Доклады Академии Наук СССР
1950. Том LXXIII, № 1

ГИДРОМЕХАНИКА

Н. М. МАРКОВ

К ВОПРОСУ О КОНЦЕВЫХ ПОТЕРЯХ В НАПРАВЛЯЮЩИХ ТУРБИННЫХ РЕШЕТКАХ

(Представлено академиком А. И. Некрасовым 6 V 1950)

В настоящей заметке рассмотрен характер потока жидкости в решетке турбинных лопаток, ограниченных по размаху торцевыми стенками. Показано, что движение заторможенной в пограничном слое на торцевых стенках жидкости происходит со скрученным по толщине слоя профилем скорости; дано уравнение крутки. На основе установленного характера потока задача определения концевых потерь в решетке турбинных лопаток сведена к расчету пограничного слоя на торцевых стенках.

Коэффициент потерь в решетке лопаток, ограниченных по размаху торцевыми стенками, определяем следующим выражением

$$\zeta = \zeta_0 + (1 - \zeta_0)\frac{q}{E_{ad}}, \tag{1}$$

где ζ_0 — коэффициент профильных потерь в решетке*; q — потеря энергии, обусловленная тем, что лопатки имеют конечную длину и ограничены по размаху торцевыми стенками; $E_{ад}$ — энергия адиабатического течения в действительности протекающей через решетку жидкости.

Потерю энергии q находим, представляя явление на концах следующим образом. Вследствие действия на частицы жидкости, движущейся в межлопаточном канале, центробежной силы между спинкой одной лопатки и рабочей поверхностью другой (соседней) лопатки образуется значительная разность давлений. Под действием этой разности давлений в пограничном слое на торцевой стенке устанавливается стекание заторможенной жидкости со стороны более высокого давления (рабочей поверхности лопатки) в сторону более низкого давления (спинки лопатки). Докажем.

Применим принцип Даламбера к элементарному объему жидкости с размерами Δx, Δy, Δz, выделенному внутри пограничного слоя на торцевой стенке. При этом ось x принимаем совпадающей с направлением потока на внешней границе слоя, ось y — с внешней нормалью к торцевой стенке.

Проекция сил на ось x с точностью до малых 2-го порядка дает

$$-\frac{\partial p}{\partial x}\Delta y + \tau \sin\varphi\,\Delta\varphi - \frac{\partial \tau}{\partial y}\cos\varphi\,\Delta y + R\sin\varphi\,\Delta y = 0, \tag{2}$$

* Расчет ζ_0 дан автором ранее ([1]).

где p — давление; τ — напряжение трения в какой-либо точке (по толщине) пограничного слоя; φ — угол между направлением скорости в той же точке пограничного слоя и направлением скорости на внешней границе слоя; R — центробежная сила, отнесенная к единице объема жидкости.

Проекция сил на ось z с точностью до малых 2-го порядка дает

$$\frac{\partial p}{\partial z}\Delta y+\tau\cos\varphi\,\Delta\varphi+\frac{\partial\tau}{\partial y}\sin\varphi\,\Delta y+R\cos\varphi\,\Delta y=0. \tag{3}$$

Умножим (2) на $\sin\varphi$, а (3) на $\cos\varphi$ и сложим полученные уравнения; будем иметь

$$\frac{d\varphi}{dy}=\frac{1}{\tau}\left(\frac{\partial p}{dx}\sin\varphi-\frac{\partial p}{dz}\cos\varphi-R\right). \tag{4}$$

Центробежная сила R будет

$$R=\frac{\rho v^2}{r}=\frac{\rho U^2}{r_0}\left(\frac{v}{U}\right)^2\frac{r_0}{r}=R_0\left(\frac{v}{U}\right)^2\frac{r_0}{r}, \tag{5}$$

где ρ — плотность; r_0 и r — радиусы кривизны линий тока на внешней границе и внутри пограничного слоя; v — скорость в пограничном слое.

Принимая во внимание, что на внешней границе слоя

$$R_0+\frac{\partial p}{\partial z}=0, \tag{6}$$

получим

$$R=-\frac{\partial p}{\partial z}\left(\frac{v}{U}\right)^2\frac{r_0}{r}. \tag{7}$$

Учитывая граничные условия:

$$\begin{aligned}&1)\ \text{при}\ y=\delta\quad r=r_0;\\&2)\ \text{при}\ y=\delta\quad \frac{\partial r}{\partial y}=0;\\&3)\ \text{при}\ y\sim 0\quad r=kr_0,\end{aligned} \tag{8}$$

где δ — толщина пограничного слоя, закон изменения r по толщине слоя принимаем в виде степенной зависимости

$$r=r_0\left(\frac{y}{\delta}\right)^m=r_0\eta^m. \tag{9}$$

Тогда (7) напишется в виде

$$R=-\frac{\partial p}{dz}\left(\frac{v}{U}\right)^2\eta^{-m}. \tag{10}$$

Дальнейшее рассмотрение (4) и (10) выполним применительно к турбулентному пограничному слою; для ламинарного слоя решение строится аналогично.

