

Н. Л. БЫЗОВА

САМОВОЗБУЖДАЮЩИЕСЯ КОЛЕБАНИЯ ПОТОКА ТЕПЛОВОЙ КОНВЕКЦИИ

(Представлено академиком В. В. Шулейкиным 3 IV 1950)

Опыты проводились в прямоугольном сосуде с водой, размерами $10 \times 30 \times 40$ см. Источником тепла служила половина металлического дна, под которой помещался нагреватель. Другая половина дна, изолированная от первой в тепловом отношении, служила стоком тепла, соприкасаясь с водой, охлаждаемой льдом; со свободной поверхности воды также отводилось некоторое количество тепла. Температура воды над нагревателем была выше температуры над холодильником в различных сериях опытов на $2-15^\circ$.

Температуры в различных точках измерялись и регистрировались посредством термопар, соединенных с гальванометром. Скорости потока измерялись посредством наблюдений над движениями взвешенных частиц. Для суждения о колебаниях скоростей служили легкие шарики диаметром $4-5$ мм, укрепленные на горизонтальных и вертикальных стеклянных нитях и помещенные близ небольшой шкалы.

Регистрация температур показала, что температура воды в любой точке, помимо монотонного повышения (когда сток тепла не компенсировал источника) и помимо пульсаций турбулентного типа, испытывает правильные колебания с периодом порядка $4-10$ мин., с постоянной амплитудой.

Обнаружилось, что с таким же периодом колеблются и скорости потока, не меняющие при этом своего направления.

На рис. 1 кривые *a* выражают колебания температур в точках 1 и 2 схемы, помещенной в правом нижнем углу; кривая *б* показывает, как колеблется разность температур между точками 2 и 4; кривые *в*, *г* и *д* описывают колебания скорости в точке 2; кривые *е*, *ж*, *з*, *и* — разности температур в точках 2 и 4; кривые *к* — колебания температуры в точках 3, 1.

Одновременная регистрация температур и скоростей в различных точках показала, что температурная волна распространяется вдоль потока и со скоростью этого потока. Горизонтальные скорости в точках 3 и 1 колеблются в общей фазе, причем поток обладает наибольшей скоростью тогда, когда максимум температуры возникает в точке

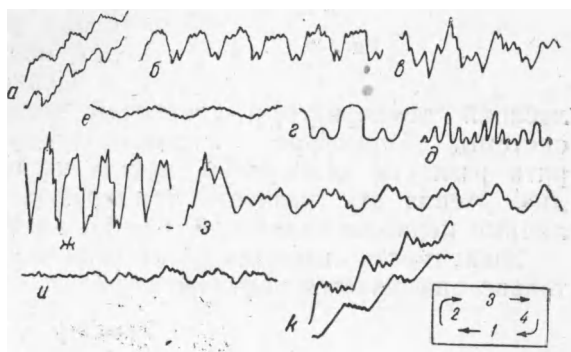


Рис. 1

3 (наверху). Вертикальная скорость восходящего потока в точке 2 опережает горизонтальную на четверть периода колебаний.

Отсюда следует, что в той фазе, когда максимум температуры возникает в восходящем потоке, над нагревателем порождаются дополнительные местные струи, усиливающие теплоотдачу дна воде. Амплитуда колебаний температуры была порядка 0,2—0,4°.

Скорости потока изменялись в среднем от 0,3 до 1 см/сек. в различных опытах. Колебания скоростей при этом составляли около $1/3$ от средней величины в данном опыте.

Выяснилось, что большую роль играет отношение высоты слоя воды H к длине сосуда L . Именно при значениях $H/L \geq 1/3$ колеба-

ния не возникали, хотя конвекция происходила. При уменьшении этого отношения колебания начинают возбуждаться и при $H/L = 1/6$ становятся устойчивыми.

Подмешивая к воде глицерин, мы исследовали влияние вязкости среды на самовозбуждающиеся колебания температур и скоростей потока. Оказалось, что период колебаний не зависит от вязкости, если последняя меняется в несколько раз. Только при увеличении вязкости среды в 6 и более раз по сравнению с чистой водой колебания полностью исчезают.

Период самовозбуждающихся колебаний температур и скоростей зависит от мощности тепловой системы. Термопара, впаянная в дно, давала возможность измерять разность температур между нагретой и холодной половинами дна. Меняя эту разность температур, можно было получить различные периоды колебаний, от 3,5 до 10 минут (см. рис. 1, б, е, ж).

Зависимость периода T от разности температур θ удовлетворительно описывается соотношением:

$$T^2 = c/\sqrt{\theta}, \quad (1)$$

где c — константа

На рис. 2 по оси абсцисс отложены значения θ° , а по оси ординат — квадраты частоты колебаний, т. е. величины $\omega^2 = (2\pi/T)^2$. Несмотря на разброс точек, вызванный, повидимому, несовершенством холодильника, рис. 2 неплохо выражает формулу (1). Важно отметить, что амплитуды колебаний температуры дна значительно меньше амплитуд температурных колебаний, возникающих в воде.

