

ГИДРОГЕОЛОГИЯ

Н. К. ГИРИНСКИЙ

**К ТЕОРИИ ФИЛЬТРАЦИИ В ПОДЗЕМНЫЕ ВЫРАБОТКИ  
В УСЛОВИЯХ ВЗАИМОСВЯЗИ ПОДЗЕМНЫХ ВОД  
НЕСКОЛЬКИХ ПЛАСТОВ**

*(Представлено академиком Д. С. Белянкиным 16 IX 1950)*

Гидрогеология ряда наиболее тяжелых для освоения участков важнейших месторождений полезных ископаемых СССР характеризуется следующими основными условиями: 1) полезное ископаемое залегает в водоносной толще (см. рис. 1), состоящей из горизонтальных чередующихся водопроницаемых (пески, сильно трещиноватые породы и т. д.) и слабо водопроницаемых (суглинки, песчаные глины и т. д.) пластов, покоящихся на нетрещиноватом кристаллическом фундаменте или на мощной толще хорошо водоупорных глин, и находится в контакте с нижним или средним водопроницаемым пластом толщи; 2) в верхнем пласте подземной воды толщи имеют свободную поверхность и 3) глубина залегания полезного ископаемого под естественным уровнем подземных вод значительно больше амплитуды колебания указанного уровня и возможного его понижения при эксплуатации месторождения (вторая часть последнего условия удовлетворяется в том случае, когда в районе залегания полезного ископаемого имеется река или ручей, водами которого могут подпитываться подземные воды при понижении их уровня). Эти участки месторождений, как трудно осваиваемые из-за обводненности, требуют особого к себе внимания со стороны гидрогеологов и гидравликов.

Исследование притока воды в подземные выработки в указанных условиях представляет сложную задачу, которая в настоящее время может быть решена комплексным методом, заключающимся в том, что методами гидравлики решается задача о притоке воды в круглую в плане совершенную выработку (под совершенной выработкой понимается выработка, полностью прорезающая водопроницаемый пласт), переход же от круглой в плане совершенной выработки к выработке несовершенной, в плане отличающейся от круглой, выполняется инженерными приемами\*.

Решение гидравлической части этой задачи облегчается тем, что: 1) в силу третьего из изложенных выше условий уровень подземных вод в верхнем пласте толщи можно считать постоянным и горизонтальным и 2) по опытным данным<sup>(1)</sup>, согласующимся с данными анализа полевых материалов<sup>(4)</sup>, в рассматриваемых условиях можно принять упрощенную схему фильтрации, сущность которой заключается в следующем: в водопроницаемых пластах пренебрегают

\* Применительно к толще из трех пластов указанные инженерные приемы и учет частичного осушения породы (замечание о котором высказано ниже) рассмотрены в работе<sup>(3)</sup>.

вертикальной составляющей скорости фильтрации, а в слабо водопроницаемых пластах, залегающих между водопроницаемыми, — составляющей скорости фильтрации в горизонтальной плоскости.

В настоящем сообщении нами рассматривается установившаяся фильтрация в толще, залегающей за контуром выработки в плане\*, при следующих условиях: 1) выработка совершенная круглая в плане, 2) толща, описанного выше типа, симметрична относительно оси выработки, 3) мощность полезного ископаемого (как это обычно имеет место при подземных выработках) значительно меньше мощности всей толщи.

Рассматриваемый фильтрационный поток, очевидно, симметричен относительно оси выработки. При исследовании его, в силу последнего из оговоренных условий, можно не учитывать частичного осушения породы вблизи выработки.

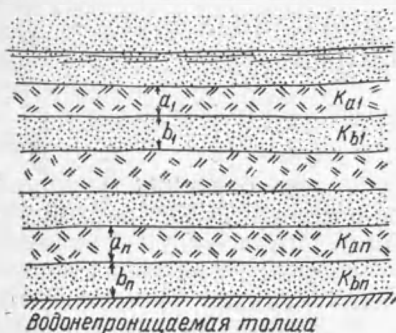


Рис. 1

Разобьем толщу, через которую фильтрует рассматриваемый поток, цилиндрическими поверхностями, имеющими общую ось с выработкой, на такие участки, чтобы в пределах их мощности и коэффициенты фильтрации каждого из пластов можно было бы считать постоянными. Эти поверхности (при принятой схеме фильтрации) в пределах водопроницаемых пластов следует считать поверхностями равного напора, а в пределах слабо

водопроницаемых пластов (заключенных между водопроницаемыми) — поверхностями тока.

