Доклады Академии Наук СССР
1950. Том LXXIV, № 2

ТЕХНИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

Д. И. АГЕЙКИН

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕПЛООТДАЧИ ПОСРЕДСТВОМ ТЕРМОМАГНИТНОЙ КОНВЕКЦИИ

(Представлено академиком В. С. Кулебакиным 20 VI 1950)

Удельная магнитная восприимчивость парамагнитных газов изменяется с температурой согласно закону Кюри

$$\chi = C/T, \tag{1}$$

где C — постоянная Кюри, T — абсолютная температура. Объемная магнитная восприимчивость, равная $\varkappa = \chi\rho$, где ρ — плотность, изменяется обратно пропорционально квадрату абсолютной температуры:

$$\varkappa = \frac{CMp}{RT^2} = \varkappa_0 \frac{T_0^2}{T^2}, \tag{2}$$

где $\varkappa_0$ — объемная магнитная восприимчивость газа при температуре T_0, M — молекулярный вес газа, p — давление, R — газовая постоянная.

Термомагнитая конвекция возникает в парамагнитном газе около нагретого тела, помещенного в неоднородное магнитное поле. Сущность явления состоит в том, что частицы газа, расположенные около нагретого тела, вследствие повышения температуры теряют частично свои магнитные свойства и выталкиваются из магнитного поля более холодными частицами; образующиеся при этом конвективные потоки вызывают интенсивное охлаждение тела.

Указанное явление с успехом используется в приборах, предназначенных для анализа газовых смесей на содержание в них кислорода ([1,2]).

Для расчета приборов подобного типа и правильного выбора конструктивных параметров их необходимо знать величину теплоотдачи, вызываемой термомагнитной конвекцией. Процесс конвективной передачи тепла описывается системой дифференциальных уравнений.

I. Уравнения движения газа:

$$\rho \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \rho (\mathbf{u}\nabla)\, \mathbf{u} = -\operatorname{grad} p + \eta \nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{F}. \tag{3}$$

II. Уравнения сплошности:

$$\operatorname{div} \mathbf{u} = 0. \tag{4}$$

III. Уравнения теплопроводности:

$$\rho C_p \left(\frac{\partial \theta}{\partial t} + \mathbf{u} \operatorname{grad} \theta \right) = \lambda \nabla^2 \theta, \tag{5}$$

где $\mathbf{u}$ — вектор скорости потоков, t — время, p — давление, η — вязкость газа, θ — перепад температур, C_p — теплоемкость газа, λ — теплопроводность газа, F — величина силы, действующей на единицу объема нагретого газа.

Существенное отличие явления термомагнитной конвекции от явления естественной тепловой конвекции заключается в характере силы F в уравнении (3). Для естественной тепловой конвекции F выражается, как известно, уравнением:

$$F_T = g\rho\beta\theta, \tag{6}$$

где g — ускорение силы тяжести, β — температурный коэффициент расширения газа.

В случае термомагнитной конвекции сила F имеет магнитную природу. Значение ее определяется изменением магнитной энергии, заключенной в частице газа при перемещении его в магнитном поле:

$$dF_M = \frac{\partial W}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{1}{2} H^2(x)\varkappa\right] dv = \varkappa H \frac{\partial H}{\partial x} dv. \tag{7}$$

Сила, действующая на единицу объема газа, нагретого до температуры T, окруженную газом с температурой T_0, соответственно равна:

$$F_M = (\varkappa_0 - \varkappa_T) H \frac{\partial H}{\partial x} = \varkappa_0 \left(1 - \frac{T_0^2}{T^2}\right) H \frac{\partial H}{\partial x}. \tag{8}$$

Обозначив $T + T_0 = 2\,T_{cp}$ и $T - T_0 = \theta$, получаем

$$F_M = \varkappa_0 2 \frac{T_{cp}\theta}{T^2} H \frac{\partial H}{\partial x}. \tag{9}$$

Для большинства практически важных случаев систему уравнений (3—5) аналитически разрешить не удается. Вследствие этого целесообразно для определения коэффициента теплоотдачи применить метод подобия с последующим экспериментальным уточнением функциональных зависимостей ([3]).

В качестве условий однозначности, помимо задания геометрических размеров и физических констант, имеем граничные условия: на поверхности тела $\theta = \theta_0$; $v = 0$; $p = p_0$; в достаточном удалении от тела $\theta = 0$; $v = 0$; $p = p_0$. Начальные условия не входят в условия однозначности, поскольку интерес представляет установившийся процесс.

В результате применения принципов теории подобия к уравнениям (3—5) получаем ряд критериев подобия:

$$\mathrm{H} = \frac{vt}{l}, \quad \mathrm{Re} = \frac{v\rho l}{\eta},$$
$$\mathrm{Eu} = \frac{p}{\rho v^2}, \quad \mathrm{Pr} = \frac{C_p\eta}{\lambda}, \tag{10}$$

$$\mathrm{A} = \frac{\varkappa_0 l^2 \rho H^2 T_{cp}\theta}{\eta^2 T^2}, \tag{11}$$

где l — определяющий линейный размер. Среди полученных критериев, первые 4 являются общеизвестными, в то время как критерий (11) является новым, специфическим для термомагнитной конвекции. Определяющими критериями являются два: Pr и A, так как остальные содержат величины v, t и p, не входящие в условия однозначности.

