

ТЕХНИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

Л. Н. АЛЕКСАНДРОВ и Б. Я. ЛЮБОВ

**ВЛИЯНИЕ КОНЦЕНТРАЦИОННЫХ НАПРЯЖЕНИЙ НА СКОРОСТЬ  
БОКОВОГО РОСТА ПЕРЛИТНОГО ЗЕРНА**

(Представлено академиком И. П. Бардиным 22 VIII 1950)

Для объяснения относительно больших скоростей распада твердых растворов в области температур, где скорость нормальной диффузии невелика, С. Т. Конобеевский <sup>(1,2)</sup> предложил рассматривать неоднородные распределения концентраций растворенного компонента как источник концентрационных напряжений, вызывающих дополнительные диффузионные потоки.

Диффузия растворенного компонента в поле напряжений описывается уравнением

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \operatorname{div}(D' \operatorname{grad} C) - \operatorname{div}(D'' \operatorname{grad} \mathcal{E}), \quad (1)$$

где  $\mathcal{E} = \frac{\mathcal{E}_{xx} + \mathcal{E}_{yy} + \mathcal{E}_{zz}}{3}$ ;  $D' = D \left(1 + \frac{3v_0 M \omega^2}{\partial^2 F_0 / \partial C^2}\right)$ ;  $D'' = D \frac{3v_0 M \omega^2}{\partial^2 F_0 / \partial C^2}$ ;  $F_0$  — свободная энергия твердого раствора в случае отсутствия напряжений в кал/г-атом;  $v_0$  — средний атомный объем твердого раствора;  $M = \frac{E}{1-2\sigma}$ , если коэффициент Пуассона  $\sigma = \frac{1}{3}$ ;  $D$  — коэффициент диффузии растворенного вещества в данном растворителе;  $\omega$  — коэффициент, определяемый из зависимости постоянной решетки твердого раствора от концентрации растворенного компонента.

Вычислим скорость продвижения краев пластинок перлита в аустените при эвтектоидном распаде последнего. Переходя к системе координат, движущейся со скоростью  $v$  вдоль оси абсцисс, и принимая, что концентрация углерода перед фронтом перлита не зависит от времени, приводим уравнение (1) к виду

$$\operatorname{div}(D' \operatorname{grad} C) - \operatorname{div}(D'' \operatorname{grad} \mathcal{E}) + v \operatorname{grad} C = 0. \quad (2)$$

Для решения уравнения (2) при краевых условиях, вытекающих из физических особенностей рассматриваемой задачи, необходимо выразить  $\mathcal{E}$  через  $C$ . Поле напряжений, обусловленных неоднородным распределением температур, известно из теории упругости <sup>(3)</sup>. Можно перейти к интересующему нас случаю, заменив коэффициент термического расширения коэффициентом  $\omega$ , а температуру — концентрацией. Правильная слоистая структура перлита указывает на периодичность поля концентрации перед фронтом перлита с периодом  $S_0$ , равным межпластинчатому расстоянию в перлите; будем искать  $C(x, y)$  в плоскости, перпендикулярной фронту перлитного превращения, в форме ряда

$$C(x, y) = C_a + \sum_{n=0}^{\infty} \varphi_n(x) \cos b_n y, \quad b_n = \frac{2\pi}{S_0} n, \quad n \text{ — целое число.} \quad (3)$$

Составляющие тензора напряжений, обусловленных неоднородным полем концентраций (3), имеют вид

$$X_x = \sum_{n=0}^{\infty} [-b_n^2 (N_n x + L_n) e^{-b_n x} + E \omega b_n \int_0^x \varphi_n(\xi) \sin b_n(x - \xi) d\xi] \cos b_n y, \quad (4)$$

$$Y_y = \sum_{n=0}^{\infty} [b_n^2 (N_n x + L_n) e^{-b_n x} - 2 N_n b_n e^{-b_n x} - E \omega \varphi_n(x) - E \omega b_n \int_0^x \varphi_n(\xi) \sin b_n(x - \xi) d\xi] \cos b_n y,$$

откуда

$$\mathcal{E} = \frac{4}{27 E} \sum_{n=0}^{\infty} [-2 N_n b_n e^{-b_n x} + 5 E \omega \varphi_n(x)] \cos b_n y. \quad (5)$$

Подставив (3) и (5) в (2), ограничиваясь приближением разбавленных растворов ( $\partial^2 F_0 / \partial C^2 = kT / C$ ) и приняв  $D'$  и  $D''$  не зависящими от координат, получим

$$\sum_{n=0}^{\infty} [\varphi_n''(x) \left( D' - \frac{20}{27} D'' \omega \right) - b_n^2 \varphi_n(x) \left( D' - \frac{20}{27} D'' \omega \right) + v \varphi_n'(x)] \cos b_n y = 0. \quad (6)$$