Колебания могли возникать немедленно при возникновении конвекции (рис. 1, з), т. е. при наличии некоторого толчка; но они могли возбуждаться и после того, как конвекция уже существовала некоторое время (рис. 1, и).

Посредством периодического включения и выключения нагревателя были получены вынужденные колебания температур и скоростей в системе. Период „внешнего воздействия“ брался в пределах от 2 до 8 минут при периоде собственных колебаний системы 4 минуты. Серия записей колебаний температуры воспроизведена на рис. 3. Всюду верхняя кривая дает температуру над нагревателем, а нижняя — над холодильником. Штрихи, проведенные в горизонтальном направлении, показывают время работы нагревателя. Из рис. 3 видно, что: а) собственные колебания всюду отсутствуют; б) на частоте, большей, чем собственная, колебания не возбуждаются вовсе или они неустойчивы; в) если частота возбудителя в полтора или два раза

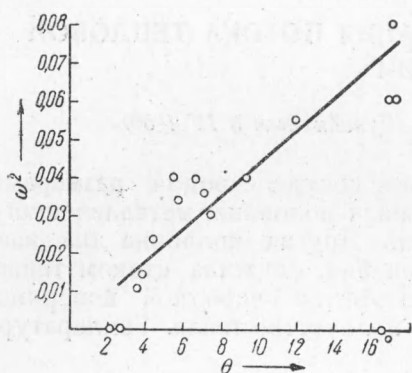


Рис. 2

меньше собственной частоты системы, то возникающие колебания обладают отчетливо выраженной гармоникой с двойной частотой. Попробуем наметить схему для объяснения явления.

Замкнутый конвекционный поток со скоростью u , направленный от нагревателя к холодильнику поверху и в обратном направлении понизу, переносит с собой в одном направлении всякое возмущение. Оно возвращается в прежнюю точку через период $T = L/u$, где L — длина пути.

Если такое возмущение почему-либо не будет рассеиваться, то оно должно проявлять себя как обнаруженная нами температурная

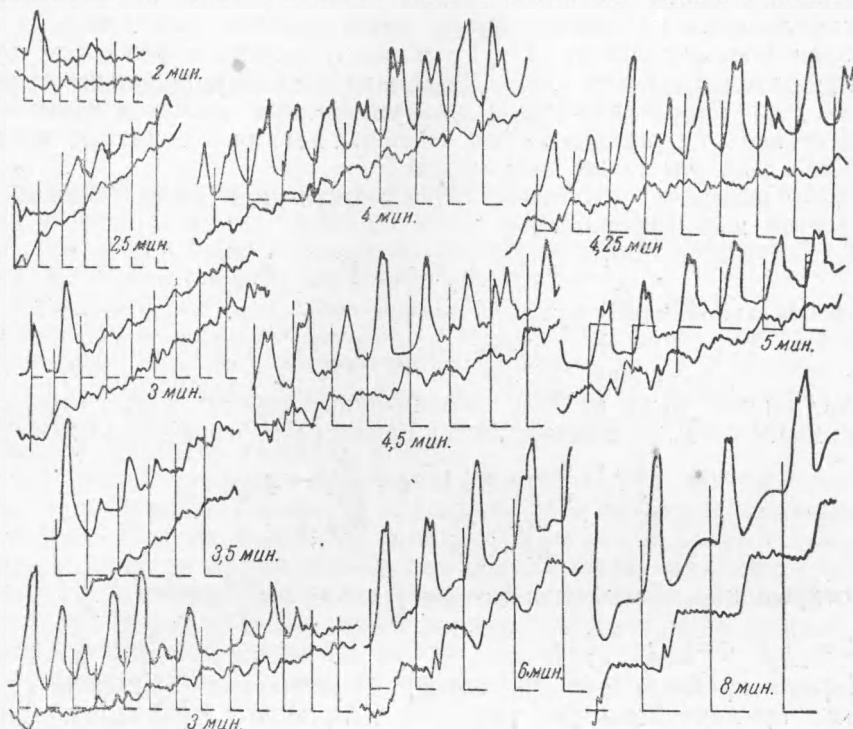


Рис. 3

волна. Представим себе систему в виде замкнутой линии, вдоль которой меняется единственная пространственная координата x со скоростью u . Тогда уравнение конвекции запишется в виде:

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial t} + u \frac{\partial \vartheta}{\partial x} = b \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} + Q \quad (2)$$

(где Q — приход тепла от источника или расход в сток) при условии периодичности решения по x .

