Доклады Академии Наук СССР
1950. Том LXXV, № 4

ЭНЕРГЕТИКА

Эм. М. ФАЙНЗИЛЬБЕРГ

ТЕОРИЯ ЛАБИРИНТОВЫХ УПЛОТНЕНИЙ С НЕПОЛНЫМ ГАШЕНИЕМ ЭНЕРГИИ

(Представлено академиком М. В. Кирпичевым 25 VIII 1950)

1. Уплотнение торможением в последовательных сериях отверстий представляет одну из основных систем изоляции внутренней среды от внешней в тепловых машинах, но, вследствие сложности явлений в лабиринтах при неполном гашении энергии, теория их не была разработана. Пренебрежение выходной энергией в камерах при пользовании обычной теорией Стодола [3] приводило к большим погрешностям. В настоящем сообщении дается теория лабиринтов с неполным гашением энергии потока; некоторые основные результаты этой теории приводятся ниже.

2. Из уравнения первого начала следует, что геометрическим местом состояний перед элементами лабиринтов с неполным торможением является политропа $1 \leqslant m \leqslant \varkappa$. Обозначая p — давление и v — объем перед камерой, Q — энергию истечения, η — коэффициент сохранения скоростной энергии, $\varkappa$ — показатель адиабаты, $n = 1, 2, \ldots, i$ — номера элементов, $\psi_i = p_{i+1} / p_i$ — отношение давлений, определим энергию истечения i-го элемента:

$$Q_i(\psi_1, \psi_2, \ldots, \psi_i) = \frac{\varkappa}{\varkappa - 1} p_1 v_1 \sum_{n=1}^{i} (\psi_1 \psi_2 \ldots \psi_{n-1})^{(m-1)/m} (1 - \psi_n)^{(\varkappa-1)/\varkappa} \eta^{i-n},$$

или

$$Q_i(\psi_1, \psi_2, \ldots, \psi_i) = \frac{\varkappa}{\varkappa - 1} p_1 v_1 \sum_{n=1}^{i} \left(\frac{p_n}{p_1}\right)^{(m-1)/m} \left[1 - \left(\frac{p_{n+1}}{p_n}\right)^{(\varkappa-1)/\varkappa}\right] \eta^{i-n} \quad (1)$$

(формула для определения энергии в элементах).

При выводе формулы расхода среды, изоэнтропически истекающей из i-го отверстия последовательной серии (с площадью сечения σ), мы не располагаем теми упрощениями, которые имеются для ординарного отверстия. Эта формула приобретает вид

$$G_i(\eta) = \mu_i \sigma \sqrt{\frac{2g\varkappa}{\varkappa - 1} \frac{p_1}{v_1}} \left(\frac{p_{i+1}}{p_i}\right)^{1/\varkappa} \left(\frac{p_i}{p_1}\right)^{1/m} \times$$
$$\times \sqrt{\sum_{n-1}^{i} \left(\frac{p_n}{p_1}\right)^{(m-1)/m} \left[1 - \left(\frac{p_{n+1}}{p_n}\right)^{(\varkappa-1)/\varkappa}\right] \eta^{i-n}}; \quad (2)$$

μ_i — коэффициент истечения.

3. На основании соотношения (2), весьма усложненного подкоренной суммой, мы должны составить и решить дифференциальное урав-

нение лабиринта. Эта задача разрешается следующим путем. Заметим, что величина

$$T_i = \mu_i^2 \left(\frac{p_{i+1}}{p_i}\right)^{2/\varkappa} p_i^{2/m} \sum_{n=1}^{i} p_n^{(m-1)/m} \left[1 - \left(\frac{p_{n+1}}{p_n}\right)^{(\varkappa-1)/\varkappa}\right] \eta^{i-n} = \text{const}$$

для всех камер.

Для $(i+1)$-й камеры имеем

$$\frac{T_{i+1}}{p_{i+1}^{2/m}} = \mu_{i+1}^2 \left(\frac{p_{i+2}}{p_{i+1}}\right)^{2/\varkappa} \eta \left\{ p_{i+1}^{(m-1)/m} \frac{1}{\eta} \left[1 - \left(\frac{p_{i+2}}{p_{i+1}}\right)^{(\varkappa-1)/\varkappa}\right] + \right.$$

$$\left. + \sum_{n=1}^{i} p_n^{(m-1)/m} \left[1 - \left(\frac{p_{n+1}}{p_n}\right)^{(\varkappa-1)/\varkappa}\right] \eta^{i-n} \right\}. \qquad (3)$$

Следовательно, получаем

$$T = \left[1 - \frac{\eta \psi_{i+1}^{2/m}}{\left(\frac{\mu_i}{\mu_{i+1}}\right)^2 \left(\frac{\psi_{i+1}}{\psi_i}\right)^{\frac{2}{m} - \frac{2}{\varkappa}}}\right] = \mu_{i+1}^2 p_{i+1}^{(m+1)/m} \left(\psi_{i+1}^{2/\varkappa} - \psi_{i+1}^{(\varkappa+1)/\varkappa}\right).$$

Знаменатель пренебрежимо мало отличен от единицы и, опуская далее индексы, имеем

$$T = (1 - \eta \psi^{2/m}) = \mu^2 p^\beta (\psi^{2/\varkappa} - \psi^{(\varkappa+1)/\varkappa});$$

здесь $\beta = (m+1)/m$.