Если искать  $\varphi_n(x)$  в виде

$$\varphi_n(x) = K_n e^{-a_n x}, \quad (7)$$

то

$$a_n^2 \left( D' - \frac{20}{27} D'' \omega \right) - v a_n - b_n^2 \left( D' - \frac{20}{27} D'' \omega \right) = 0, \quad (8)$$

$$a_n = \frac{v}{2D_0} (1 + \sqrt{1 + \lambda^2 n^2}), \quad (9)$$

$$D_0 = D' - \frac{20}{27} D'' \omega = D \left( 1 + \frac{7}{27} \beta \right), \quad \beta = \frac{9v_0 E C \omega^2}{R T}, \quad \lambda = \frac{4\pi D_0}{S_0 v}.$$

В выражении для  $\beta$  вместо  $C$  подставим его среднее значение  $\bar{C} = \frac{C_a + C_{af} + C_{ac}}{3}$ ;  $C_{ac}$  — концентрация углерода в аустените у центра края цементитной пластинки,  $C_{af}$  — концентрация углерода в аустените у центра края ферритной пластинки.

При движении фронта перлита у его поверхности сохраняется равновесная концентрация и форма границы раздела фаз не меняется. Примем за границу раздела перлит — аустенит плоскость  $Z O Y$  (6).

У границы перлит — аустенит имеет место массовый баланс, который в нашем приближении можно выразить соотношением

$$[C_n(y) - C(0, y)] v = D' \left( \frac{\partial C}{\partial x} \right)_{x=0} - D'' \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_{x=0}. \quad (10)$$

Распределение концентраций в перлите  $C_n(y)$  выражается рядом

$$C_n(y) = \frac{\gamma_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \gamma_n \cos b_n y; \quad \gamma = 2C_a, \quad \gamma_n = \frac{2(C_c - C_f)}{\pi n} \sin \left( n\pi \frac{l_c}{S_0} \right), \quad (11)$$

где  $l_c$  — толщина цементитной пластинки;  $C_c = 6,67\%$ ;  $C_f = 0,04\%$ .

Подставив (3), (5) и (11) в (10), получим уравнение для  $K_n$  при  $n \geq 1$ :

$$v(\gamma_n - K_n) + K_n a_n D' + \frac{8}{27} \frac{b_n^2}{E} D'' N_n - \frac{20}{27} a_n K_n D'' \omega = 0. \quad (12)$$

В уравнение (12) входят неизвестные коэффициенты  $N_n$ . Сравнивая нормальные напряжения  $X_x$  и смещения  $u$  у границы фаз, можно определить их значение.

Окончательно получим

$$K_n = \gamma_n \frac{1 - \frac{12}{27} b \lambda n}{\frac{1}{2} - \frac{1}{2} V 1 + \lambda^2 n^2 - \frac{4}{27} b \frac{\lambda^2 n^2 (4 + 4 V 1 + \lambda^2 n^2 + \lambda n)}{(1 + V 1 + \lambda^2 n^2)(1 + V 1 + \lambda^2 n^2 + \lambda n)}}, \quad (13)$$

$$b = \frac{D'' \omega}{D'} = \frac{\beta}{1 + \frac{7}{27} \beta}, \quad \lambda = \frac{4 \pi D_a}{S_0 v}.$$

Значение  $D$  берем из (4), усреднив его в интервале концентраций от  $C_{ac}$  до  $C_{af}$ .

Таким образом мы нашли функцию  $C(x, y)$ , описывающую поле концентраций углерода в аустените.

Потребуем, чтобы в центре поверхности раздела цементит — аустенит выполнялось условие  $C(0, 0) = C_{ac}$ , а в центре поверхности раздела феррит — аустенит условие

$$C\left(0, \frac{S_0}{2}\right) = C_{af}.$$

Отсюда

$$C_a + K_0 + \sum_{n=1}^{\infty} K_n = C_{ac}, \quad (14)$$

$$C_a + K_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n K_n = C_{af}. \quad (15)$$

