

ГИДРОМЕХАНИКА

В. А. ЕВДОКИМОВА

ПЕРВАЯ ФАЗА НЕУСТАНОВИВШЕЙСЯ РАДИАЛЬНОЙ  
ФИЛЬТРАЦИИ ЖИДКОСТЕЙ

(Представлено академиком Л. С. Лейбензоном 3 VIII 1950)

1. Дифференциальное уравнение первой фазы неустановившейся фильтрации жидкостей. Первая фаза неустановившейся радиальной фильтрации жидкостей (газов, капельно-сжимаемой жидкости в условиях упругого режима, несжимаемой жидкости в условиях гравитационного режима) (см. (1)) рассматривается как непрерывная последовательность стационарных состояний.

Обозначим:  $Q_m$  — массовый расход жидкости;  $k$  — проницаемость;  $b$  — мощность пласта;  $\mu$  — абсолютная вязкость жидкости,  $P_k$  и  $P_c$  — соответственно, давления на скважине и на границе „воронки депрессии“ (см. (1));  $R_c$  — радиус скважины;  $R_k$  — радиус воронки депрессии;  $h_k$  и  $h_c$  — значения напора на контуре питания и на скважине (при гравитационном режиме);  $\rho_k$  и  $\rho_c$  — плотность жидкости, соответственно, при давлениях  $P_k$  и  $P_c$ ;  $\beta$  — коэффициент объемного упругого расширения жидкости,  $\gamma$  — удельный вес жидкости.

При определении массового расхода жидкости можно воспользоваться формулой для установившегося движения:

$$Q_m = A \frac{\varphi_k - \varphi_c}{\ln(R_k/R_c)}, \quad (1)$$

где значения  $A$ ,  $\varphi_k$  и  $\varphi_c$  приведены в табл. 1, причем величина  $\varphi_k$  в течение первой фазы неустановившейся фильтрации постоянна и равна начальному значению  $\varphi_n$ .

Под величиной радиуса контура  $R_k$  в формуле (1) понимается расстояние от скважины до расположенных на цилиндрической поверхности точек пласта, начиная с которых при дальнейшем увеличении расстояния от скважины величина  $\varphi$  остается неизменной и равной начальному значению  $\varphi_k = \varphi_n$ .

Величина  $R_k$  является переменной, увеличивающейся с течением времени.

Масса жидкости, извлеченной из пласта за время  $dt$ , определяется из условий материального баланса

$$Q_m dt = a d[(R_k^* - 1)(1 - \xi)], \quad (2)$$

где  $R_k^* = R_k/R_c$ , а значения  $a$  и  $\xi$  приведены в табл. 1.

Таблица 1

Значение величин  $A$ ,  $\varphi_K$  и  $\varphi_c$  для некоторых жидкостей и режимов пласта

Жидкость	Режим пласта	$A$	$\varphi_K$	$\varphi_c$	$\xi$	$\varepsilon$	$a$
Газ	Газовый	$\frac{\pi k b \rho_{am}}{\mu P_{am}}$	$P_K^2$	$P_c^2$	$\frac{\tilde{P}}{P_K}$	$\frac{P_c}{P_K}$	$\pi b m R_c^2 P_K \rho_{am}$
Сжимаемая жидкость	Упругий	$\frac{2\pi k b}{\mu \beta}$	$\rho_K$	$\rho_c$	$\frac{\tilde{\rho}}{\rho_K}$	$\frac{\rho_c}{\rho_K}$	$\pi b m R_c^2 \rho_K$
Несжимаемая жидкость	Гравитационный (движение жидкости со свободной поверхностью)	$\frac{\pi k \gamma}{\mu} \rho_{am}$	$h_K^2$	$h_c^2$	$\frac{\tilde{h}}{h_K}$	$\frac{h_c}{h_K}$	$2\pi m R_c^2 h_K$

Подставив выражение  $Q_m$  из формулы (1) в уравнение (2), получим:

$$A \frac{\varphi_K - \varphi_c}{\ln R_K^*} dt = a d [(R_K^{**} - 1)(1 - \xi)]. \quad (3)$$

Уравнение (3) — дифференциальное уравнение первой фазы неустановившейся радиальной фильтрации жидкостей.

Начальное условие и граничные условия на контуре скважины и на контуре воронки депрессии выражаются так:

начальное условие: при  $t = 0$   $\varphi = \varphi_K = \varphi_n = \text{const}$ ;

граничное условие: на контуре воронки депрессии  $\varphi_K = \text{const}$ .

