

УДК 621.311

DOI 10.62595/1819-5245-2025-4-86-94

ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ СУТОЧНЫХ ПРОФИЛЕЙ ЭЛЕКТРОПОТРЕБЛЕНИЯ И ВЕРОЯТНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК РАСПРЕДЕЛЕНИЯ МОЩНОСТИ В ЧАСТНЫХ ДОМОХОЗЯЙСТВАХ

**А. А. КАПАНСКИЙ, В. В. ПАВЛОВ, Д. И. ЗАЛИЗНЫЙ,
Д. И. ВЕРЕМЕЕВА, Ю. А. РУДЧЕНКО**

*Учреждение образования «Гомельский государственный
технический университет имени П. О. Сухого»,
Республика Беларусь*

Работа посвящена определению закономерностей в электропотреблении частных жилых домохозяйств, а также вероятностных характеристик для дальнейшей разработки механизма имитационного моделирования и оценки пропускной способности. Были проанализированы суточные полу-часовые графики электропотребления абонентов одного из сельских населенных пунктов Гомельской области за год. С помощью кластерного анализа выделены характеристические группы абонентов по уровню электропотребления, для каждой группы сформирован типовой профиль нагрузки.

Ключевые слова: электропотребление, типовой профиль мощности, статистический анализ, график электропотребления жилого дома, статистическое моделирование, потребитель сельской местности.

Для цитирования. Исследование закономерностей суточных профилей электропотребления и вероятностных характеристик распределения мощности в частных домохозяйствах / А. А. Капанский, В. В. Павлов, Д. И. Зализный [и др.] // Вестник Гомельского государственного технического университета имени П. О. Сухого. – 2025. – № 4 (103). – С. 86–94. – DOI 10.62595/1819-5245-2025-4-86-94

A STUDY OF PATTERNS IN DAILY ELECTRICITY CONSUMPTION PROFILES AND PROBABILISTIC CHARACTERISTICS OF POWER DISTRIBUTION IN PRIVATE HOUSEHOLDS

**A. A. KAPANSKY, V. V. PAVLOV, D. I. ZALIZNY,
D. I. VEREMEEVA, YU. A. RUDCHENKO**

*Sukhoi State Technical University of Gomel,
the Republic of Belarus*

This study aims to identify patterns in electricity consumption in private residential households, as well as probabilistic characteristics for the further development of a simulation modeling mechanism and capacity assessment. Daily half-hourly electricity consumption graphs for citizens-consumers in one rural community in the Gomel region were analyzed for over a year. Using cluster analysis, characteristic groups of citizens-consumers were identified based on their electricity consumption levels, and a typical load profile was generated for each group.

Keywords: electricity consumption, typical power profile, statistical analysis, residential building electricity consumption graph, statistical modeling, electricity consumer of rural area.

For citation. Kapansky A. A., Pavlov V. V., Zalizny D. I., Veremeeva D. I., Rudchenko Yu. A. A study of patterns in daily electricity consumption profiles and probabilistic characteristics of power distribution in private households. *Vestnik Gomel'skogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta imeni P. O. Sukhogo*, 2025, no. 4 (103), pp. 86–94 (in Russian). DOI 10.62595/1819-5245-2025-4-86-94

Введение

Потребление электроэнергии в Республике Беларусь на сегодняшний день активно наращивается. Это можно увидеть по результатам отчетности, предоставляемой ГПО «Белэнерго» [1]. С 2020 по 2024 г. полезный отпуск электроэнергии увеличился на 3908,24 млн кВт · ч, прирост составляет 11,9 %. Такой резкий рост можно объяснить программами комплексного наращивания электропотребления, в том числе в бытовом секторе. Для этого государством формируются льготные тарифы для жилых домов, оснащенных электрическими котлами и плитами. В свою очередь, для обеспечения электроэнергией всех потребителей без перегрузки сети по всей Республике активно реконструируются электрические сети жилого фонда номинального напряжения 0,4–10 кВ. Так, в Гомельской области, в соответствии с перспективным планом развития электрических сетей, представленным РУП «Гомельэнерго» [2], к 2026 г. планируется реконструировать 690,5 км линий электропередач 0,4–10 кВ сельских электрических сетей. Таким образом, актуальным становится изучение характера электропотребления бытовых потребителей сельской местности в условиях роста электрических нагрузок.