Вычтем (15) из (14) и подставим значение  $\gamma_n$ ; тогда

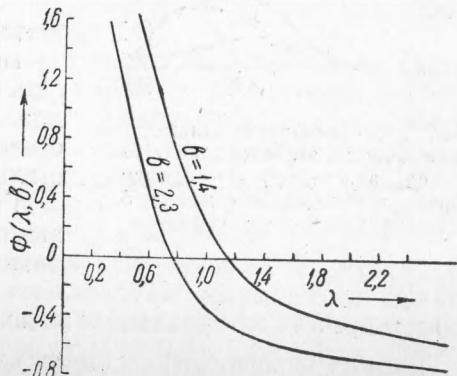


Рис. 1

$$\begin{aligned} & \frac{\pi}{8} \Phi(\lambda, b) = \\ & = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\left[1 - \frac{12}{27} b \lambda (2m+1)\right] \frac{\sin \frac{\pi \ell_c}{S_0} (2m+1)}{2m+1}}{V 1 + \lambda^2 (2m+1)^2 - 1 + \frac{8}{27} b \frac{\lambda^2 (2m+1)^2 [4 + 4 V 1 + \lambda^2 (2m+1)^2 + \lambda (2m+1)]}{[1 + V 1 + \lambda^2 (2m+1)^2][1 + V 1 + \lambda^2 (2m+1)^2 + \lambda (2m+1)]}} = \\ & = \frac{\pi}{8} \frac{C_{af} - C_{ac}}{C_c - C_f}. \end{aligned} \quad (16)$$

Значение  $b$  меняется в зависимости от температуры превращения. В нашем случае  $E = 2 \cdot 10^6$  кГ/мм<sup>2</sup>,  $v_0 = 7$  см<sup>3</sup>.

Воспользовавшись экспериментальной зависимостью параметра решетки аустенита от концентрации углерода (5), получим в широком интервале температур  $\omega = 0,2$ .

Из (6) известно, что

$$C_{af} = C_{af}^{\infty} e^{V_C \sigma_{af} / RT \rho_{kp}}, \quad C_{ac} = C_{ac}^{\infty},$$

где  $\rho_{kp} = \frac{2\sigma_{\alpha\gamma}}{\Delta G}$ ;  $\sigma_{\alpha\gamma}$  — поверхностная энергия границы раздела фаз при переходе  $\text{Fe}_{\gamma} \rightarrow \text{Fe}_{\alpha}$ ;  $\sigma_{af} \approx \sigma_{\alpha}$ ;  $V_C$  — атомный объем углерода;  $\Delta G$  — изменение свободной энергии на г-атом при переходе.

Из (7) следует, что для интересующих нас температур  $\Delta G/RT = 0,598 - 0,0007^{\circ}$ .

Таким образом, имеются все данные для определения величины

$$b = \frac{9v_0 \bar{C}E\omega^2}{RT + 9v_0 \bar{C}E\omega^2}.$$

В интервале температур  $723 - 500^{\circ}$   $b$  меняется от 1,4 до 2,3. Нами были построены функции  $\Phi(\lambda, b)$  для значений  $b$ , соответствующих данному интервалу температур через  $20^{\circ}$ . На рис. 1 показаны крайние кривые полученного семейства. Теперь не представляет труда определение  $\lambda$  и  $v = \frac{4\pi D_0}{\lambda S_0}$ , где  $S_0 \approx \frac{18}{723 - T^{\circ}\text{C}}$  мм (7).

На рис. 2 результаты расчета сопоставлены с экспериментальными данными для двух промышленных эвтектоидных сталей (8, 9) и высокочистой эвтектоидной стали (С 0,98%; Si 0,002%; Mn < 0,004%).

Различие между расчетными и опытными значениями бокового роста перлитного зерна в случае промышленных

сталей, повидимому, обусловлено влиянием примесей, которое мы в нашем расчете не принимали во внимание.

Институт металловедения и физики металлов  
Центрального научно-исследовательского  
института черной металлургии

Поступило  
21 VIII 1950

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> С. Т. Конобеевский, ЖЭТФ, **13**, 200 (1943). <sup>2</sup> С. Т. Конобеевский, ЖЭТФ, **13**, 418, (1943). <sup>3</sup> Н. Н. Лебедев. Температурные напряжения в теории упругости, ОНТИ, 1937. <sup>4</sup> М. Е. Блантер, Зав. лаборат., № 3 (1948). <sup>5</sup> Г. С. Жданов и Я. С. Уманский. Рентгенография металлов, **2**, 1938. <sup>6</sup> Б. Я. Любов, ЖТФ, **20**, № 7 (1950). <sup>7</sup> С. Зенег, Metals Technology, № 1 (1946). <sup>8</sup> И. Л. Миркин, Сборн. тр. МИС, **18** (1941). <sup>9</sup> F. C. Hull, R. A. Colton and R. F. Mehl, Trans. AIME, **150**, 185 (1942).