

ТЕХНИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

Л. Н. АЛЕКСАНДРОВ и Б. Я. ЛЮБОВ

**ВЛИЯНИЕ КОНЦЕНТРАЦИОННЫХ НАПРЯЖЕНИЙ НА СКОРОСТЬ
БОКОВОГО РОСТА ПЕРЛИТНОГО ЗЕРНА**

(Представлено академиком И. П. Бардиным 22 VIII 1950)

Для объяснения относительно больших скоростей распада твердых растворов в области температур, где скорость нормальной диффузии невелика, С. Т. Конобеевский^(1,2) предложил рассматривать неоднородные распределения концентраций растворенного компонента как источник концентрационных напряжений, вызывающих дополнительные диффузионные потоки.

Диффузия растворенного компонента в поле напряжений описывается уравнением

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \operatorname{div} (D' \operatorname{grad} C) - \operatorname{div} (D'' \operatorname{grad} \mathcal{E}), \quad (1)$$

где $\mathcal{E} = \frac{\mathcal{E}_{xx} + \mathcal{E}_{yy} + \mathcal{E}_{zz}}{3}$; $D' = D \left(1 + \frac{3v_0 M \omega^2}{\partial^2 F_0 / \partial C^2} \right)$; $D'' = D \frac{3v_0 M \omega^2}{\partial^2 F_0 / \partial C^2}$; F_0 — свободная энергия твердого раствора в случае отсутствия напряжений в кал/г-атом; v_0 — средний атомный объем твердого раствора; $M = \frac{E}{1-2\sigma}$, если коэффициент Пуассона $\sigma = 1/3$; D — коэффициент диффузии растворенного вещества в данном растворителе; ω — коэффициент, определяемый из зависимости постоянной решетки твердого раствора от концентрации растворенного компонента.

Вычислим скорость продвижения краев пластинок перлита в аустенит при эвтектоидном распаде последнего. Переходя к системе координат, движущейся со скоростью v вдоль оси абсцисс, и принимая, что концентрация углерода перед фронтом перлита не зависит от времени, приводим уравнение (1) к виду

$$\operatorname{div} (D' \operatorname{grad} C) - \operatorname{div} (D'' \operatorname{grad} \mathcal{E}) + v \operatorname{grad} C = 0. \quad (2)$$

Для решения уравнения (2) при краевых условиях, вытекающих из физических особенностей рассматриваемой задачи, необходимо выразить \mathcal{E} через C . Поле напряжений, обусловленных неоднородным распределением температур, известно из теории упругости⁽³⁾. Можно перейти к интересующему нас случаю, заменив коэффициент термического расширения коэффициентом ω , а температуру — концентрацией. Правильная слоистая структура перлита указывает на периодичность поля концентрации перед фронтом перлита с периодом S_0 , равным межпластинчатому расстоянию в перлите; будем искать $C(x, y)$ в плоскости, перпендикулярной фронту перлитного превращения, в форме ряда

$$C(x, y) = C_a + \sum_{n=0}^{\infty} \varphi_n(x) \cos b_n y, \quad b_n = \frac{2\pi}{S_0} n, \quad n — \text{целое число}. \quad (3)$$

Составляющие тензора напряжений, обусловленных неоднородным полем концентраций (3), имеют вид

$$X_x = \sum_{n=0}^{\infty} [-b_n^2 (N_n x + L_n) e^{-b_n x} + E \omega b_n \int \varphi_n(\xi) \operatorname{sh} b_n (x - \xi) d\xi] \cos b_n y, \quad (4)$$

$$Y_y = \sum_{n=0}^{\infty} [b_n^2 (N_n x + L_n) e^{-b_n x} - 2 N_n b_n e^{-b_n x} - E \omega \varphi_n(x) - E \omega b_n \int \varphi_n(\xi) \operatorname{sh} b_n (x - \xi) d\xi] \cos b_n y,$$

откуда

$$\mathcal{C} = \frac{4}{27 E} \sum_{n=0}^{\infty} [-2 N_n b_n e^{-b_n x} + 5 E \omega \varphi_n(x)] \cos b_n y. \quad (5)$$

Подставив (3) и (5) в (2), ограничиваясь приближением разбавленных растворов ($\partial^2 F_0 / \partial C^2 = kT / C$) и приняв D' и D'' не зависящими от координат, получим

$$\sum_{n=0}^{\infty} [\varphi_n''(x) (D' - \frac{20}{27} D'' \omega) - b_n^2 \varphi_n(x) (D' - \frac{20}{27} D'' \omega) + v \varphi_n'(x)] \cos b_n y = 0. \quad (6)$$

