

С. И. БОРОВИЦКИЙ и Е. И. ТИХОНОВА

О СПЕКТРАЛЬНОМ МЕТОДЕ ИССЛЕДОВАНИЯ СТАТИСТИЧЕСКИХ ЯВЛЕНИЙ В ГАЗОВОМ РАЗРЯДЕ

(Представлено академиком А. А. Андроновым 14 VI 1950)

1. Как известно, при изменении напряжения на электродах зажигание или гашение разряда происходит не при строго определенном значении напряжения: существует статистический разброс около некоторых средних значений напряжения зажигания и гашения. Говоря о статистических явлениях в газовом разряде, мы здесь имеем в виду наличие этого разброса. Статистическим явлениям в газовом разряде посвящена довольно обширная литература ⁽¹⁾.

Здесь излагается новый и простой метод экспериментального исследования статистических явлений в газовом разряде. Этот метод основан на исследовании спектра тока, возникающего в разрядной трубке при подаче на ее электроды периодического (например, синусоидального) напряжения. Как было указано на основании теоретических соображений Г. С. Гореликом ⁽²⁾ и подтверждено нами на опыте, этот спектр состоит из двух частей: дискретных линий и сплошного спектра; последний целиком обусловлен статистическими явлениями.

2. Будем считать, что флуктуации, имеющие место при погашенной или зажженной трубке, малы и ими можно пренебречь. Тогда теория предлагаемого метода сводится к следующему.

Пусть к электродам приложено синусоидальное напряжение периода T

$$u = U \cos 2\pi Ft, \quad F = \frac{1}{T}.$$

Лампа зажигается в моменты

$$t_\mu = \mu \frac{T}{2} + \varepsilon_\mu \quad (\mu = 1, 2, 3, \dots)$$

(за период происходит два зажигания) и гаснет в моменты

$$\tau_\mu = \mu \frac{T}{2} + \tau + \delta_\mu,$$

где τ — средняя продолжительность импульса тока, ε_μ и δ_μ — случайные отклонения времени зажигания и гашения от их средних значений. Их статистические средние

$$\bar{\varepsilon}_\mu = 0, \quad \bar{\delta}_\mu = 0.$$

Будем считать, что когда разряд начался, импульс тока описывается формулой вида

$$(-1)^{\mu} \varphi(t - \mu T/2).$$

Множитель $(-1)^{\mu}$ означает, что при двух последовательных зажиганиях возникают токи противоположного направления. Выбор аргумента $t - \mu T/2$ определяется предположением, что случайный разброс не влияет на „фазу“ тока: когда разряд зажегся, „фаза“ тока зависит лишь от фазы напряжения u .

За произвольное число N периодов напряжения u ток может быть описан формулой

$$x(t) = \sum_{\mu=1}^N (-1)^{\mu} \varphi_{\mu}(t - \mu T/2), \quad (1)$$

где

$$\varphi_{\mu}(t - \mu T/2) = \varphi(t - \mu T/2) \quad \text{для} \quad t_{\mu} \leq t \leq \tau_{\mu}; \quad (2a)$$

$$\varphi_{\mu}(t - \mu T/2) = 0 \quad \text{для} \quad t < t_{\mu}, \quad \tau_{\mu} < t. \quad (2б)$$

3. Для вычисления спектра тока сделаем простейшие предположения о статистическом поведении случайных величин ε_{μ} и δ_{μ} . Будем считать, что ε_{μ} , ε_{ν} , δ_{μ} , δ_{ν} попарно статистически независимы при любых $\mu \neq \nu$. Примем, что плотности вероятности $\Phi_1(\varepsilon_{\mu})$ и $\Phi_2(\delta_{\mu})$ отклонений ε_{μ} и δ_{μ} не зависят от μ (т. е. от времени). Этим самым мы предполагаем, что в системе, кроме u , нет параметров, изменяющихся со временем. Примем далее, что функции $\Phi_1(\varepsilon)$, $\Phi_2(\delta)$ — четные и настолько быстро убывают с ростом ε и δ , что можно считать приближенно

$$\varphi(t + \varepsilon) = \varphi(t), \quad \varphi(t + \delta) = \varphi(t). \quad (3)$$