Группа $\frac{\partial \vartheta}{\partial t} + u_0 \frac{\partial \vartheta}{\partial x}$ (где u_0 — средняя скорость), допускающая решение вида $\frac{\sin 2\pi}{\cos L} (u_0 t - x)$, отражает указанное свойство потока. Член $b \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2}$ описывает затухание волны благодаря турбулентному рассеянию тепла. Переменной частью скорости пренебрегаем.

Член, выражающий приход тепла, должен регулировать теплоотдачу так, чтобы противодействовать затуханию. Для этого положительное температурное возмущение, проходя над нагревателем, должно получать больше тепла по сравнению с остальной частью потока. Нам кажется, что причиной тому служат дополнительные течения, о которых говорилось при описании колебаний скоростей, и повышенное вихреобразование, увеличивающее теплообмен в той фазе, когда мак-

симум волны находится над нагревателем. Повышение же вихреобразования происходит от того, что более теплая вода на горизонтальном пути над нагретым дном обладает уменьшенной скоростью, задерживается здесь дольше, и вертикальные струи успевают образоваться полней, чем в холодной половине, где тот же путь проходится ускоренно.

Напишем приход тепла в виде $a \sqrt{\vartheta}$, причем в коэффициент a внесем разность θ температур дна и воды, которую считаем постоянной. Здесь ϑ обозначает колеблющуюся температуру воды над нагревателем. Она отсчитывается от некоторой фиктивной температуры, выбранной с таким расчетом, чтобы теплопередача не становилась отрицательной, а колебалась около своей средней величины.

Зависимость теплопередачи от скорости всегда выражается функцией v^k , в которой $k < 1$ (1-3). Величина ϑ пропорциональна степени $v < 1$. Для определенности и для упрощения расчетов нами взята при ϑ степень $1/2$, причем любая степень, меньшая единицы, принципиально дала бы те же результаты.

Итак, запишем уравнение (2) в развернутом виде. Именно, для части пути над нагревателем:

$$\frac{\partial \vartheta_1}{\partial t} = u_0 \frac{\partial \vartheta_1}{\partial x} + p_1 = a \sqrt{\vartheta_1} + b_1 \frac{\partial^2 \vartheta_1}{\partial x^2} \quad (3)$$

и для остальной части пути:

$$\frac{\partial \vartheta_2}{\partial t} + u_0 \frac{\partial \vartheta_2}{\partial x} + p_2 = b_2 \frac{\partial^2 \vartheta_2}{\partial x^2} + P. \quad (4)$$

Постоянные части $u_0 \partial \vartheta / \partial x$, обозначенные через p_1 и p_2 , считаем независимыми от x . Уравнение легко привести к безразмерному виду:

$$\frac{\partial z_1}{\partial \tau} + \frac{\partial z_1}{\partial \xi} = \varepsilon_1 \left(\sqrt{z_1} + \frac{\partial^2 z_1}{\partial \xi^2} - q_1 \right), \quad (5)$$

$$\frac{\partial z_2}{\partial \tau} + \frac{\partial z_2}{\partial \xi} = \varepsilon_2 \frac{\partial^2 z_2}{\partial \xi^2}, \quad (6)$$

где сокращенно обозначено: $\xi = 2\pi \frac{x}{L}$; $\tau = 2\pi \frac{u_0 t}{L}$; $z = \left(\frac{b}{a}\right)^2 \left(\frac{2\pi}{L}\right)^4 \vartheta$; $\varepsilon = 2\pi \frac{b}{Lu_0}$; $q = \frac{b}{a^2} \left(\frac{2\pi}{L}\right)^2 p$.

Первое приближение для интеграла уравнения (5) находится методами, применяемыми при решении нелинейных уравнений. Считая ε_1 малым, найдем:

$$z_1 = C_1 \sin(\tau - \xi) + L_0 \quad (7)$$

где C_1 — первый коэффициент разложения функции $\sqrt{\zeta_0/A + \sin \alpha}$ в ряд Фурье и $\zeta_0 = q_1^2$.

Уравнение (6) легко решается и дает затухающую волну. Чтобы объединить эти два решения, необходимо найти приближенный закон нарастания амплитуды для первого уравнения. Всего проще это делается в предположении, что ζ_0/A остается при этом постоянным. Другие виды функции ζ_0/A сильно затрудняют выкладки. Зная закон нарастания на одной части пути и закон затухания на другой, можно найти такую амплитуду, при которой одно компенсирует другое.

Количественная проверка полученных соотношений может быть проведена пока лишь ориентировочно, так как почти все коэффициенты уравнений, а также степень при ϑ точно неизвестны, и можно судить только об их порядках. Такая проверка была проведена и не привела к резким противоречиям.

Морской гидрофизический институт
Академии наук СССР

Поступило
3 IV 1950

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ Л. Н. Сретенский, Приклады. матем. и мех., 2, № 2 (1935). ² М. А. Михеев, Основы теплопередачи, М.—Л., 1949. ³ Д. Ф. Франк-Каменецкий, ДАН, 17, № 8 (1937).