Доклады Академии Наук СССР
1950. Том LXXIV, № 4

ГИДРОЛОГИЯ

Член-корреспондент АН СССР М. А. ВЕЛИКАНОВ

К ВОПРОСУ О МОРФОМЕТРИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИКАХ РУСЛОВОГО ПОТОКА

Природные водотоки, сами формирующие свое русло, создают для него весьма специфические формы, качественно тождественные для потоков, довольно сильно отличающихся и по размерам, и по режиму стока, и по ландшафтным условиям. Так например, для равнинных рек всех размеров характерными являются: извилистость в плане и связанное с нею чередование „плесов“ и „перекатов“, обычно соответствующих изгибам и перегибам в плане динамической оси потока.

Качественная морфология речного русла, представляющая особый интерес для речного судоходства, изучается уже много десятилетий, но количественные соотношения, или морфометрические характеристики руслового потока, лишь сравнительно недавно сделались объектом научного анализа. Давно известный факт уменьшения относительной глубины потока h/b (h — глубина, b — ширина) с возрастанием его размеров (или водоносности) получил впервые в 1924 г. (1) количественное выражение в виде равенства $\sqrt{b}/h = k$, причем было обнаружено, что постоянная k для мелкопесчаных русел равна (в метрических мерах) 5,5, а для русел из среднего песка 2,75. Такое убывание указанного параметра с размером фракции, в связи с некорректностью самого равенства в размерном отношении, дает, казалось бы, основание подставить под радикал в числителе размер (средний) частиц ложа D и переписать его в виде:

$$\sqrt{bD}/h = k_0, \tag{1}$$

где новый параметр будет уже безразмерным. Такое предположение, по крайней мере для равнинных рек, повидимому, подтверждается. Что же касается до горных рек, то там все вопросы морфометрии приходится ставить принципиально по-иному, и в настоящей статье мы их затрагивать не будем.

В 1947 г. была опубликована работа С. И. Рыбкина (2), представляющая шаг вперед по сравнению с предыдущей. На основании статистической обработки гидрометрических данных по 121 участку рек в бассейнах Верхней Волги и Оки С. И. Рыбкин получил следующие соотношения между шириною b, глубиной h, средним многолетним расходом q_0, скоростью u, уклоном i и модульным коэффициентом k:

$$b = a_1 q^{0,57} k^{0,13} i^{-0,07}, \quad h = a_2 q^{0,22} k^{0,50} i^{-0,24}, \quad u = a_3 q^{0,21} k^{0,37} i^{0,31}. \tag{2}$$

Нетрудно видеть, что из этих трех равенств независимыми являются лишь два: тождество $bhu = q_0 k$ (т. е. расходу) определяет три показателя из девяти и требует выполнения условия $a_1 a_2 a_3 = 1$.

В этих равенствах мы опять видим несоблюдение принципа размерностей, особо бросающееся в глаза для первых двух равенств: в правых их частях фигурируют и длина и время, а в левых частях — лишь длина. Кроме того, если из второго и третьего равенства исключить расход q_0 и выразить таким образом скорость, как обычно, через глубину и уклон, то мы получим очень большое несоответствие с принятыми, и практически бесспорными, эмпирическими формулами гидравлики.

И, наконец, непонятно, каким образом показатели при q_0 (средний многолетний расход) и при k (отношение данного расхода к средне-многолетнему) оказались различными. Их произведение представляет собою тот именно расход, к которому относятся данные размеры потока, и нет, казалось бы, никаких оснований для введения в формулы двух величин q_0 и k, как будто бы самостоятельно и раздельно влияющих на форму русла.

Поэтому, хотя общую тенденцию С. И. Рыбкина: выразить параметры формы потока (ширину и глубину) через динамические характеристики (расход и уклон) нужно считать прогрессивной по сравнению с предшествующей попыткой (1924 г.) связать ширину и глубину потока лишь между собою, но структура самих формул, конечно, нуждается в коренной реконструкции.

Попутно отметим, что из первых двух равенств (2) можно легко получить:

$$\frac{\sqrt{b}}{h} = \frac{\sqrt{a_1}}{a_2}\, q_0^{0,06}\, k^{-0,44}\, i^{0,20}, \tag{3}$$

что, ввиду малости показателя при q, довольно близко подходит к равенству 1924 г. (1), а измерение уклона на равнинных реках вообще страдает неточностью, а потому показатели при i в формулах (2) не заслуживают большого доверия.