Целью исследования является определение основных закономерностей и особенностей потребления электроэнергии в сельской местности. Это позволит в дальнейшем определить степень влияния потребителей данной категории на электроэнергетическую систему и использовать полученные результаты для решения задач оценки пропускной способности сети. Задачей исследования, в свою очередь, является формирование типовых профилей мощности и определение для них всех вероятностных параметров (нормальность, доверительные интервалы), а также анализ полученных профилей для выявления закономерностей в электропотреблении частных жилых домохозяйств сельской местности.

Литературный обзор

Исследования особенностей графиков электрических нагрузок бытового сектора широко рассматриваются в научном сообществе, причем ставятся различные цели и способы применения полученных данных в ходе анализа профилей. Одной из самых распространенных задач в странах постсоветского пространства является обновление устаревших типовых профилей мощности, разработанных для проектирования электрических сетей еще в 1980-х гг., и на сегодняшний день несоответствующих действительности. Так, в исследовании Е. П. Забелло и Д. М. Иванова (2020 г.), на примере 98-квартирного дома в г. Минске, проведено сравнение фактических и расчетных значений электрических нагрузок [3]. В заключении сделан вывод о том, что действующие удельные значения, используемые для оценки электропотребления жилого многоквартирного дома, не соответствуют действительности и превышают типовые более чем в 3 раза. К похожему заключению пришли А. С. Демиденко, С. А. Куделина и Г. В. Шведов (2020 г.), проанализировав получасовое потребление 471-квартирного дома, оснащенного электроплитами в Москве [4].

Сравнение графиков бытовых электрических нагрузок для зданий различного назначения (г. Москва) проводилось А. И. Федотовым и другими в 2025 г. При этом в сравнении участвовали как жилые здания, так и общественные [5]. Исследование показало, что наибольшая нагрузка на подстанцию формируется в зимний сезон, а также сделан вывод о несущественности нагрузки образовательных учреждений в выходные дни. Рассмотрение особенностей потребления в зависимости от времени года, а также от дня недели изучалось А. С. Соловьевой и Г. В. Шведовым (2023 г.). База данных исследования содержала в себе информацию о получасовом потреблении семи жилых многоквартирных домов в Москве [6] за три года. Авторами отме-

чены отличия в формах полученных профилей в зависимости от дня недели, была также выявлена большая равномерность и заполненность графика летнего периода по сравнению с зимним.

За рубежом также активно изучают закономерности потребления электроэнергии. Так, исследователем D. R. Joshua и другими в 2014 г. на базе 103 жилых домов в Остине (США) рассмотрено влияние сезонных факторов на потребление электроэнергии, а также проведена корреляция между профилями мощности и результатами опроса о социальном статусе и частоте использования бытовых электроприемников, предоставленных жильцами [7]. В результате авторами были сформированы две группы потребителей, основанных на количестве потребленной электроэнергии. Установлено, что существует значительная корреляция между средним профилем мощности и такими параметрами, как уровень образования проживающих и количество просмотра телевизионных передач в неделю. Похожее исследование выполнял автор H. Rafiq и другие для задач сглаживания графиков электрических нагрузок [8] (2023 г.). Авторами на базе данных о 15-минутном потреблении одного из жилых секторов Дубая (ОАЭ) была проведена классификация жильцов по их профилю потребления. Установлено, что жильцы, в счет за электроэнергию которых включены затраты на охлаждение, имеют смещенный пик включения нагрузки по сравнению с остальными потребителями. Исследователями выявлены основные часы спроса на электроэнергию для каждой из групп, что позволит им в дальнейшем применить данные результаты для задачи сглаживания графика электрических нагрузок.

Другой устанавливаемой исследователями целью является изучение поведения потребителей электроэнергии для задач моделирования и прогнозирования электропотребления. Это позволило бы более гибко управлять производством и передачей электроэнергии в часы максимума электрических нагрузок, а также более рациональнее использовать ее альтернативные источники. Так, автором X. M. Zhang и другими на базе данных о полчасовом потреблении отдельного дома за период с 2014 по 2016 г. (Канада) было установлено, что возможно прогнозирование графика нагрузки, но его точность в большей степени зависит от изменчивости потребления дома [9] (2018 г.). Исследование закономерностей потребления электроэнергии также позволяет оптимизировать процессы в энергосистеме, за счет более полного понимания особенностей конкретных групп потребителей [10, 11].