Разложим функцию $x(t)$ в ряд Фурье в интервале $0 \leq t \leq NT = S$

$$x(t) = C_m e^{i2\pi f_m t}, \quad f_m = \frac{m}{S}, \quad (4)$$

где

$$C_m = \frac{1}{S} \int_0^S x(t) e^{-i2\pi f_m t} dt = \frac{1}{S} \sum_{\mu=1}^N (-1)^{\mu} \int_{t_{\mu}}^{\tau_{\mu}} \varphi_{\mu}\left(t - \frac{\mu T}{2}\right) e^{-i2\pi f_m t} dt, \quad (5)$$

откуда, имея в виду (3), получим

$$C_m = -\frac{1}{S} \sum_{\mu=1}^N (-1)^{\mu} e^{-2\pi f_m \mu T/2} \left\{ \frac{i\varphi(0)}{2\pi f_m} (1 - e^{-i2\pi f_m \varepsilon_{\mu}}) + \right. \\ \left. + c_m + \frac{i\varphi(\tau)}{2\pi f_m} e^{-i2\pi f_m \tau} (e^{-i2\pi f_m \delta_{\mu}} - 1) \right\}, \quad (6)$$

где

$$c_m = \int_0^{\tau} \varphi(\xi) e^{-i\omega_m \xi} d\xi. \quad (7)$$

Вычислив $\overline{C_m C_m^*}$ с учетом сделанных статистических предположений и исследуя поведение этой величины при $N \rightarrow \infty$, мы приходим к следующим результатам.

1) При $N \rightarrow \infty$ и $m/N = 2k+1$ ($k=0, 1, 2, \dots$) величина $\overline{C_m C_m^*}$ стремится к конечному пределу g_{2k+1} . Он представляет собой интен-

сивность дискретной линии частоты $f = (2k + 1)F$ (в спектре тока есть только нечетные гармоники основной частоты).

2) При $N \rightarrow \infty$, $m/N \neq 2k + 1$ существует

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{C_m C_m^*}{1/NT} = G(f) = \frac{\varphi^2(0)F}{4\pi^2 f^2} (1 - \overline{\cos 2\pi f \varepsilon^2}) + \frac{\varphi^2(\tau)F}{4\pi^2 f^2} (1 - \overline{\cos \pi f \delta^2}). \quad (8)$$

Он представляет собой спектральную плотность сплошного спектра на частоте f .

Рассмотрим величину

$$1 - \overline{\cos 2\pi f \varepsilon^2}. \quad (9)$$

Если распределение $\Phi_1(\varepsilon)$ гауссово, т. е.

$$\Phi_1(\varepsilon) = \frac{e^{-\varepsilon^2/2\sigma^2}}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}, \quad (10)$$

то

$$\overline{\cos 2\pi f \varepsilon^2} = e^{-2\pi^2 f^2 \sigma^2}, \quad (11)$$

и выражение (9) монотонно растет от 0 при $f = 0$ до 1 при $f \rightarrow \infty$. Если $\Phi_1(\varepsilon)$ не гауссово, то выражение (9) также изменяется от значения 0 при $f = 0$ до значения 1 при $f \rightarrow \infty$ (за исключением $\Phi_1(\varepsilon)$, не могущих встретиться на практике), но не обязательно монотонно.

То же самое можно сказать о выражении

$$1 - \overline{\cos 2\pi f \delta^2}. \quad (12)$$

Заметим далее, что при $f = 0$

$$g(0) = [\varphi^2(0)\overline{\varepsilon^2} + \varphi^2(\tau)\overline{\delta^2}]F \quad (13)$$

и что при достаточно больших f $G(f)$ убывает как $1/f^2$.

Измерив интенсивность дискретных линий и сплошного спектра и найдя из разложения осциллограммы x (ее можно получить с помощью электронного осциллоскопа) коэффициенты c_m , мы можем вычислить функции $\overline{\cos 2\pi f \varepsilon^2}$ и $\overline{\cos 2\pi f \delta^2}$, зная которые, легко найти и функции $\Phi_1(\varepsilon)$ и $\Phi_2(\delta)$, являющиеся их фурье-сопряженными. (С помощью аппаратуры, вырезающей часть кривой тока, можно с самого начала отделить статистику зажигания от статистики гашений; при этом упрощается обработка результатов эксперимента.)