В настоящей статье мы ставим своей задачей: вывести из основных гидрологических предпосылок, из бесспорных гидравлических формул и из принципа размерностей тот самый общий вид морфометрических зависимостей, которому должны удовлетворять любые формулы, полученные чисто эмпирическим путем.

Средняя (по сечению) скорость руслового потока зависит, как известно, от глубины, от уклона и от шероховатости. Последняя может быть охарактеризована средним размером донных наносов. Что касается до уклона, то он может входить в формулу лишь множителем при ускорении силы тяжести, потому что величина (gi) и представляет собой ту продольную компоненту силы тяжести (отнесенную к единице веса жидкости), которая обусловливает движение потока.

Считая бесспорным, что все поверхностные потоки (не слишком малых размеров) удовлетворяют закону квадратичного сопротивления, т. е. что средняя скорость u пропорциональна динамической скорости $\sqrt{ghi}$, представляя фактор шероховатости в степенном виде: $(D/h)^n$, как это принимается большинством гидравлических формул, напишем равенство*:

$$u = c\,(h/D)^n \sqrt{ghi}. \tag{4}$$

Показатель n, согласно весьма обстоятельным исследованиям Н. Н. Павловского ([4]), для природных потоков находится обычно в пределах $^1/_4 - ^1/_3$, но может доходить и до $^1/_2$.

Переходим к составлению морфометрических формул и примем, что основные размеры потока могут в основном зависеть только от трех факторов: расхода q, фактора тяготения (gi) и крупности частиц ложа D. Исходя из простейшей одночленной формы зависимости, напишем ее в виде:

$$b = \alpha_1 q^{x_1} (gi)^{y_1} D^{z_1}, \tag{5}$$

$$h = \alpha_2 q^{x_2} (gi)^{y_2} D^{z_2}. \tag{6}$$

---

* Впервые формула этого вида была предложена В. Н. Гончаровым ([3]), но для частного значения: $n = ^1/_4$.

К этим двум равенствам добавляем аналогичное для скорости:

$$u = \alpha_3 q^{x_3} (gi)^{y_3} D^{z_3}, \tag{7}$$

все параметры которого, согласно вышеуказанному тождеству $bhu = q$, определяются равенствами:

$$x_3 = 1 - x_1 - x_2, \quad y_3 = -y_1 - y_2, \quad z_3 = -z_1 - z_2.$$

Для равенств (5) и (6), применяя принцип размерностей, легко найдем: $y_1 = -x_1/2$, $z_1 = 1 - {}^5/_2 x_1$, $y_2 = -x_2/2$, $z_2 = 1 - {}^5/_2 x_2$, в результате чего эти равенства преобразуются к виду

$$b = \alpha_1 D \left[\frac{q}{D^2 \sqrt{gDi}}\right]^{x_1}, \tag{8}$$

$$h = \alpha_2 D \left[\frac{q}{D^2 \sqrt{gDi}}\right]^{x_2}, \tag{9}$$

и соответственно для скорости:

$$u = \frac{q}{bh} = \frac{1}{\alpha_1 \alpha_2} \frac{q}{D^2 \left[q / D^2 \sqrt{gDi}\right]^{x_1 + x_2}}. \tag{10}$$

Итак, мы пришли к важному выводу: оказалось, что независимых показателей в искомых морфометрических зависимостях только два (а не шесть, как ошибочно получилось у С. И. Рыбкина, в результате игнорирования им принципа размерностей). Отметим, что ошибочность формул (2) еще усугубляется тем, что один из важнейших факторов: размер частиц — им также игнорируется. Если бы мы, следуя Рыбкину, опустили фактор D и написали: $b = \alpha_1 q^{x_1} (gi)^{y_1}$, $h = \alpha_2 q^{x_2} (gi)^{y_2}$, то, применяя обязательный во всех случаях принцип размерностей, мы получили бы просто $x_1 = x_2 = {}^2/_5$; $y_1 = y_2 = -{}^1/_5$. Но в таком случае отношение (b/h) оказалось бы постоянным, что явно противоречит известному факту возрастания этого отношения с размером потока. И если в формулах Рыбкина показатель при q в выражении для h получился гораздо меньше, чем для b, — как это и должно быть! — то это есть лишь результат случайной компенсации двух ошибок: одновременного игнорирования и принципа размерностей и бесспорной зависимости формы потока от механического состава его ложа.

