обеспечивающих максимальную напряженность поля в рабочем пространстве. Так как максимальная напряженность поля в рабочем пространстве получается при максимальной магнитодвижущей силе F , то задача заключается в разыскании условий максимума F , определяемой согласно (1), при соотношениях (26), (4) и (5). Принятый при решении предыдущей задачи путь просчета вариантов при заданных значениях H_d быстро приводит к цели и в данном случае.

При заданном значении H_d максимуму F соответствует максимум l . Следовательно, при просчете каждого варианта задача сводится к нахождению максимума l при соотношениях (26) и (5). Рассматривая соотношение (26) как выражение функциональной зависимости l от S и других параметров магнитной системы и приравняв нулю производные от l по этим параметрам, определенные из (26), получим те же уравнения (6), с которыми мы имели дело выше, и, кроме того, еще одно уравнение:

$$\frac{\partial G}{\partial S} = \frac{G}{S}. \quad (7)$$

Совместно с (26) эти уравнения однозначно определяют искомое максимальное значение l и все другие параметры. (Если же магнитная система вполне характеризуется параметрами l и S , то l определяется просто из системы уравнений (26) и (7)).

Определив для каждого варианта величину F , т. е. составив, согласно (1), произведения lH_d , и выявив оптимальный вариант, мы можем найти из системы уравнений (26), (6) и (7), подставив в нее оптимальное значение l , оптимальные значения всех остальных параметров магнитной системы. Сказанное ранее относительно области варьирования H_d при просчете вариантов распространяется и на рассматриваемый случай.

Следует отметить, что задача определения оптимальных параметров, обеспечивающих максимальную напряженность магнитного поля в рабочем пространстве, имеет смысл лишь при некоторых ограничивающих условиях, например, при задании веса магнита, или веса магнитной системы в целом, или же, наконец, при задании габаритов системы, так как без этих условий напряженность поля в рабочем пространстве, очевидно, тем больше, чем больше l и S . Указанные ограничивающие условия, приводящие к некоторым соотношениям между параметрами магнитной системы, учитываются при составлении выражения (5), в котором, как уже отмечалось, все параметры должны быть независимыми.

Научно-исследовательский институт
промышленного применения токов высокой частоты
Ленинград

Поступило
22 VIII 1950

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ А. С. Кантер, Постоянные магниты, М.—Л., 1938. ² А. Я. Сочнев, Научно-информационный бюллетень Механобра, №1 (1941).