4. В качестве иллюстрации изложенного метода опишем проведенные нами эксперименты. Сигнальная неоновая лампа питалась от генератора звуковой частоты. Напряжение с сопротивления, включенного последовательно с лампой, подавалось на гармонический анализатор, представляющий собой супергетеродинный приемник с очень узкой полосой пропускания (около 30 гц). Показание квадратичного прибора, стоявшего на выходе анализатора при настройке последнего на сплошной спектр (т. е. на частоты f , достаточно удаленные от частот, кратных F), равно

$$\alpha(f) = G(f)k, \quad (14)$$

где для нашего случая $k = 2,2 \frac{\text{ампер}^2}{\text{гц. град. шкалы}}$.

Полученные на опыте графики зависимости α от частоты f изображены на рис. 1 для трех частот питающего напряжения: $F = 5, 10, 15$ кгц. Кривые, снятые в различное время и с разными однотипными лампами, хорошо повторяются.

В статическом режиме были измерены ток зажигания и ток гашения. Они оказались равными, соответственно, 1 и 0,2 ма. Мы видим, что $\varphi^2(0)$ значительно больше $\varphi^2(\tau)$. Предполагая, что $\bar{\epsilon}^2$ и $\bar{\delta}^2$ одного порядка, мы можем пренебречь вторым членом в (13) (в условиях нашего опыта статистика гашений не играет существенной роли), откуда

$$\bar{\epsilon}^2 = \frac{\alpha(0)}{k\varphi^2(0)F}. \quad (15)$$

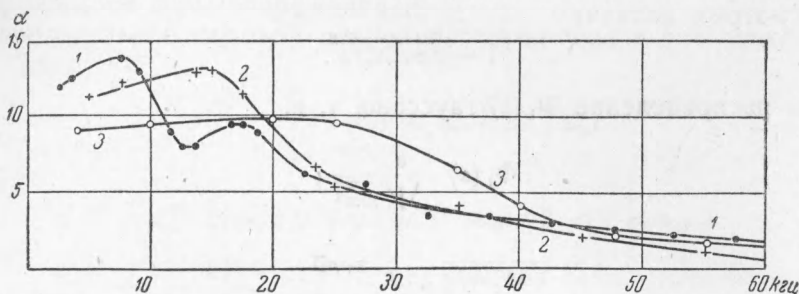


Рис. 1. 1 — $F = 5$ кгц, 2 — $F = 10$ кгц, 3 — $F = 15$ кгц

Экстраполируя графики до частоты 0, получаем

$$\sqrt{\bar{\epsilon}^2} = \begin{cases} 10^{-8} \text{ сек.} & \text{для } F = 5 \text{ кгц,} \\ 0,5 \cdot 10^{-8} \text{ сек.} & \text{для } F = 10 \text{ кгц,} \\ 0,4 \cdot 10^{-8} \text{ сек.} & \text{для } F = 15 \text{ кгц.} \end{cases}$$

Известно, однако, что при периодическом зажигании напряжение и ток зажигания несколько меньше статических и что с увеличением частоты они уменьшаются. Поэтому значения для $\sqrt{\bar{\epsilon}^2}$ нужно несколько увеличить. Полученные результаты для $\sqrt{\bar{\epsilon}^2}$ согласуются по порядку величины с результатами исследований, проведенных другими методами⁽¹⁾.

Ординаты спектрограмм рис. 1 убывают с ростом f быстрее, чем $1/f^2$. Это не противоречит теории: согласно последней этот закон должен выполняться для частот выше

$$f \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi\bar{\epsilon}^2}} \approx 10^7 \text{ гц,}$$

спектры же были сняты до частоты 10^5 гц.

5. Теория легко может быть обобщена на случай, когда имеется корреляция между ϵ_μ , ϵ_ν , δ_μ , δ_ν . Расчеты показывают, что такая корреляция должна влиять на форму сплошного спектра. Можно предполагать, что проведение более точных измерений и сравнение их результатов с более общей теорией позволит сделать ряд высказываний о наличии или отсутствии подобного рода связи, не учитываемой в простейшей статистической схеме, принятой в п. 3.

Считаем долгом выразить благодарность проф. Г. С. Горелику за внимание к этой работе.

Физико-технический институт
при Горьковском государственном университете

Поступило
10 V 1950

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ Н. А. Капцов, Электрические явления в газах и вакууме, М. — Л., 1947, р. 4-7. ² Г. С. Горелик, Изв. АН СССР, сер. физ., 14, 174 (1950).