Проанализируем теперь полученные нами зависимости (8), (9). Подставляя значение q из уравнения (9) в уравнение (10), мы, очевидно, получим зависимость u от h, (gi) и D, которая должна быть тождественна с (4). Приравнивая поэтому показатели в обоих выражениях для скорости, мы получим:

$$x_2 = \frac{1 - x_1}{n + {}^3/_2}, \quad \text{или} \quad n = \frac{1 - x_1}{x_2} - \frac{3}{2}. \tag{11}$$

Мы попрежнему имеем два независимых показателя: x_1 и n, но один из них нами взят из гидравлических зависимостей и, согласно Н. Н. Павловскому, мы знаем пределы его значений: ${}^1/_4 \leqslant n \leqslant {}^1/_2$.

Составим теперь из (8) и (9) выражение для отношения b/h: $\frac{b}{h} = \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \left[\frac{q}{D^2 \sqrt{gDi}}\right]^{x_1 - x_2}$. Подставляя вместо q его тождественное значение $q = bhu$, а для u — его значение из (4), мы после всех элементарных преобразований будем иметь:

$$\frac{b}{h} = \left(\frac{\alpha_1}{\alpha_2} c^{x_1 - x_2}\right) \left[\frac{bh}{D^2} \left(\frac{h}{D}\right)^{n + {}^1/_2}\right]^{x_1 - x_2}.$$

Обозначая безразмерную константу через β и перенося все размерные множители в левую часть, мы получим

$$\frac{b^{1-x_1-x_2} D^{(x_1-x_2)(n+{}^5/_2)}}{h^{(x_1-x_2)(n+{}^3/_2)+1}} = \beta.$$

Далее, выделяем в левой части множитель bD/h^2, который по уравнению (1) принимался за постоянный, и заменяем параметр n через его выражение (11). Получаем окончательно:

$$\frac{bD}{h^2}\left(\frac{D}{h}\right)^{x_1/x_2-2} = \text{const}. \tag{12}$$

Мы получим, таким образом, условие справедливости (1) в виде равенства $x_1 = 2x_2$; в этом случае отношение bD/h^2 не зависит от расхода. Если теперь допустить, что равенство (1) подтверждается предшествующими обработками, то независимым показателем будет только один: n или $x_1 = \frac{2}{n+{}^7/_2}$. А так как n, по вышесказанному, изменяется в пределах от $^1/_4$ до $^1/_2$, то показатель x_1 соответственно должен изменяться в пределах от 0,50 до 0,53 и x_2 — в пределах от 0,25 до 0,27.

В формулах С. И. Рыбкина $x_1 = 0{,}57$, а $x_2 = 0{,}22$, т. е. первый несколько выше, а второй ниже полученных нами пределов, что можно целиком отнести за счет некоторой неточности исходных материалов; остальные же показатели у него просто ошибочны, что является результатом несоблюдения автором бесспорных условий теории размерностей.

Выводы из проведенного нами анализа можно сформулировать следующим образом. Обработкой полевых данных (экспедиционных или стационарных) мы можем получить значения показателей x_1 и x_2 в уравнениях (8) и (9); остальные показатели тем самым определяются однозначно. Если при этом получится, что условие $x_1 = 2x_2$ оправдывается (в пределах возможной точности всех измерений), то мы приходим к одному независимому показателю, который логичнее всего выразить через показатель n в чисто гидравлической зависимости (4).

Настоящая статья посвящена постановке задачи нахождения основных морфометрических зависимостей для равнинных рек, протекающих в сравнительно однородных аллювиальных грунтах. Дальнейшее углубление и уточнение задачи должно заключаться, во-первых, в учете влияния внутригодового распределения стока и, в частности, формы гидрографа паводка, на соотношение между боковой и глубинной эрозией, а следовательно, и на отношение ширины к глубине; а во-вторых, необходимо исследовать влияние береговой растительности, а на севере — мерзлотности и позднего таяния берегов, на стеснение боковой эрозии, т. е. опять-таки на отношение ширины к глубине. Но для этого материалов пока еще недостаточно.

Институт географии
Академии наук СССР

Поступило
24 VII 1950

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Тр. 1-го Всерос. гидролог. съезда, Л., 1925. [2] С. И. Рыбкин, Метеорология и гидрология, № 4 (1947). [3] В. Н. Гончаров, О взвешивании наносов, 1933. [4] Н. Н. Павловский, Гидравлический справочник, 1937.