Исследуем фильтрацию в выделенных таким образом участках.

Вырежем в водоносной толще призму с основанием  $dx \times dy$  и высотой от подошвы верхнего водопроницаемого пласта до подошвы нижнего водопроницаемого пласта (см. рис. 1). Составляя уравнения неразрывности последовательно для двух нижних пластов, для четырех нижних и т. д. включительно до верхнего слабо водопроницаемого пласта, получаем:

$$\begin{aligned} \nabla^2 e_n s_n &= \varepsilon_n - (s_n - s_{n-1}), \\ \nabla^2 (e_{n-1} s_{n-1} + e_n s_n) &= \varepsilon_{n-1} (s_{n-1} - s_{n-2}), \\ &\dots \dots \dots (1) \\ \nabla^2 (e_2 s_2 + \dots + e_{n-1} s_{n-1} + e_n s_n) &= \varepsilon_2 (s_2 - s_1), \\ \nabla^2 (e_1 s_1 + e_2 s_2 + \dots + e_{n-1} s_{n-1} + e_n s_n) &= \varepsilon_1 s_1. \end{aligned}$$

Здесь  $s_1, s_2, \dots, s_n$  — разности между постоянным напором в верхнем водопроницаемом пласте толщи и напорами в остальных водопроницаемых пластах ее;  $e_m = k_{bm} b_m$ ;  $\varepsilon_m = k_{am} / a_m$ ;  $b_m, k_{bm}$  — мощности и коэффициенты фильтрации водопроницаемых пластов;  $a_m, k_{am}$  — то же слабо водопроницаемых пластов.

Умножим первое уравнение системы (1) на  $\nu$ , второе на  $\mu, \dots$ , предпоследнее на  $\beta$ , последнее на  $\alpha$ . Складывая полученные выраже-

\* Отметим, что приток воды из толщ над выработкой и под выработкой обычно составляет небольшую часть общего притока воды в выработку.

ния, находим:

$$\nabla^2 [e_1 \alpha s_1 + \dots + e_{n-1} (\alpha + \beta + \dots + \mu) s_{n-1} + e_n (\alpha + \beta + \dots + \mu + \nu) s_n] =$$

$$= (\varepsilon_1 \alpha - \varepsilon_2 \beta) s_1 + \dots + (\varepsilon_{n-1} \mu - \varepsilon_n \nu) s_{n-1} + \varepsilon_n \nu s_n, \quad (2)$$

Если в уравнении (2) принять

$$e_1 \alpha = \frac{\varepsilon_1 \alpha - \varepsilon_2 \beta}{c},$$

$$\dots \dots \dots$$

$$e_{n-1} (\alpha + \beta + \dots + \mu) = \frac{\varepsilon_{n-1} \mu - \varepsilon_n \nu}{c}, \quad (3)$$

$$e_n (\alpha + \beta + \dots + \mu + \nu) = \frac{\varepsilon_n \nu}{c},$$

то оно, очевидно, перейдет в следующее:

$$\nabla^2 (E_1 s_1 + E_2 s_2 + \dots + E_n s_n) = c (E_1 s_1 + E_2 s_2 + \dots + E_n s_n), \quad (4)$$

где  $E_1, E_2, \dots$  — постоянные, являющиеся функциями  $\alpha, \beta, \dots, \mu, \nu$ .