Напряжение трения в слое представим в следующем виде:

$$\tau=\tau_0(1-\eta). \tag{11}$$

Входящее в (11) напряжение трения на стенке τ_0 находим, используя формулу Прандтля

$$\tau=\rho l^2\left(\frac{dv}{dy}\right)^2, \tag{12}$$

для чего изменение пути перемешивания l принимаем подчиняющимся закону

$$\frac{l}{\delta} = 0{,}14 - 0{,}08\,(1-\eta)^2 - 0{,}06\,(1-\eta)^4, \tag{13}$$

а профиль скорости в виде степенной зависимости

$$\frac{v}{U} = \left(\frac{y}{\delta}\right)^n, \tag{14}$$

где U — скорость на внешней границе слоя; n — показатель степени.

Будем иметь

$$\tau = \rho U^2 \xi_0 (1-\eta);$$
$$\xi_0 = n^2 \eta_1^{2(n-1)} [0{,}14 - 0{,}08\,(1-\eta_1)^2 - 0{,}06\,(1-\eta_1)^4], \tag{15}$$

где ξ_0 подсчитывается при $\eta_1 \to 0$ и

$$R = -\frac{\partial p}{\partial z}\,\eta^{2n-m}. \tag{16}$$

Имея в виду (15) и (16), уравнение крутки профиля скорости в пограничном слое на торцевой стенке (4) напишется в виде

$$\frac{d\varphi}{d\eta} = \frac{\delta}{\rho U^2 \xi_0 (1-\eta)} \left[\frac{\partial p}{\partial x}\sin\varphi - \frac{\partial p}{\partial z}\cos\varphi + \frac{\partial p}{\partial z}\,\eta^{2n-m}\right]. \tag{17}$$

При малых φ имеем

$$\varphi = C\,(1-\eta)^a + b\,(1-\eta)^a \int\limits_1^{\eta} \frac{d\eta}{(1-\eta)^{a+1}} - b\,(1-\eta)^a \int\limits_1^{\eta} \frac{\eta^{\alpha}\,d\eta}{(1-\eta)^{a+1}}, \tag{18}$$

где

$$a = \frac{-\delta\,\partial p / \partial x}{\rho U^2 \xi_0}, \quad b = \frac{-\delta\,\partial p / \partial z}{\rho U^2 \xi_0}, \quad \alpha = 2n - m,$$

$$C = \varphi_0 - b \int\limits_1^{0} \frac{d\eta}{(1-\eta)^{a+1}} + b \int\limits_1^{0} \frac{\eta^{\alpha}\,d\eta}{(1-\eta)^{a+1}}.$$

Таким образом, в пограничном слое на торцевых стенках скорость меняется не только по величине, но и по направлению. Поэтому одна часть жидкости, движущейся в пограничном слое на торцевой стенке, вытекает из решетки через пограничный слой, другая стекает к спинке лопатки.

Это явление стекания подторможенной в пограничном слое жидкости к спинке лопатки обусловливает интенсивное набухание пограничного слоя в месте стыка торцевой стенки и спинки лопатки. Наблюдаемая при опытах с решетками турбинных лопаток вихревая область в этом месте объясняется отрывом пограничного слоя от спинки лопатки вблизи стыка.

Потеря энергии q может быть представлена в виде суммы

$$q = q_1 + q_2, \tag{19}$$

где q_1 — потеря энергии вихревого движения; q_2 — потеря энергии от трения в пограничном слое на торцевых стенках.

Потеря энергии q_1 может быть определена по выражению

$$q_1 = G_1 k\,\frac{c_0^2}{2g}, \tag{20}$$

где G_1 — количество той части заторможенной в пограничном слое на торцевых стенках жидкости, которая стекает к спинке лопатки и свертывается там в вихревое движение; c_0 — скорость потока после решетки при адиабатическом течении; g — ускорение свободного падения.

Считая в пограничном слое жидкость несжимаемой, величина G_1 определится

$$G_1 = 2g \int\limits_0^{s_0} \rho U \delta h_1 ds, \tag{21}$$

где $h_1 = \int\limits_0^1 \frac{v}{U} \sin\varphi \, d\eta$ — условная толщина пограничного слоя; s_0 — длина контура спинки лопатки.

Потеря энергии от трения в пограничном слое на торцевых стенках q_2 будет

$$q_2 = \int\limits_{t_0}^{t_0+t} \rho U^3 \delta h_2 dt, \tag{22}$$

где $h_2 = \int\limits_0^1 \left(1 - \frac{v^2}{U^2}\cos^2\varphi\right) \frac{v}{U} \cos\varphi \, d\eta$ — условная толщина пограничного слоя; t — шаг лопаток в решетке.

Используя (14) и (18) или (17), условные толщины слоя h_1 и h_2 легко могут быть определены.

Вернемся к (1). Если учесть, что энергия при адиабатическом течении $E_{ад}$ может быть выражена как

$$E_{ад} = G \frac{c_0^2}{2g}, \tag{23}$$

где G — действительный расход жидкости через один канал решетки, то выражение для коэффициента потерь в решетке с лопатками конечной длины окончательно напишется в следующем виде:

$$\zeta = \zeta_0 + (1 - \zeta_0) \frac{2}{G} \left[k \int\limits_0^{s_0} \rho U \delta h_1 ds + \frac{g}{c_0^2} \int\limits_{t_0}^{t_0+t} \rho U^3 \delta h_2 dt \right]. \tag{24}$$

Таким образом, задача определения коэффициента потерь в решетке турбинных лопаток, ограниченных по размаху торцевыми стенками, сводится к расчету пограничного слоя на этих стенках.

Центральный научно-исследовательский котлотурбинный институт им. И. И. Ползунова

Поступило 23 XI 1949

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Н. М. Марков, ДАН, 60, 4 (1949).