Если искать $\varphi_n(x)$ в виде

$$\varphi_n(x) = K_n e^{-a_n x}, \quad (7)$$

то

$$a_n^2 (D' - \frac{20}{27} D'' \omega) - v a_n - b_n^2 (D' - \frac{20}{27} D'' \omega) = 0, \quad (8)$$

$$a_n = \frac{v}{2D_0} (1 + \sqrt{1 + \lambda^2 n^2}), \quad (9)$$

$$D_0 = D' - \frac{20}{27} D'' \omega = D \left(1 + \frac{7}{27} \beta\right), \quad \beta = \frac{9v_0 E C \omega^2}{RT}, \quad \lambda = \frac{4\pi D_0}{S_0 v}.$$

В выражении для β вместо C подставим его среднее значение $\bar{C} = \frac{C_a + C_{af} + C_{ac}}{3}$; C_{ac} — концентрация углерода в аустените у центра края цементитной пластинки, C_{af} — концентрация углерода в аустените у центра края ферритной пластинки.

При движении фронта перлита у его поверхности сохраняется равновесная концентрация и форма границы раздела фаз не меняется. Примем за границу раздела перлит — аустенит плоскость ZOY (6).

У границы перлит — аустенит имеет место массовый баланс, который в нашем приближении можно выразить соотношением

$$[C_n(y) - C(0, y)] v = D' \left(\frac{\partial C}{\partial x}\right)_{x=0} - D'' \left(\frac{\partial C}{\partial x}\right)_{x=0}. \quad (10)$$

Распределение концентраций в перлите $C_n(y)$ выражается рядом

$$C_n(y) = \frac{\gamma_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \gamma_n \cos b_n y; \quad \gamma = 2C_a, \quad \gamma_n = \frac{2(C_c - C_f)}{\pi n} \sin \left(n\pi \frac{l_c}{S_0}\right), \quad (11)$$

где l_c — толщина цементной пластинки; $C_c = 6,67\%$; $C_f = 0,04\%$.

Подставив (3), (5) и (11) в (10), получим уравнение для K_n при $n \geq 1$:

$$v(\gamma_n - K_n) + K_n a_n D' + \frac{8}{27} \frac{b_n^2}{E} D'' N_n - \frac{20}{27} a_n K_n D'' \omega = 0. \quad (12)$$

В уравнение (12) входят неизвестные коэффициенты N_n . Сравнивая нормальные напряжения X_x и смещения u у границы фаз, можно определить их значение.

Окончательно получим

$$K_n = \gamma_n \frac{1 - \frac{12}{27} b \lambda n}{\frac{1}{2} - \frac{1}{2} V 1 + \lambda^2 n^2 - \frac{4}{27} b \frac{\lambda^2 n^2 (4 + 4 V 1 + \lambda^2 n^2 + \lambda n)}{(1 + V 1 + \lambda^2 n^2) (1 + V 1 + \lambda^2 n^2 + \lambda n)}}, \quad (13)$$

$$b = \frac{D'' \omega}{D'} = \frac{\beta}{1 + \frac{7}{27} \beta}, \quad \lambda = \frac{4\pi D_0}{S_0 v}.$$

Значение D берем из (4), усреднив его в интервале концентраций от C_{ac} до C_{af} .

Таким образом мы нашли функцию $C(x, y)$, описывающую поле концентраций углерода в аустените.

Потребуем, чтобы в центре поверхности раздела цементит — аустенит выполнялось условие $C(0, 0) = C_{ac}$, а в центре поверхности раздела феррит — аустенит условие

$$C\left(0, \frac{S_0}{2}\right) = C_{af}.$$

Отсюда

$$C_a + K_0 + \sum_{n=1}^{\infty} K_n = C_{ac}, \quad (14)$$

$$C_a + K_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n K_n = C_{af}. \quad (15)$$