Обобщенное уравнение теплоотдачи посредством термомагнитной конвекции может быть представлено в виде

$$\mathrm{Nu} = f(\mathrm{A}, \mathrm{Pr}), \tag{12}$$

где $\mathrm{Nu} = \alpha l/\lambda$ — критерий Нуссельта, определяемый из условий теплопередачи через неподвижный слой газа, окружающий тело; α — коэффициент теплоотдачи.

Вид зивисимости f может быть уточнен экспериментально.

Сравнение полученного критерия (11) с критерием Грасгофа, характеризующим теплопередачу посредством естественной тепловой конвекции, показывает большую аналогию между ними.

$$\mathrm{A} = \frac{l^3\rho}{\eta^2}\frac{\varkappa_0 T_{cp}\theta}{T^2} H \frac{H}{l}, \tag{11'}$$

$$\mathrm{Gr} = \frac{l^3\rho}{\eta^2}\rho g\beta\theta. \tag{13}$$

Оба критерия содержат соответствующие значения силы F (см. формулы (6) и (9)), умноженные на выражение $l^3\rho/\eta^2$. Сходство выражений обоих критериев, являясь следствием аналогии физических процессов конвективной теплоотдачи, позволяет предположить, что функциональная зависимость f в уравнении (12) для термомагнитной конвекции будет такой же, как и в соответствующих уравнениях для тепловой конвекции, имеющих вид:

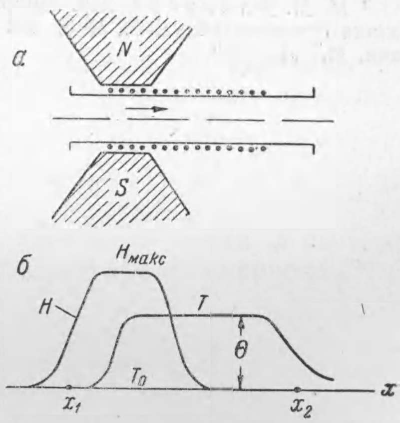

Рис. 1. *а* — схема прибора, в котором термомагнитная конвекция возникает внутри трубки; *б* — кривые изменения температуры и напряженности поля вдоль трубки

$$\mathrm{Nu} = f_1(\mathrm{Gr}, \mathrm{Pr}). \tag{14}$$

В частности, для нагретого тела в виде горизонтального цилиндра, вдоль длины которого напряженность поля постоянна, расчетная формула принимает вид:

$$\mathrm{Nu} = \sqrt{\mathrm{A}\cdot\mathrm{Pr}}. \tag{15}$$

Экспериментальная проверка, подтвердила справедливость этой формулы для платиновых нитей от 0,1 до 0,8 мм диаметром, расположенных вдоль граней полюсов магнита.

На основании указанной аналогии можно заключить, что в случае наличия одновременно тепловой и термомагнитной конвекций в уравнение (12) войдет геометрическая сумма критериев Gr и A, рассматриваемых как вектора, направленные в стороны действия сил F_T и F_M.

Можно показать, что полученный критерий применим также в том случае, когда термомагнитная конвекция возникает в трубке, нагреваемой снаружи (см. рис. 1).

Интегрируя выражение (7) по объему трубки и деля на площадь ее, находим перепад давления, вызываемый явлением термомагнитной конвекции:

$$p = \frac{1}{S}\int_{x_1}^{x_2} \varkappa H \frac{\partial H}{\partial x} S\,dx = \frac{\varkappa_0}{2}\left(1 - \frac{T_0^2}{T^2}\right) H^2_{\max}. \tag{16}$$

Теплоотдача от стенки трубки к проходящему через нее газу определяется критериальным уравнением

$$\mathrm{Nu} = \varphi(\mathrm{Re}, \mathrm{Pr}). \tag{17}$$

Поскольку значение скорости v не входит в условия однозначности, заменяем ее в критерии Re значением, найденным из критерия Эйлера (10):

$$v^2 = p/\rho.$$

Подставив значение p из найденного выше уравнения (16), получаем для случая термомагнитной конвекции вместо критерия Рейнольдса тот же выведенный выше критерий А. Следовательно, и для данного случая критериальное уравнение имеет вид:

$$\mathrm{Nu} = \varphi_1(\mathrm{A}, \mathrm{Pr}).$$

Институт автоматики и телемеханики
Академии наук СССР

Поступило
14 VI 1950

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] М. М. Файнберг, Зав. лабор., 15, № 6, 631 (1949). [2] Д. И. Агейкин, Автоматика и телемеханика, 10, № 6, 452 (1949). [3] М. А. Михеев, Основы теплопередачи, М.—Л., 1947.