Доклады Академии Наук СССР
1950. Том LXXV, № 1

КРИСТАЛЛОГРАФИЯ

Член-корреспондент АН СССР Н. В. БЕЛОВ

ОБ ЭНАНТИОМОРФНЫХ КРИТЕРИЯХ

Энантиоморфными мы называем такую пару кристаллов какого-либо химического соединения, которые, принадлежа к одному и тому же виду симметрии, характеризуются тем, что если в одном из них существует свойство, могущее быть описанным словом п р а в ы й, то это же свойство в другом кристалле обязательно должно быть нами описано словом л е в ы й, и наоборот.

Так, энантиоморфная пара кристаллов кварца характеризуется тем, что у одного кристалла грани трапецоэдра в верхней половине свернуты относительно аналогичных граней нижней половины по часовой стрелке (вправо по курсу С. Ф. Глинки и у большинства кристаллографов, но влево по В. В. Никитину и по курсам векторного анализа), тогда как в другом энантиоморфном кристалле верхние грани трапецоэдра повернуты относительно нижних против часовой стрелки („влево" для большинства кристаллографов). Вращение плоскости поляризации в первых — правое и во вторых — левое. Назвать правым или левым — это дело соглашения или исторической традиции. Вероятно, проще определять характер каждого партнера энантиоморфной пары по вращению (по часовой стрелке и наоборот), но и здесь остается произвол в том, рассматривать ли вращение верхней половины относительно нижней или наоборот*.

Один и тот же кристалл из энантиоморфной пары может быть не только левым по геометрической характеристике и правым по какой-либо физической, но также левым по одной геометрической характеристике и правым — по другой. Наиболее конкретно это проявляется при рассмотрении характерных для тонкой структуры кристаллов винтовых осей.

На рис. 1 изображена трехгранная призма, размеченная по закону тройной винтовой оси. Если обратить внимание на (оставленные светлыми) узкие ступени, то увидим, что они закручены вокруг оси по правому закону. Если же мы обратим внимание на широкие ступени, размеченные одни арабскими единицами и другие арабскими двойками, то убедимся, что эти ступени закручены вокруг оси по левому закону и что полный оборот этих широких ступеней, их „ход", в два раза больше хода тонких ступеней. Кроме того, различной разметкой показано, что это левое закручивание широких ступеней идет двумя

---

* Рентгеноструктурный анализ установил, что, например, в кварце правые и левые его свойства определяются тонкой (атомной) структурой, а именно, атомы кремния в кварце располагаются вокруг оси по закону либо правого либо левого винта. К сожалению, до сих пор рентгеновский анализ не в силах определить, по какому именно винту расположены атомы кремния в правом кварце и по какому — в левом, и тем самым пока невозможно «абсолютное» определение правизны или левизны кварца в соответствии с его атомным строением.

заходами (один заход делают ступени с арабскими единицами и другой — ступени с арабскими двойками). Таким образом, наша трехгранная призма одновременно характеризуется правой однозаходной винтовой осью 3-го порядка и левой двухзаходной винтовой осью также 3-го порядка. Это можно условно выразить равенством $3_1 = 3_{-2}$*.

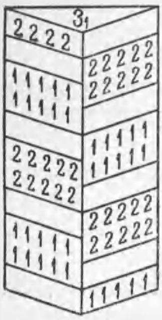

Рис. 1

Обычно главное внимание уделяют однозаходной оси и говорят о правой и левой винтовой оси 3-го порядка, подразумевая соответственные однозаходные оси, но во избежание отрицательных чисел в справочниках вместо 3_{-1} всегда стоит 3_2.

На рис. 2, *а* изображена правая двухзаходная винтовая ось 6-го порядка 6_2. Ее характеризуют винты из узких ступеней, два захода помечены штриховкой из римских цифр I и II. Легко увидеть, что широкие ступеньки закручиваются вокруг призмы по закону четырехзаходной левой винтовой шестерной оси. Ступеньки четырех левых заходов заштрихованы арабскими цифрами 1, 2, 3, 4. Итак $6_2 = 6_{-4}$. Энантиоморфным аналогом будет $6_{-2} = 6_4$ $(-2 \equiv 4 \pmod 6)$.

Этот аналог (соответствующий закон) мы всегда будем склонны охарактеризовать как левую двухзаходную шестерную винтовую ось, но в справочниках (во избежание отрицательных чисел) она фигурирует как 6_4.

Нетрудно убедиться, что на призме со ступеньками по закону правой однозаходной шестерной винтовой оси всегда можно выделить пять заходов — из широких ступенек — левой пятизаходной шестерной винтовой оси, т. е. $6_1 = 6_{-5}$, и энантиоморфным аналогом будет:

$$6_{-1} = 6_5 \quad (-1 \equiv 5 \pmod 6).$$

Рис. 2, *б* показывает, что энантиоморфизма не будет, когда числа заходов и правой и левой винтовой оси равны между собою и составляют половину числа, дающего порядок винтовой оси: $6_3 = 6_{-3}$ $(-3 \equiv +3 \pmod 6)$. Три захода узких ступенек (римские цифры) закручиваются по часовой стрелке и три захода (арабские цифры) закручиваются против часовой стрелки.

