Доклады Академии Наук СССР
1950. Том LXXIV, № 6

АСТРОНОМИЯ

Л. Э. ГУРЕВИЧ и А. И. ЛЕБЕДИНСКИЙ

# ЗАКОН ПЛАНЕТНЫХ РАССТОЯНИЙ И ВРАЩЕНИЕ ПЛАНЕТ

*(Представлено академиком О. Ю. Шмидтом 25 VII 1950)*

В результате гравитационной конденсации пылевое облако, некогда окружавшее Солнце, превратилось [1] в большое количество тел различных размеров, которые впоследствии объединились в планеты. Все тела, двигавшиеся по пересекающимся орбитам, должны были в конечном итоге объединиться. Так как благодаря возмущениям орбиты этих тел изменялись, то на расстоянии $R$ от Солнца объединялись все тела внутри тора ширины $2\varepsilon R$, где $\varepsilon$ — средний эксцентриситет орбит. Если внутренний край облака находился на расстоянии $R_1$ от Солнца, то первая зона объединения простиралась от $R_1$ до $R_1(1+2\varepsilon_1)$ со средним расстоянием $R_1(1+\varepsilon_1)$; вторая зона простиралась от $R_1(1+2\varepsilon_1)$ до $R_1(1+2\varepsilon_1)(1+2\varepsilon_2)$ со средним расстоянием $R_1(1+2\varepsilon_1)(1+\varepsilon_2)$ и т. д. Среднее расстояние $n$-й зоны объединения

$$R_n = R_1(1+2\varepsilon_1)(1+2\varepsilon_2)\ldots(1+2\varepsilon_{n-1})(1+\varepsilon_n).$$

Если эксцентриситеты орбит объединяющихся тел во всех зонах одинаковы, то они образуют планеты, расположенные так, что $n$-я планета находится от Солнца на расстоянии

$$R_n = \frac{1+\varepsilon}{1+2\varepsilon} R_1 (1+2\varepsilon)^n. \tag{1}$$

Для оценки $\varepsilon$ примем во внимание, что если два тела массы $m$, движущиеся по почти круговым орбитам с относительной скоростью $v$, встречаются на прицельном расстоянии $r$, то изменение скорости $\Delta v = \gamma m / rv$, где $\gamma$ — постоянная тяготения; изменение эксцентриситета при этом

$$\Delta\varepsilon \approx \frac{\Delta v}{V_0} = \frac{\gamma m}{rV_0}, \tag{2}$$

где $V_0 = \sqrt{\gamma M_\odot / R}$ — скорость кругового движения вокруг Солнца.

При встречах тел, движущихся по почти круговым орбитам, эксцентриситеты возрастают; при встрече тел, движущихся по очень вытянутым орбитам, наоборот, эксцентриситеты уменьшаются. Поэтому, если взаимные возмущения столь велики, что эксцентриситеты должны стать сравнимыми с единицей, то среднее их значение близко к 0,5. Подставляя в (1) $\varepsilon = 0{,}5$, получим:

$$\lg R_n = a + 0{,}301\, n. \tag{3}$$

Подставляя вместо $R_1(1+\varepsilon)$ радиус орбиты Меркурия и считая, что радиус Солнечной системы $R_0 = 100\,R_1$, получим полное число планет $N = 7$, т. е. правильного порядка.

Наиболее существенные изменения эксцентриситета получаются при встрече тел на наименьшем прицельном расстоянии, по порядку величины равном их диаметру $2r_0$. Вероятность столь тесного сближения близка к вероятности непосредственного столкновения, ведущего к слиянию. Можно ожидать, что слиянию предшествовало лишь несколько таких встреч. Поэтому приобретенные телами до их слияния эксцентриситеты $\varepsilon$ сравнимы с изменением $\Delta\varepsilon$ при единичной тесной встрече, и, заменяя в (2) $\Delta\varepsilon$ через $\varepsilon$, а $v$ через $\varepsilon V_0$, получим:

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{m}{2M_\odot}\,\frac{R}{r_0}}. \tag{4}$$

Вторичные сгущения зоны Юпитера (масса $10^{27}$ г) при плотности $\rho = 1$ создают эксцентриситеты, сравнимые с единицей. Для сгущений в зонах внутренних планет (4) дает $\varepsilon \approx 10^{-3}$. Но в действительности некоторая доля массивных сгущений Юпитера залетала в другие зоны и создавала эксцентриситеты $\varepsilon \approx 0{,}5$ до такого расстояния, до которого они могли залетать в нужном количестве. А дальше в обе стороны от Юпитера эксцентриситеты уменьшались.

Уменьшение эксцентриситетов приводит к уменьшению ширины колец, приходившихся на каждую планету, а следовательно, к уменьшению расстояния между планетами по сравнению с предсказываемым формулой (1). Это уменьшение также должно быть симметричным в обе стороны от Юпитера. Точный вид этой симметрии не может быть установлен на основании развитых нами соображений. Но оказывается, что удовлетворительная апроксимация получается следующим образом. Занумеруем планеты в порядке их расстояний от Солнца: Меркурий — 1, Венера — 2, Земля — 3, Марс — 4, кольцо астероидов — 5, Юпитер — 6, Сатурн — 7, Уран — 8, Нептун — 9, Плутон — 10.

Положим:

$$\lg R_n = \lg R_6 + 0{,}301\,(n-6) + \alpha\,(n-6)^3 + \cdots \tag{5}$$

При этом должно иметь место соотношение $R_{6-k}R_{6+k} = R_6^2$, не выражаемое законом Боде — Тициуса, которое мы будем называть «правилом средних геометрических». Средние геометрические из расстояний симметричных относительно Юпитера планет: Плутона и Венеры, Нептуна и Земли, Урана и Марса, деленные на расстояние Юпитера, равны, соответственно, 1,03; 1,06; 1,04. Если же считать, что точка симметрии смещена относительно Юпитера и находится на расстоянии 5,4 АЕ, то соответствующие цифры: 0,99; 1,015; 1,00.