Как видно из рассмотренных исследований, характер электропотребления имеет явно выраженный региональный характер, на который влияет как экономическое, так и социальное положение потребителей. Причем вопросы, касающиеся особенностей потребления частных жилых домохозяйств в сельской местности, изучены недостаточно.

Основная часть

Проведение исследования было разделено на следующие этапы: сбор и подготовка исходных данных; выбор статического метода анализа данных; классификация данных по уровню годового потребления; определение методики формирования типовых профилей мощности; формирование типовых профилей мощности, выявление их характерных особенностей.

Сбор и подготовка исходных данных

Информационная база данных включала в себя сведения о полчасовом потреблении сорок одного жилого дома одного из населенных пунктов сельской местности Гомельской области, при этом шесть домов относились к категории комплексного использования электроэнергии (КИЭ). Общий объем информации об электропотреблении составляет 18 144 строки с данными, полученными за период с августа 2023 г.

по тот же месяц 2024 г. от филиала «Жлобинские электрические сети» РУП «Гомельэнерго». На первом этапе анализа было исключено пять домовладений, что связано с их низким, нехарактерным заселенному дому, потреблением. В качестве границы отсечения для определения таких потребителей было выбрано значение 75 кВт · ч/год, основанное на минимальном значении потребления электроэнергии за год дома с преобладающей летней нагрузкой (дачники).

Выбор статического метода анализа данных

Для первичной оценки статистической информации использован однофакторный дисперсионный анализ (ANOVA). В результате проверки исходных данных на соответствие условиям проведения ANOVA-теста было выявлено, что не все дома соответствуют закону нормального распределения, что говорит о невозможности его применения. Тогда в качестве основного метода статического анализа данных был выбран непараметрический аналог ANOVA, а именно критерий Краскела-Уоллиса, для которого все требования к исходным данным соблюдались. В результате проведенного анализа данных были выявлены существенные отличия в уровнях электропотребления между домами. Для подтверждения достоверности теста проведены множественные попарные сравнения на основе непараметрического аналога *t*-критерия – тест Манна–Уитни с учетом поправки Холма–Бонферрони. В итоге выявлено, что существуют дома, различия между которыми в уровне электропотребления не так существенны, это указывает на возможность формирования классификационных групп потребителей.

Классификация данных по уровню годового потребления

Для данных годового электропотребления каждого из рассматриваемых однофазных потребителей была проведена иерархическая кластеризация на основе критерия минимизации внутригрупповой дисперсии – метод Уорда. Определено оптимальное число групп с помощью метода «локтя», позволившего сделать заключение о достаточности формирования трех групп потребления: высокого, среднего и низкого. Результаты кластеризации представлены в табл. 1.

Таблица 1

Итоги разбиения однофазных потребителей на группы

Номера домов	Диапазон потребления, кВт · ч/год	Название группы
7, 15, 38, 39, 50, 53, 66, 75, 84, 86, 96, 36, 69, 7А, 85, 94, 95, 101, 104, 98	До 450	Низкое потребление
24, 35, 40, 58, 59, 64, 65, 67, 33, 22, 77	От 450 до 900	Среднее потребление
25, 28, 37, 51, 63	Более 900	Высокое потребление

Следует отметить, что из-за небольшого числа потребителей с КИЭ (шесть домов) проведение кластеризации не имело смысла, в связи с чем дома данной группы анализировались только в рамках типовых профилей мощности.

Алгоритм формирования типовых профилей мощности

Далее для групп однофазных потребителей были сформированы характерные (типовые) профили мощности, отражающие основные закономерности, присущие им. Весь процесс обработки данных включал разделение выборки на будние и выходные дни, усреднение получасовых значений по месяцам, группировку месяцев по сезонам (летний период (май–сентябрь), зимний период (октябрь–апрель)), выбор характерных

месяцев с наибольшим средним потреблением, определение доверительных интервалов по t -распределению Стьюдента и проверку данных на нормальность распределения. Основной используемый метод для проверки на нормальность – тест Шапиро-Уилка, который является стандартным способом оценки нормальности распределения в статистических исследованиях [12].

Для домов с КИЭ методика получения типового графика электрических нагрузок упрощена и включала усреднение получасовых значений по месяцам, группировку месяцев по сезонам, выбор характерных месяцев с наибольшим средним потреблением и определение доверительного интервала по аналогии с потребителями без КИЭ.

