

ГИДРОМЕХАНИКА

В. А. ЕВДОКИМОВА

ПЕРВАЯ ФАЗА НЕУСТАНОВИВШЕЙСЯ РАДИАЛЬНОЙ
ФИЛЬТРАЦИИ ЖИДКОСТЕЙ

(Представлено академиком Л. С. Лейбензоном 3 VIII 1950)

1. Дифференциальное уравнение первой фазы неустановившейся фильтрации жидкостей. Первая фаза неустановившейся радиальной фильтрации жидкостей (газов, капельно-сжимаемой жидкости в условиях упругого режима, несжимаемой жидкости в условиях гравитационного режима) (см. (1)) рассматривается как непрерывная последовательность стационарных состояний.

Обозначим: Q_m — массовый расход жидкости; k — проницаемость; b — мощность пласта; μ — абсолютная вязкость жидкости, P_k и P_c — соответственно, давления на скважине и на границе „воронки депрессии“ (см. (1)); R_c — радиус скважины; R_k — радиус воронки депрессии; h_k и h_c — значения напора на контуре питания и на скважине (при гравитационном режиме); ρ_k и ρ_c — плотность жидкости, соответственно, при давлениях P_k и P_c ; β — коэффициент объемного упругого расширения жидкости, γ — удельный вес жидкости.

При определении массового расхода жидкости можно воспользоваться формулой для установившегося движения:

$$Q_m = A \frac{\varphi_k - \varphi_c}{\ln(R_k / R_c)}, \quad (1)$$

где значения A , φ_k и φ_c приведены в табл. 1, причем величина φ_k в течение первой фазы неустановившейся фильтрации постоянна и равна начальному значению φ_n .

Под величиной радиуса контура R_k в формуле (1) понимается расстояние от скважины до расположенных на цилиндрической поверхности точек пласта, начиная с которых при дальнейшем увеличении расстояния от скважины величина φ остается неизменной и равной начальному значению $\varphi_k = \varphi_n$.

Величина R_k является переменной, увеличивающейся с течением времени.

Масса жидкости, извлеченной из пласта за время dt , определяется из условий материального баланса

$$Q_m dt = a d [(R_k^* - 1) (1 - \xi)], \quad (2)$$

где $R_k^* = R_k / R_c$, а значения a и ξ приведены в табл. 1.

Таблица 1

Значение величин A , φ_k и φ_c для некоторых жидкостей и режимов пласта

Жидкость	Режим пласта	A	φ_k	φ_c	ξ	ε	a
Газ	Газовый	$\frac{\pi k b \rho_{am}}{\mu P_{am}}$	P_k^2	P_c^2	$\frac{P}{P_k}$	$\frac{P_c}{P_k}$	$\pi b m R_c^2 P_k \rho_{am}$
Сжимаемая жидкость	Упругий	$\frac{2\pi k b}{\mu \beta}$	ρ_k	ρ_c	$\frac{\rho}{\rho_k}$	$\frac{\rho_c}{\rho_k}$	$\pi b m R_c^2 \rho_k$
Несжимаемая жидкость	Гравитационный (движение жидкости со свободной поверхностью)	$\frac{\pi k \gamma}{\mu} \rho_{am}$	h_k^2	h_c^2	$\frac{h}{h_k}$	$\frac{h_c}{h_k}$	$2\pi m R_c^2 h_k$

Подставив выражение Q_m из формулы (1) в уравнение (2), получим:

$$A \frac{\varphi_k - \varphi_c}{\ln R_k^*} dt = ad [(R_k^{**} - 1)(1 - \xi)]. \quad (3)$$

Уравнение (3) — дифференциальное уравнение первой фазы неустановившейся радиальной фильтрации жидкостей.

Начальное условие и граничные условия на контуре скважины и на контуре воронки депрессии выражаются так:

начальное условие: при $t = 0$ $\varphi = \varphi_k = \varphi_n = \text{const}$;

граничное условие: на контуре воронки депрессии $\varphi_k = \text{const}$.

На контуре скважины граничные условия определяются условием отбора. К таковым, в частности, могут относиться: а) эксплоатация скважины при условии отбора $\varphi_c = \text{const}$; б) эксплоатация скважины при условии поддержания постоянного массового расхода жидкости, что дает $Q_m = \text{const}$.