При $R_6 = 5{,}3$ АЕ, $\alpha = -5{,}25\cdot10^{-3}$ вычислены расстояния, приведенные в табл. 1.

Таблица 1

| Номер планеты | 2 | 3 | 4 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Вычисленные . . . . . . . | −0,144 | −0,037 | 0,164 | 0,724 | 1,020 | 1,284 | 1,485 | 1,592 |
| Наблюденные . . . . . . . | −0,143 | 0,000 | 0,183 | 0,716 | 0,974 | 1,283 | 1,478 | 1,597 |

При использовании члена 5-й степени в (5) точность апроксимации получается большая (средняя квадратичная ошибка 0,014).

Кроме закона планетных расстояний, можно установить связь между вращением планеты и ее массой. Вращение планеты зависит от свойств сгущений, из которых она образовалась, их числа и их вращения. Но из теории, развитой нами в ([1]), следует, что все величины, характеризующие сгущения, из которых произошли планеты, зависят исключительно от массы $M_n$ будущей планеты и ее расстояния $R_n$ от Солнца.

При объединении начальных сгущений в планеты орбитальный момент количества движения мог переходить во вращательный, в зависимости от формы орбит сгущений, т. е. их эксцентриситета $\varepsilon$ Но эксцентриситет одинаков от Земли до Нептуна включительно, так как, согласно (5), нелинейные члены для них несущественны. Вследствие этого вращательный момент этих планет вокруг собственной оси $K = f(M_n, R_n)$. В качестве параметров в эту зависимость могут войти масса Солнца $M_{\odot}$ и постоянная тяготения $\gamma$. Но в правой части размерность момента могут иметь лишь величины $\sqrt{\gamma M_{\odot} R_n}$ и $\sqrt{\gamma M_n R_n} = \sqrt{\gamma M_{\odot} R_n (M_n/M_{\odot})}$, откуда удельный момент $k_n = \sqrt{\gamma M_{\odot} R_n}\, f(M_n/M_{\odot})$.

Значит, отношение собственного момента планеты к ее орбитальному моменту зависит только от ее массы. Не учитывая внутренней структуры планет, положим $K_n = \frac{2}{5} M_n \omega_n r_n^2$, где $r_n$ — радиус планеты, а $\omega_n$ — угловая скорость ее вращения.

Эта зависимость имеет вид

$$y = 0{,}796\, x - 4{,}64 \cdot 10^{-2} (x - 0{,}770)^2 + \mathrm{const}, \qquad (6)$$

где $x = \lg \frac{M_n}{M_з}$; $y = \lg \frac{k_n}{\sqrt{\gamma M_{\odot} R_n}}$. Три константы определены так, чтобы кривая прошла через Юпитер, Уран и Марс. При этом значение для Земли отличается от вычисленного по этой формуле на 0,007, что может указывать на отсутствие перехода существенной части собственного момента Земли в орбитальный момент Луны.

Нептун ложится на кривую, если из двух его известных периодов оборота: $T_1 = 15^h{,}8$ ([2]) и $T_2 = 7^h{,}8$ ([3]) принять меньший период, полученный по фотометрическим наблюдениям, а Сатурн ложится на кривую, если вместо наблюдаемого радиуса $r_n^{(1)}$ приписать ему радиус $r_n^{(2)}$, который он имел бы при средней плотности Юпитера. В этом случае для всех шести планет среднее квадратичное отклонение от (6) равно 0,016. В соответствии с этими двумя возможностями для Нептуна и Сатурна в табл. 2 даны по два значения.

Таблица 2

| Номер планеты | 3 | 4 | 6 | $7_{I}$ | $7_{II}$ | 8 | $9_{I}$ | $9_{II}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y_{выч.} / y_{набл.}$ . . . . . . . . . | 0,015 | 1,000 | 1,000 | 1,490 | 1,026 | 1,000 | 2,22 | 1,090 |

Точность наблюдаемой закономерности превосходит точность теории, на основании которой мы ее установили, так как в нашем выводе плотности планет полагались равными, тогда как для внешних и внутренних планет они различаются в 3—4 раза.

Теоретический вывод этого соотношения связан с построением теории вращения планет, намеченной О. Ю. Шмидтом в работе [4], где получен вывод, что $\frac{k}{\sqrt{\gamma M_\odot R_n}}$ пропорционально $\sqrt{\frac{M_n}{R_n}}$.

Альфвен [5] рассматривал процесс гравитационного захвата частиц растущей планетой без непосредственных столкновений. Сечение захвата зависит от тех же величин $M_n$ и $R_n$, которые фигурировали в нашем выводе, и потому Альфвен получил зависимость $\frac{k}{\sqrt{\gamma M_\odot R_n}} = a\left(\frac{M_n}{M_\odot}\right)^{2/3}$, являющуюся частным случаем нашей общей зависимости.

Ленинградский государственный университет
им. А. А. Жданова

Поступило
24 VII 1950

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Л. Э. Гуревич и А. И. Лебединский, ДАН, 74, № 4 (1950). [2] D. H. Menzel and J. H. Moore, Publ. Astr. Soc. Pacific, 15, No. 236, 234 (1928). [3] E. Schönberg, Ann. Acad. Sci. Fennicae, ser. A, 16, No. 5 (1921). [4] О. Ю. Шмидт, Изв. АН СССР, сер. физ., 14, No. 1, 29 (1950). [5] H. Alfven, Stockholms Observatoriums Annaler, 14, No. 5 (1943).