Формирование типовых профилей мощности, выявление их характерных особенностей

Потребители без комплексного использования электроэнергии. Для демонстрации сформированных профилей домов без КИЭ рассмотрим группу среднего потребления, имеющую наибольшее значение годового электропотребления. Профили мощности для наиболее распространенного дня недели (будний день) с выделенными участками нормальности отражены на рис. 1.

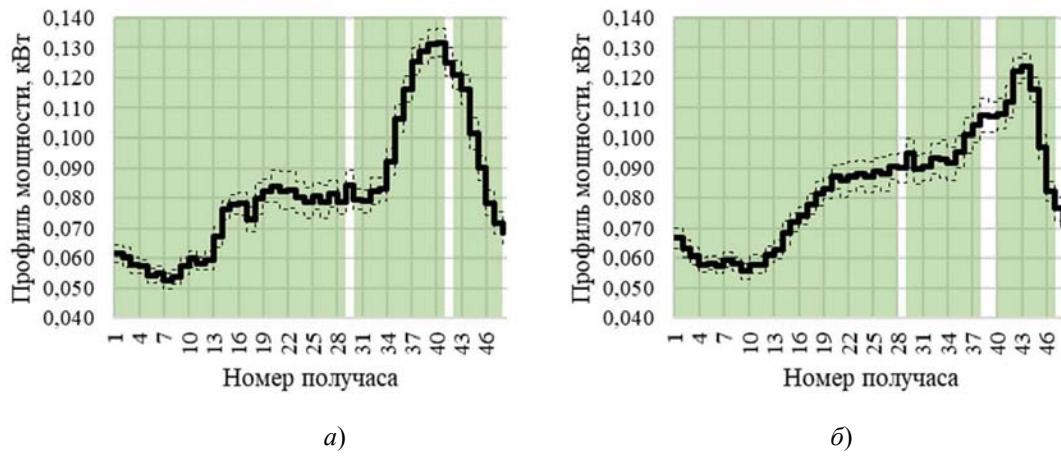


Рис. 1. Типовые профили мощности группы среднего потребления для буднего дня с разделением на сезонность:
а – зимний сезон; б – летний сезон;
— нормальность; — профиль мощности;
----- – доверительный интервал

Из результатов видно, что практически для каждого получаса выполняется нормальное статистическое распределение данных, что в дальнейшем можно использовать для задач имитационного моделирования, при этом стоит обратить внимание на доверительные интервалы. Заметно, что их максимальный размах не так существен (для зимы – 13 Вт, а для лета – 12 Вт), что говорит о сходности потребителей внутри сформированной группы. При этом коэффициент вариации относительно среднего показателя размаха не демонстрирует больших значений (для зимы – 0,27, а для лета 0,28), это указывает на стабильность потребления. Результаты анализа доверительных интервалов свидетельствуют о правильности выбранной методики классификации потребителей для данной группы. Вся статистика по доверительным интервалам для каждого дня недели и сезона года для этой классификационной группы представлена в табл. 2.

Таблица 2

Статистические показатели доверительных интервалов группы среднего потребления

Статистический показатель	Зимний сезон			Летний сезон		
	Тип недели		Недельный	Тип недели		Недельный
	Будний	Выходной		Будний	Выходной	
Максимальная ширина размаха, Вт	13	15	14	12	15	12
Среднее значение, Вт	8	9	9	8	8	9
Стандартное отклонение, Вт	2	3	2	2	3	3
Коэффициент вариации	0,27	0,38	0,28	0,28	0,33	0,29

Из результатов, представленных в табл. 2, видно, что наиболее узкие доверительные интервалы наблюдаются у потребителей в летний сезон буднего дня. При этом наиболее стабильным относительно среднего интервального значения оказалось потребление в будний зимний день, это указывает на низкую изменчивость за сутки. Следует обратить внимание на статистические показатели для выходного дня. Видно, что они имеют большую изменчивость по сравнению с будним днем. Это свидетельствует о неправильности использования недельного графика как типового для решения задач моделирования режимов электросетей, так как он по большей степени отражает только закономерности, характерные буднему дню, сглаживая особенности выходного дня. Для оценки различий между графиками буднего и выходного дня все полученные профили мощности для группы среднего потребления были объединены в один и представлены на рис. 2.

