Доклады Академии Наук СССР
1950. Том LXXIII, № 2

ГЕОФИЗИКА

Член-корреспондент АН СССР А. Н. ТИХОНОВ

ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ГЛУБОКИХ СЛОЕВ ЗЕМНОЙ КОРЫ

Магнитные вариации и электрические земные токи, наблюдаемые на поверхности земли, должны быть подчинены определенным соотношениям, поскольку они представляют различные проявления естественного электромагнитного поля земли. Эмпирическое сопоставление производной восточной компоненты вариаций магнитного поля H_y и северной компоненты токов E_x показали (1), что между этими функциями в грубых чертах намечается пропорциональность (между этими функциями имеется также сдвиг фазы).

Целью настоящей заметки является теоретическое рассмотрение соотношений между магнитными вариациями и земными токами с точки зрения уравнений Максвелла. Предлагаемый вариант теории этого вопроса, основанный на весьма упрощенных представлениях, позволяет установить и уточнить указанные выше соотношения, а также сделать некоторые выводы об электрических свойствах земной коры.

Проведенное изучение позволяет поставить вопрос об использовании естественных электрических полей для изучения электрических свойств глубоких слоев земной коры (глубинной электроразведки).

1. Для установления качественных соотношений между магнитными вариациями и земными токами будем схематически земную кору трактовать как слой $0 \leqslant z \leqslant l$ конечной проводимости, лежащий на идеально проводящем основании. Кроме того, мы будем рассматривать плоскую задачу.

Компоненты поля магнитных вариаций H_x, H_y, H_z, а также составляющие электрического поля земли E_x и E_y заданы нами на поверхности земли при $z=0$. Компонента E_z при $z=0$ практически равна нулю в силу малой проводимости воздуха.

При $0 \leqslant z \leqslant l$ эти функции удовлетворяют уравнениям Максвелла. Пренебрегая токами смещения, будем иметь, что каждая из этих функций удовлетворяет уравнению

$$\Delta u = \frac{1}{a^2} \frac{\partial u}{\partial t} \left(0 \leqslant z \leqslant l, \ \frac{1}{a^2} = \frac{4\pi\sigma\mu}{c^2} \right).$$

В качестве краевых условий при $z=0$ нам даются E_x и E_y непосредственно из наблюдений ($z>0$). Величины H_y и H_x, хотя и измеряются при $z=0$ (в воздухе), однако, в силу непрерывности при $z=0$, мы можем их считать известными на границе слоя $0 \leqslant z \leqslant l$; H_z мы также можем считать известной ($\mu = 1$).

В качестве соотношения, связывающего компоненты магнитного и электрического поля, можно использовать уравнения Максвелла в их явном виде. Соотношение

$$\frac{\mu}{c} \dot{\mathbf{H}} = -\operatorname{rot} \mathbf{E}$$

приводит нас к уравнениям

$$\frac{\mu}{c}\dot{H}_x = -\frac{\partial E_y}{\partial t}, \quad \frac{\mu}{c}\dot{H}_y = \frac{\partial E_x}{\partial t}$$

в силу того, что $E_z = 0$ при $z = 0$. Чтобы преобразовать эти соотношения к виду, удобному для сопоставления с наблюдениями, нам надо выразить $\partial E_x / \partial z$ (и $\partial E_y / \partial z$) через значения E_x (и E_y) при $z = 0$.

Пренебрегая кривизной рассматриваемых полей в горизонтальном направлении, имеем для этих функций уравнение

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{1}{a^2}\frac{\partial u}{\partial t}$$

и краевую задачу без начальных условий

$$u(0, t) = \mu(t), \quad \mu(l, t) = 0.$$

Решение этой задачи крайне просто. Подставляя краевое значение $\mu(t)$ как суперпозицию гармонических функций и беря отдельные слагаемые, будем иметь для

$$\mu(t) = A \begin{matrix}\cos\omega t \\ \sin\omega t\end{matrix}$$

$$u = \begin{matrix}\mathrm{Re} \\ \mathrm{Im}\end{matrix}\left(A\frac{\mathrm{sh}\sqrt{\frac{i\omega}{a^2}}(l-z)}{\mathrm{sh}\sqrt{\frac{i\omega}{a^2}}\,l}\right)\begin{matrix}\cos\omega t \\ \sin\omega t\end{matrix},$$

$$\left.\frac{\partial u}{\partial z}\right|_{z=0} \begin{matrix}\mathrm{Re} \\ \mathrm{Im}\end{matrix}\left(A\sqrt{\frac{i\omega}{a^2}}\,\mathrm{cth}\sqrt{\frac{i\omega}{a^2}}\,l\right)\begin{matrix}\cos\omega t \\ \sin\omega t\,.\end{matrix}$$

Таким образом, для амплитуды гармоник магнитных вариаций $H^{(\omega)}$ и земных токов $E^{(\omega)}$, соответствующих частоте ω, имеем

$$i\omega\frac{\mu}{c}H_x^{(\omega)} = H_y^{(\omega)}\sqrt{\frac{i\omega}{a^2}}\,\mathrm{cth}\sqrt{\frac{i\omega}{a^2}}\,l$$

и аналогично для $H_y^{(\omega)}$ и $E_x^{(\omega)}$.