Система (3) однородна относительно  $\alpha, \beta, \dots, \mu, \nu$ , и для того чтобы она имела единственное решение, необходимо

$$\begin{vmatrix} e_1 c - \varepsilon_1 & \varepsilon_2 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ e_{n-1} c & e_{n-1} c & \dots & e_{n-1} c - \varepsilon_{n-1} & \varepsilon_n \\ e_n c & e_n c & \dots & e_n c & e_n c - \varepsilon_n \end{vmatrix} = 0. \quad (5)$$

Решая уравнение (5), получаем  $n$  корней  $c$ . Подставляя один из этих корней, например  $c_1$ , в уравнения (3) и решая их совместно, находим значения  $\alpha_1, \beta_1, \dots$  с точностью до постоянного множителя  $B$ . Подставив последние в выражение (2), получим, очевидно, уравнение (4). При этом множитель  $B$ , вошедший в обе части формулы (2), сократится. Прделав такие действия со всеми  $n$  корнями  $c$ , получим  $n$  дифференциальных уравнений (4). Решениями последних для осесимметричного потока будут выражения (<sup>2,4,5</sup>):

$$E_{11} s_1 + E_{21} s_2 + \dots + E_{n1} s_n = C_{11} I_0 (r \sqrt{c_1}) + C_{21} K_0 (r \sqrt{c_1}),$$

$$E_{12} s_1 + E_{22} s_2 + \dots + E_{n2} s_n = C_{12} I_0 (r \sqrt{c_2}) + C_{22} K_0 (r \sqrt{c_2}),$$

$$\dots \dots \dots$$

$$E_{1n} s_1 + E_{2n} s_2 + \dots + E_{nn} s_n = C_{1n} I_0 (r \sqrt{c_n}) + C_{2n} K_0 (r \sqrt{c_n}), \quad (6)$$

где  $C_{11}, C_{21}, C_{12}, C_{22}, \dots$  — постоянные.

Решая эту систему совместно, получаем:

$$s_1 = \sum_{m=1}^{m=n} [A_{1m} I_0 (r \sqrt{c_m}) + B_{1m} K_0 (r \sqrt{c_m})],$$

$$s_2 = \sum_{m=1}^{m=n} [A_{2m} I_0 (r \sqrt{c_m}) + B_{2m} K_0 (r \sqrt{c_m})],$$

$$\dots \dots \dots$$

$$(7)$$

Постоянные системы (<sup>7</sup>) являются функциями  $2n$  постоянных системы (6).

Так как расход потока через сечение какого-либо водопроницаемого пласта равен (<sup>2, 5</sup>)

$$Q = -2\pi r b k_b \frac{ds}{dr}, \quad (8)$$

то из выражения (7) находим:

$$Q_1 = 2\pi r b_1 k_{b1} \sum_{m=1}^{m=n} \sqrt{c_m} [-A_{1m} I_1(r \sqrt{c_m}) + B_{1m} K_1(r \sqrt{c_m})],$$

$$Q_2 = 2\pi r b_2 k_{b2} \sum_{m=1}^{m=n} \sqrt{c_m} [-A_{2m} I_1(r \sqrt{c_m}) + B_{2m} K_1(r \sqrt{c_m})],$$

.....

Если в водоносной толще, залегающей за контуром выработки в плане, выделяется  $p$  участков, то уравнения фильтрации в них имеют  $2np$  постоянных. Для определения последних имеем: 1) на раздельных поверхностях участков  $n(p-1)$  равенств расходов и  $n(p-1)$  равенств  $s$  и 2) на периферийной части контура толщи  $n$  граничных условий. Недостающие  $n$  уравнений составляются из условий на границе рассматриваемой толщи с выработкой и с водоносными толщами над выработкой и под выработкой.

Исходя из формул (7), нетрудно также получить  $s$  и  $Q$  в сечениях слабо водопроницаемых пластов.

Всесоюзный научно-исследовательский  
институт гидрогеологии и инженерной геологии

Поступило  
20 VII 1950

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> Н. К. Гири́нский, Расчет фильтрации под гидротехническими сооружениями на неоднородных грунтах, 1941. <sup>2</sup> Н. К. Гири́нский, Гидрогеология и инженерная геология, сборн., № 9, 1947. <sup>3</sup> Н. К. Гири́нский, Вопросы гидрогеологии и инженерной геологии, сборн., № 13, 1950. <sup>4</sup> А. Н. Мятиев, Изв. АН СССР, ОТН, № 9 (1947). <sup>5</sup> П. Я. Полубаринова-Кочина, Прикл. матем. и мех., № 3 (1947).