Вычтем (15) из (16) и подставим значение γ_n ; тогда

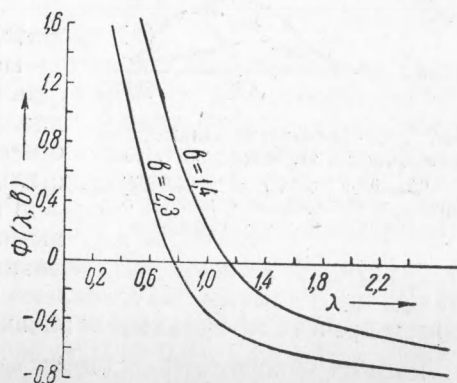


Рис. 1

$$\frac{\pi}{8} \Phi(\lambda, b) =$$

$$= \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\left[1 - \frac{12}{27} b \lambda (2m+1)\right] \frac{\sin \frac{\pi t_c}{S_0} (2m+1)}{2m+1}}{V 1 + \lambda^2 (2m+1)^2 - 1 + \frac{8}{27} b \frac{\lambda^2 (2m+1)^2 [4 + 4 V 1 + \lambda^2 (2m+1)^2 + \lambda (2m+1)]}{[1 + V 1 + \lambda^2 (2m+1)^2] [1 + V 1 + \lambda^2 (2m+1)^2 + \lambda (2m+1)]}} =$$

$$= \frac{\pi}{8} \frac{C_{af} - C_{ac}}{C_c - C_f}. \quad (16)$$

Значение b меняется в зависимости от температуры превращения. В нашем случае $E = 2 \cdot 10^6$ кГ/мм², $v_0 = 7$ см³.

Воспользовавшись экспериментальной зависимостью параметра решетки аустенита от концентрации углерода (5), получим в широком интервале температур $\omega = 0,2$.

Из (6) известно, что

$$C_{af} = C_{af}^{\infty} e^{V_C \sigma_{af} / RT \rho_{kp}}, \quad C_{ac} = C_{ac}^{\infty}$$

где $\rho_{kp} = \frac{2\sigma_{\alpha\gamma}}{\Delta G}$; $\sigma_{\alpha\gamma}$ — поверхностная энергия границы раздела фаз при переходе $Fe_{\gamma} \rightarrow Fe_{\alpha}$; $\sigma_{af} \cong \sigma_{\alpha\gamma}$; V_C — атомный объем углерода; ΔG — изменение свободной энергии на г-атом при переходе.

Из (7) следует, что для интересующих нас температур $\Delta G/RT = 0,598 - 0,0007^\circ$.

Таким образом, имеются все данные для определения величины

$$b = \frac{9\nu_0 \bar{C} E \omega^2}{RT + 9\nu_0 \bar{C} E \omega^2}$$

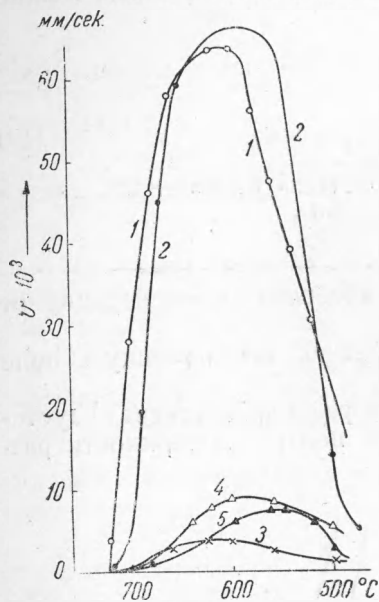


Рис. 2. 1 — расчетные данные, 2 — высокочистая эвтектоидная сталь, 3 — случай $b = 0$ (6), 4 — промышленная эвтектоидная сталь (8), 5 — промышленная эвтектоидная сталь (9)

сталей, повидимому, обусловлено влиянием примесей, которое мы в нашем расчете не принимали во внимание.

Институт металловедения и физики металлов
Центрального научно-исследовательского
института черной металлургии

Поступило
21 VIII 1950

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ С. Т. Конобеевский, ЖЭТФ, **13**, 200 (1943). ² С. Т. Конобеевский, ЖЭТФ, **13**, 418, (1943). ³ Н. Н. Лебедев, Температурные напряжения в теории упругости, ОНТИ, 1937. ⁴ М. Е. Блантер, Зав. лаборат., № 3 (1948). ⁵ Г. С. Жданов и Я. С. Уманский, Рентгенография металлов, **2**, 1938. ⁶ Б. Я. Любков, ЖТФ, **20**, № 7 (1950). ⁷ С. Zener, Metals Technology, № 1 (1946). ⁸ И. Л. Миркин, Сборн. тр. МИС, **18** (1941). ⁹ F. C. Hull, R. A. Colton and R. F. Mehl, Trans. AIME, **150**, 185 (1942).