Пользуясь разложением для ψ, получаем после преобразований дифференциальное уравнение лабиринта

$$\frac{dp}{dx} = \frac{T(1-\eta)}{s\left(\frac{\varkappa-1}{\varkappa}\mu^2 p^{1/m} - \frac{2\eta T}{mp}\right)}, \qquad (4)$$

где s — шаг уплотнения.

4. Интегрируя от конечного до начального состояния пара, находим уравнение для числа гребней лабиринта z:

$$z(1-\eta) = \frac{2g p_н \mu^2 \sigma^2}{\beta v_н G^2(\eta)} \left[1 - \left(\frac{p_к}{p_н}\right)^\beta\right] - \frac{2\eta}{m} \ln \frac{p_н}{p_к}. \qquad (5)$$

Следовательно,

$$G(\eta) = \mu\sigma \sqrt{\frac{\frac{2g p_н}{\beta v_н}\left[1 - \left(\frac{p_к}{p_н}\right)^\beta\right]}{z(1-\eta) + \frac{2\eta}{m} \ln \frac{p_н}{p_к}}}. \qquad (6)$$

Формула (6) представляет общий закон расходов через лабиринтовое уплотнение для любой степени сохранения энергии η в камерах. Если положить $\eta = 0$ и $m = 1$, получаем, как предельный случай, формулу Стодола

$$G(0) = \mu\sigma \sqrt{\frac{g}{z} \frac{p_н}{v_н} \left[1 - \left(\frac{p_к}{p_н}\right)^2\right]}, \qquad (6а)$$

не учитывающую, как известно, неполноты торможения в камерах.

Отношение

$$\frac{G(\eta)}{G(0)} = \sqrt{\frac{2}{\beta}\left(1-\eta+\frac{2\eta}{mz}\ln\frac{p_н}{p_к}\right)^{-0,5}\left[\frac{1-\left(\frac{p_к}{p_н}\right)^{\beta}}{1-\left(\frac{p_к}{p_н}\right)^{2}}\right]^{0,5}} \tag{7}$$

назовем коэффициентом неполноты торможения.

5. Существенное влияние в первом множителе (7) отношения давлений $p_к / p_н$ подтверждается экспериментами ([2]). Отметим, что в опытах Эгли ([4]) оно учтено не было. Таким образом, применимость результатов последних должна быть ограничена лишь областью больших z, при которых влияние отношения давлений на коэффициент неполноты торможения незначительно. Приведенное в табл. 1 ($z=\infty$) сопоставление нашей теории с опытами свидетельствует о хорошем согласии с экспериментом (δ — зазор в лабиринтах, a — постоянная).

Таблица 1

Коэффициенты $G(\eta)/G(0)$ при $z=\infty$

δ/s	0,02	0,04	0,06	0,08	0,10
as/δ	3,85	1,93	1,28	0,96	0,77
η	0,464	0,61	0,723	0,798	0,838
$\sqrt{2/\beta}$	1,03	1,04	1,045	1,05	1,06
$(1-\eta)^{-0,5}$	1,35	1,60	1,90	2,22	2,49
$G(\eta)/G(0)$	1,39	1,66	1,99	2,33	2,64
$G(\eta)/G(0)$ по ([1,4])	1,35	1,65	2,00	2,30	2,70

О том же свидетельствуют коэффициенты $G(\eta) / G(0)$ для $z=4$, рассчитанные по среднему в опытах значению $p_к / p_н = 0{,}58$ (табл. 2).

Таблица 2

Коэффициенты $G(\eta)/G(0)$ для $z=4$, $P_к/P_н=0{,}58$

δ/s	0,02	0,04	0,06	0,08	0,10
η	0,454	0,61	0,723	0,798	0,838
$(1-0{,}73\eta)^{-0,5}$	1,22	1,34	1,43	1,54	1,60
$G(\eta)/G(0)$	1,26	1,39	1,49	1,62	1,70
$G(\eta)/G(0)$ по ([1,4])	1,25	1,40	1,52	1,63	1,70

Полученные уравнения для лабиринтов с парциальным гашением энергии разрешают таким образом, основную задачу расчета лабиринтовых уплотнений с использованием выходной скорости; отметим также, что задачу удалось свести к формулам, по структуре не более сложным, чем формулы для частного случая полного гашения энергии.

Поступило
12 VII 1950

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] И. И. Кириллов, Теория и конструкции паровых турбин, 1947. [3] Д. Н. Чупирев, Тепловые расчеты, 1940. [2] A. Stodola, Dampf- u. Gasturbinen, 1924. [4] A. Egli, Trans. ASME, Apr. (1935).