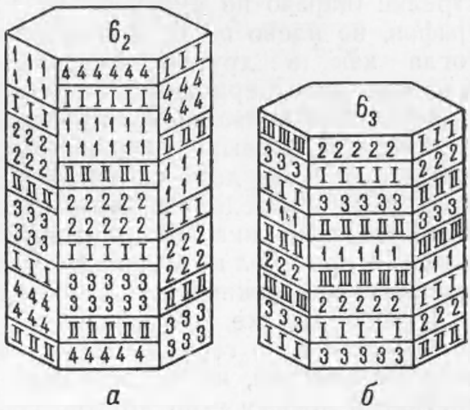

Рис. 2

На рис. 3, *а* показана призма, вокруг которой узкие и широкие ступеньки закручиваются: одни по закону правой однозаходной четверной винтовой оси и другие — по закону трехзаходной левой четверной винтовой оси: $4_1 = 4_{-3}$.

На рис. 3,*б* изображена призма с осью $4_2 = 4_{-2}$ и с двумя одинаковыми правыми и левыми заходами.

Правило (или соглашение), по которому определяется правизна или левизна трапецоэдров, остается в силе и для энантиоморфных форм кубической системы — гироэдра и тетартоэдра. В первом ориентируем нижний крест и замечаем относительно его поворот верхнего креста. Во втором ориентируем ребро, через которое проходит двойная ось, и замечаем поворот верхнего аналогичного ребра относительно нижнего.

---

* Отвечающим математическому равенству $1 \equiv -2 \pmod 3$.

Правило это, однако, не дает однозначного ответа в случае ромбических тетраэдров — дигональных трапецоэдров (по Е. С. Федорову). Их грани — неравносторонние треугольники, и если мы определим наименьший угол взаимного поворота двух (противоположных) наибольших ребер или такой же угол для двух (противоположных) наименьших ребер, то получим одинаковый результат (например левизну), тогда как определение угла взаимного поворота двух (противоположных) средних ребер дает нам противоположный результат (правизну). Что это так, следует из рис. 4, на котором ромбический тетраэдр заключен в соответствующий прямоугольный параллелепипед. Изображена одна обращенная к наблюдателю грань ромбического тетраэдра. Ее ребра суть диагонали трех обращенных к наблюдателю граней параллелепипеда. Пунктиром даны спроектированные на эти передние грани те (противоположные) ребра тетраэдра, которые находятся в задних гранях параллелепипеда. Легко видеть, что угол взаимного поворота (тангенс) для пары наибольших ребер и для пары наименьших определяется разными ребрами параллелепипеда и потому знаки углов одинаковы, тогда как углы взаимного поворота для пары средних ребер и для пары наименьших опираются на одно и то же ребро и потому имеют разные знаки.

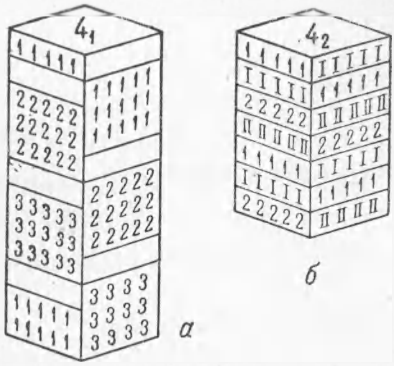

Рис. 3

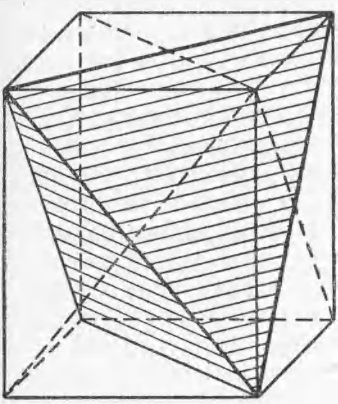
Рис. 4

Естественно определить ромбический тетраэдр правым, если он правый по двум парам ребер и левый по одной паре. Легко показать, что именно такое определение согласуется и с обычным вышеприведенным определением правизны и левизны для трапецоэдров. Последние характеризуются, кроме главной оси, еще горизонтальными дигирами, соединяющими середины противоположных экваториальных ребер, поочередно коротких и длинных. Всякий трапецоэдр, по крайней мере, с четной главной осью можно рассматривать и как 6, 4 или 2 горизонтальных ромбических тетраэдра, и тогда легко увидеть, что знак (правизна или левизна) составляющего ромбического тетраэдра с длинным ребром будет таков же, каким он получается в результате рассмотрения взаимного поворота верхней и нижней половин вдоль главной оси, а знак ромбических тетраэдров, в которых горизонтальная дигира соединяет короткие экваториальные ребра, будет обратным.

Если точку — вершину трапецоэдра — считать самым коротким ребром, то налицо полная тождественность определения правизны или левизны фигуры для n-гональных трапецоэдров, дигональных (= ромбические тетраэдры) и кубических аналогов, а именно, по двум правым (и тогда одному левому) поворотам, либо по двум левым (и тогда одному правому).

Поступило
4 IX 1950