2. Уравнение первой фазы неустановившейся фильтрации жидкостей при условии отбора $\varphi_c = \text{const}$. В случае эксплоатации скважины при условии отбора $\varphi_c = \text{const}$, решая совместно уравнения (1) и (2) и вводя безразмерное время

$$\tau = \frac{A(\varphi_k - \varphi_c)}{a} t, \quad (4)$$

найдем

$$\tau = \int_1^{R_k^*} \ln R_k^* d [(R_k^{**} - 1)(1 - \xi)]. \quad (5)$$

Полученное уравнение устанавливает в общем виде зависимость безразмерного радиуса R_k^* от безразмерного времени τ .

3. Эксплоатация скважины при условии отбора $Q_m = \text{const}$. Оставляя обозначения прежними, имеем

$$Q_m = \frac{B}{\ln R_k^*} \left(1 - \frac{\varphi_c}{\varphi_k} \right), \quad (6)$$

$$Q_m dt = ad [(R_k^{**} - 1)(1 - \xi)], \text{ где } B = \varphi_k A. \quad (7)$$

Так как $Q_m = \text{const}$, то из уравнения (7)

$$t = \frac{a [(R_k^{**} - 1)(1 - \xi)]}{Q_m}. \quad (8)$$

Вводя безразмерные время $\tau = \frac{Q_{\kappa}}{a} t$ и дебит $Q^* = \frac{Q_{\kappa}}{A \varphi_{\kappa}}$, получим

$$\tau = (R_{\kappa}^{**} - 1)(1 - \xi), \quad (9)$$

$$Q^* = \frac{1 - \varphi_c / \varphi_{\kappa}}{\ln R_{\kappa}^*}. \quad (10)$$

Уравнения (9) и (10) являются общим решением задачи, поскольку они позволяют определить изменение во времени безразмерных величин $\varphi_c / \varphi_{\kappa}$ и R_{κ}^* .

Значения входящих в уравнения (5) и (9) величин $\xi = \xi(R_{\kappa}, \varepsilon)$ для газа, несжимаемой жидкости в условиях гравитационного режима и сжимаемой жидкости в условиях упругого режима даны в исследованиях ^(2, 3).

Для газа приближенно можно принять

$$1 - \xi = \frac{1 - \varepsilon^2}{2} \left(\frac{1}{2 \ln R_{\kappa}^*} - \frac{1}{R_{\kappa}^{**} - 1} \right); \quad (11)$$

для сжимаемой жидкости

$$1 - \xi = (1 - \varepsilon) \left(\frac{1}{2 \ln R_{\kappa}^*} - \frac{1}{R_{\kappa}^{**} - 1} \right). \quad (12)$$

Вводя выражения (11) и (12) в уравнение (5), получим общее решение задачи о первой фазе неустановившейся фильтрации жидкости при условии отбора $\varphi_c = \text{const}$ в виде:

$$\tau^* = R_{\kappa}^{**} - 1 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2 \ln R_{\kappa}^*)^n}{n \cdot n!}, \quad (13)$$

где в случае фильтрации газа $\tau^* = \frac{4}{1 - \varepsilon^2} \tau$, при фильтрации сжимаемой жидкости $\tau = \frac{2}{1 - \varepsilon} \tau$.

Подставив выражения (11) и (12) в уравнение (9), получим общее решение задачи о первой фазе неустановившейся радиальной фильтрации жидкости при условии отбора $Q_{\kappa} = \text{const}$ в виде:

$$\tau^* = \frac{R_{\kappa}^{**} - 1}{2 \ln R_{\kappa}^*} - 1, \quad (14)$$

где в случае фильтрации газа $\tau^* = \frac{2}{1 - \varepsilon^2} \tau$, а при фильтрации сжимаемой жидкости $\tau^* = \frac{1}{1 - \varepsilon} \tau$.

Поступило
7 VI 1950

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ В. Н. Щелкачев и Б. Б. Лапук, Подземная гидравлика, М.—Л., 1949.
² Б. Б. Лапук, Теоретические основы разработки месторождений природных газов, М.—Л., 1948. ³ И. А. Чарный, Изв. АН СССР, ОТН, № 3 (1949).