На контуре скважины граничные условия определяются условием отбора. К таковым, в частности, могут относиться: а) эксплуатация скважины при условии отбора  $\varphi_c = \text{const}$ ; б) эксплуатация скважины при условии поддержания постоянного массового расхода жидкости, что дает  $Q_m = \text{const}$ .

2. Уравнение первой фазы неустановившейся фильтрации жидкостей при условии отбора  $\varphi_c = \text{const}$ . В случае эксплуатации скважины при условии отбора  $\varphi_c = \text{const}$ , решая совместно уравнения (1) и (2) и вводя безразмерное время

$$\tau = \frac{A (\varphi_K - \varphi_c)}{a} t, \quad (4)$$

найдем

$$\tau = \int_1^{R_K^*} \ln R_K^* d [(R_K^{**} - 1)(1 - \xi)]. \quad (5)$$

Полученное уравнение устанавливает в общем виде зависимость безразмерного радиуса  $R_K^*$  от безразмерного времени  $\tau$ .

3. Эксплуатация скважины при условии отбора  $Q_m = \text{const}$ . Оставляя обозначения прежними, имеем

$$Q_m = \frac{B}{\ln R_K^*} \left( 1 - \frac{\varphi_c}{\varphi_K} \right), \quad (6)$$

$$Q_m dt = a d [(R_K^{**} - 1)(1 - \xi)], \text{ где } B = \varphi_K A. \quad (7)$$

Так как  $Q_m = \text{const}$ , то из уравнения (7)

$$t = \frac{a [(R_K^{**} - 1)(1 - \xi)]}{Q_m}. \quad (8)$$

Вводя безразмерные время  $\tau = \frac{Q_m}{a} t$  и дебит  $Q^* = \frac{Q_m}{A\varphi_k}$ , получим

$$\tau = (R_k^{**} - 1)(1 - \xi), \quad (9)$$

$$Q^* = \frac{1 - \varphi_c / \varphi_k}{\ln R_k^*}. \quad (10)$$

Уравнения (9) и (10) являются общим решением задачи, поскольку они позволяют определить изменение во времени безразмерных величин  $\varphi_c / \varphi_k$  и  $R_k^*$ .

Значения входящих в уравнения (5) и (9) величин  $\xi = \xi(R_k^*, \varepsilon)$  для газа, несжимаемой жидкости в условиях гравитационного режима и сжимаемой жидкости в условиях упругого режима даны в исследованиях<sup>(2, 3)</sup>.

Для газа приближенно можно принять

$$1 - \xi = \frac{1 - \varepsilon^2}{2} \left( \frac{1}{2 \ln R_k^*} - \frac{1}{R_k^{**} - 1} \right); \quad (11)$$

для сжимаемой жидкости

$$1 - \xi = (1 - \varepsilon) \left( \frac{1}{2 \ln R_k^*} - \frac{1}{R_k^{**} - 1} \right). \quad (12)$$

Вводя выражения (11) и (12) в уравнение (5), получим общее решение задачи о первой фазе неустановившейся фильтрации жидкости при условии отбора  $\varphi_c = \text{const}$  в виде:

$$\tau^* = R_k^{**} - 1 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2 \ln R_k^*)^n}{n \cdot n!}, \quad (13)$$

где в случае фильтрации газа  $\tau^* = \frac{4}{1 - \varepsilon^2} \tau$ , при фильтрации сжимаемой жидкости  $\tau^* = \frac{2}{1 - \varepsilon} \tau$ .

Подставив выражения (11) и (12) в уравнение (9), получим общее решение задачи о первой фазе неустановившейся радиальной фильтрации жидкости при условии отбора  $Q_m = \text{const}$  в виде:

$$\tau^* = \frac{R_k^{**} - 1}{2 \ln R_k^*} - 1, \quad (14)$$

где в случае фильтрации газа  $\tau^* = \frac{2}{1 - \varepsilon^2} \tau$ , а при фильтрации сжимаемой жидкости  $\tau^* = \frac{1}{1 - \varepsilon} \tau$ .

Поступило  
7 VI 1950

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> В. Н. Щелкачев и Б. Б. Лапук, Подземная гидравлика, М.—Л., 1949.  
<sup>2</sup> Б. Б. Лапук, Теоретические основы разработки месторождений природных газов, М.—Л., 1948. <sup>3</sup> И. А. Чарный, Изв. АН СССР, ОН, № 3 (1949).