Предполагая, что $\alpha = \sqrt{\frac{\omega}{a^2}}\,l$ малая величина и заменяя $\mathrm{cth}\,\alpha \sim \frac{1}{a}$, получим ($\mu = 1$), что

$$i\omega H_x^{(\omega)} = E_y^{(\omega)}\frac{c}{l},$$

т. е. что на низких частотах амплитуда производной $H_x^{(\omega)}$ магнитных вариаций пропорциональна электрическому полю $E_y^{(\omega)}$. Это соответствует эмпирически установленному факту пропорциональности этих величин. Значение коэффициента пропорциональности позволяет определить l — толщину проводящего слоя земной коры.

Характер зависимости на высоких частотах, как это следует из приведенной выше формулы, должен быть совершенно другим. Приведенные соображения дают основание считать, что α — достаточно мелкая величина. Однако, как было отмечено выше, H_x в грубых чертах пропорционально E_y. Для введения поправки учтем следующие члены разложения $\mathrm{cth}\,\alpha$ по α

$$\mathrm{cth}\,\alpha \approx \frac{1}{\alpha}\left(1 + \frac{\alpha^2}{3} + \cdots\right),$$

так что

$$i\omega H_x^{(\omega)} = E_y^{(\omega)} \frac{c}{l}\left(1 + \frac{i\omega}{a^2} l\right) = E_y^{(\omega)} a_0 + i\omega E_y^{(\omega)} a_1,$$

т. е. амплитуда производной $H_x^{(\omega)}$ является линейной комбинацией $E_y^{(\omega)}$ и $\dot{E}_y^{(\omega)}$, причем

$$l = \frac{c}{a_0}, \quad l\sigma = \frac{a_1}{4\pi} c.$$

Таким образом, учет сдвига фаз должен позволить дополнительно к l определить электрическое сопротивление проводящего слоя земной коры.

В настоящей статье я не буду останавливаться на использовании других формул, получающихся в том же круге идей.

2. Остановимся вкратце на сопоставлении приведенных выше формул с результатами наблюдений. Результаты обработки наблюдений по суточным вариациям (гармоника I) и трем следующим гармоникам (II, III, IV) по данным в Зуе ([2,3])* за 1944 г. и по данным в Тэксон ([4,5]) за 1933, 1934, 1935, 1936 гг., приведены в табл. 1. Значения l даны в сотнях километров, значения p — в омо-метрах.

Таблица 1

Гармоника	Зуй 1944 г.		Тэксон							
			1933 г.		1934 г.		1935 г.		1936 г.	
	l	p	l	p	l	p	l	p	l	p
I	0,99	3,6	11,4	147	10,7	154	9,8	122	10,8	188
II	1,6	2,6	8,9	330	10,6	246	9,5	218	10,5	280
III	0,95	3,0	9,1	254	8,7	248	9,7	342	8,6	319
IV	0,60	2,7	8,2	250	7,9	244	7,7	276	7,2	404
Средн.	1,1	3,0	9,4	245	9,5	223	9,2	240	9,3	298

Мы не будем останавливаться здесь на обсуждении исходных данных и на значении полученных чисел.

Приведенные ориентировочные результаты намечают возможность различать строение земной коры и даже более глубоких слоев на различных участках.

Таким образом, естественно поставить проблему об использовании метода сопоставления магнитных вариаций и земных токов как метода электрической разведки глубин земной коры.

Пользуюсь случаем выразить благодарность Н. В. Липской, которая провела всю обработку наблюдений, связанных с этой работой.

Геофизический институт
Академии наук СССР

Поступило
20 V 1950

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Z. A. Bauer, Terrestial Magnetism, 23, № 4, 129 (1922). [2] В. И. Афонасьев Тр. Н.-и. ин-та земного магнетизма, в. 3 (13), 110 (1948). [3] В. В. Новыш, Докл. Н.-и. ин-та земного магнетизма, № 4, 10 (1948). [4] N. J. Rooney, Earth Current Results at Tucson Magnetic Observatory, 1949. [5] Magnetic Observatory Results a, Tucson for 1933—34 (1943); 1935—36 (1944).

* Дополнительные числовые данные о земных точках в Зуе были нам любезно сообщены Б. Б. Новышем.