Доклады Академии Наук СССР
1950. Том LXXIII, № 4

ГИДРАВЛИКА

Б. Б. ЛАПУК и В. А. ЕВДОКИМОВА

О ВЕЛИЧИНЕ ПОКАЗАТЕЛЯ n РЕЖИМА ФИЛЬТРАЦИИ ОДНОРОДНОЙ ЖИДКОСТИ И ГАЗА

(Представлено академиком Л. С. Лейбензоном 7 VI 1950)

Вопрос о фильтрации однородной жидкости и газа в условиях одновременного существования различных режимов фильтрации рассматривался В. Н. Щелкачевым ([1]) и Б. Б. Лапуком ([2]). Для упрощения гидродинамического решения задачи в указанных работах предполагалось, что вне области кризиса линейного закона фильтрации справедлив закон Дарси, а внутри — закон фильтрации Краснопольского (см. ([3])), причем величина показателя степени n, характеризующего режим фильтрации, изменяется скачкообразно от 1 до 0,5.

В настоящей статье показывается, что в области кризиса закона Дарси показатель n режима фильтрации является функцией числа Рейнольдса и (исходя из данных экспериментальных исследований зависимости коэффициента гидравлического сопротивления λ от Re) при фильтрации однородной жидкости и газа находится вид функциональной зависимости $n = n\,(\mathrm{Re})$.

По аналогии между движением жидкости по трубам и движением однородной жидкости и газа в пористой среде, для фильтрации однородной жидкости и газа можно написать уравнение, формально аналогичное уравнению Дарси — Вейсбаха в гидравлике трубопроводов ([3]):

$$\Delta p = \lambda \frac{\rho v^2 \Delta L}{2d_э}, \tag{1}$$

где v — скорость фильтрации жидкости, ρ — плотность ее, $d_э$ — эффективный диаметр зерен песка, Δp — падение давления на длине ΔL, λ — безразмерный коэффициент гидравлического сопротивления.

Зависимость λ от Re в общем виде может быть представлена так:

$$\lambda = \frac{b}{\mathrm{Re}^{\varkappa}}, \tag{2}$$

причем здесь $\mathrm{Re} = v d_э \rho / \mu$, b — некоторое число, $\varkappa \leqslant 1$.

Из формулы (2) следует, что $\varkappa$ представляет собой тангенс угла наклона касательной к нанесенной на логарифмическую сетку линии, выражающей зависимость коэффициента гидравлического сопротивления λ от числа Re.

Таким образом, располагая экспериментальными данными о зависимости $\lambda = \lambda\,(\mathrm{Re})$ при движении жидкостей и газов в пористой среде, можно установить вид функции $\varkappa = \varkappa\,(\mathrm{Re})$.

Для нахождения интересующей нас зависимости показателя режима фильтрации n от числа Re, установим связь между $\varkappa$ и n.

Из уравнения (1)

$$\lambda = \frac{2gd_э}{\rho v^2}\,\frac{\Delta p}{\Delta L},$$

или, в дифференциальной форме,

$$\lambda = \frac{2gd_э}{\rho v^2}\left|\frac{dp}{dL}\right|. \tag{3}$$

Подставляя это выражение λ и значение числа Re в формулу (2) и решая полученное уравнение относительно скорости фильтрации v, найдем

$$v = \left(\frac{b\mu^{\varkappa}}{2gd_э^{\varkappa+1}\rho^{\varkappa-1}}\right)^{\frac{1}{\varkappa-2}}\left|\frac{dp}{dL}\right|^{-\frac{1}{\varkappa-2}}. \tag{4}$$

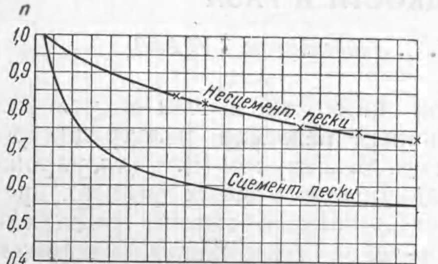

Рис. 1

С другой стороны, на основании принципа однородности размерности в случае одномерного движения, выражение для скорости фильтрации имеет вид [3]:

$$v = Ck^{\frac{3n-1}{2}}\mu^{1-2n}\rho^{n-1}\left|\frac{dp}{dL}\right|^{n}. \tag{5}$$

Приравнивая показатели степени при градиенте давления $|dp/dL|$ или при вязкости μ либо при плотности ρ в уравнениях (4) и (5), получим:

$$n = \frac{1}{2-\varkappa}. \tag{6}$$

Следовательно, при получении зависимости показателя режима фильтрации n от числа Re необходимо на основании экспериментальных данных найти зависимость $\varkappa = \varkappa(\mathrm{Re})$, а затем по формуле (6) определить интересующую нас зависимость $n = n\,(\mathrm{Re})$.

В табл. 1 приведены определенные указанным путем значения n, найденные нами на основании опытов Линдквиста по фильтрации воды в фиктивном грунте, представленном свинцовой дробью [3,4].

Таблица 1

Re	n	Re	n
8	0,898	47	0,698
15	0,831	65	0,661
18	0,817	150	0,588
28	0,750	200	0,567
40	0,720		

Таблица 2

Несцементированные пески		Образец песчаника	
Re	n	Re	n
5	0,929	2	0,892
6	0,917	3	0,883
7	0,905	5	0,739
8	0,902	10	0,655
9	0,884	15	0,615
15	0,833	20	0,591
20	0,799	25	0,575
25	0,772	30	0,564
30	0,749	35	0,556
35	0,730	40	0,551
40	0,714	45	0,544
		50	0,542

В табл. 2 даны значения n при различных Re, определенные нами для несцементированных и сцементированных песков (песчаников) на основании опытов Фенчера, Льюиса и Бернса [3,4]. Величины n для песчаников определены по данным, относящимся к образцу № 22.

Графически зависимость $n = n(\mathrm{Re})$ представлена на рис. 1; крестики — значения n из табл. 1.

Отметим, что найденные для представленного свинцовой дробью фиктивного грунта экспериментальные значения $n = n(\mathrm{Re})$ практически легли на кривую $n = n(\mathrm{Re})$, построенную нами для несцементированных песков.

Как видно из рис. 1, критическое значение числа $\mathrm{Re}_{кр}$, при котором имеет место нарушение линейного закона фильтрации, равно единице не только для песчаников (сцементированных песков), но и для несцементированных песков.

Последнее заключение основано на тщательном рассмотрении указанных выше экспериментальных данных. Принятие для песчаников $\mathrm{Re}_{кр} = 4$, как это делают Линдквист и Маскет [4], приводит к разрыву кривой $n = n(r)$ (r — расстояние от оси скважин при радиальной фильтрации жидкости) в точке, соответствующей $\mathrm{Re} = 4$ [5].

Следует подчеркнуть, что для различных образцов песчаников ход кривой $n = n(\mathrm{Re})$ различен.

Поступило
7 VI 1950

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] В. Н. Щелкачев, Подземная нефтяная гидравлика, М.— Л., 1944. [2] Б. Б. Лапук, Теоретические основы разработки месторождений природных газов, М. — Л., 1948. [3] В. Н. Щелкачев и Б. Б. Лапук, Подземная гидравлика, М. — Л., 1949. [4] М. Маскет, Движение природных жидкостей и газов в пористой среде, 1949. [5] В. А. Евдокимова, Кандидатская диссертация, Московский нефтяной ин-т, 1949.