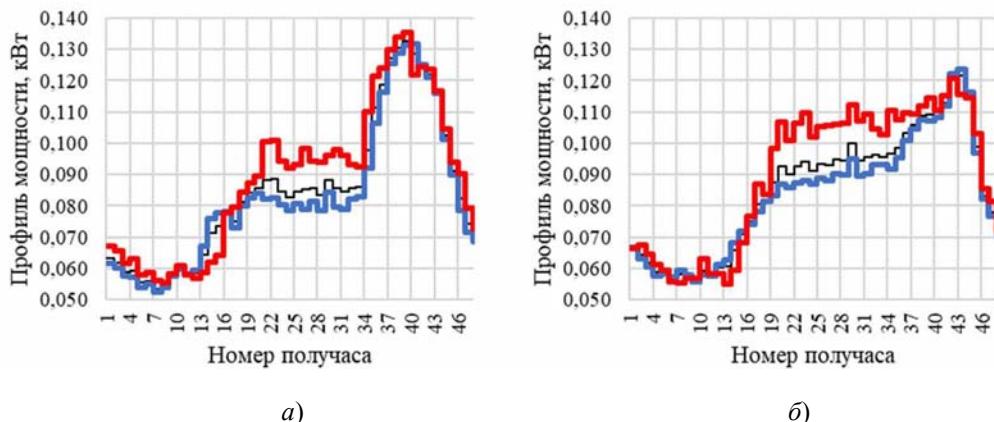


Рис. 2. Сравнительный анализ типовых профилей мощности группы среднего потребления:
а – зимний сезон; б – летний сезон:

— – вся неделя; — – будний день; — – выходной день

Видно, что наибольшую нагрузку на сеть потребители этой группы создают именно в выходной день, при этом максимумы образуются примерно в один и тот же временной промежуток, что и в будний день. Стоит отметить, что недельное усреднение (т. е. усреднение на интервале месяца без учета типа дня недели), описывает только многочисленные будние дни, это и было выявлено на этапе анализа доверительных интервалов. Сравнивая профили мощности по сезонам, можно увидеть, что для потребителей группы характерно увеличение электроиспользования в зимний период. В летний период пик потребления формируется позднее, чем в зимний.

Это объясняется более продолжительной длительностью светового дня летом, благодаря чему потребители откладывают использование искусственного освещения и других энергозатратных процессов на более поздние часы.

Потребители с комплексным электроиспользованием. Сформированные профили мощностей для потребителей с КИЭ отражены на рис. 3.

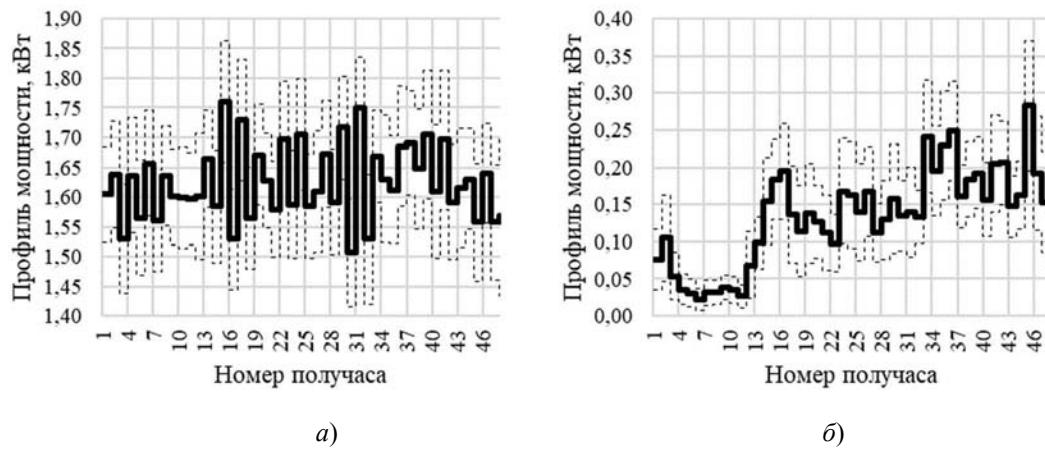


Рис. 3. Типовые профили мощности потребителей с КИЭ

с разделением на сезонность

а – зимний сезон; б – летний сезон:

— профиль мощности; - - - - - – доверительный интервал

Доверительные интервалы для профилей являются достаточно широкими (максимальный размах зимой 271 Вт и летом – 176 Вт), что обуславливается значительным потреблением самой группы (около 1,6 кВт зимой и 0,2 кВт летом).

Анализируя профили мощности между сезонами, можно обнаружить, что в зимний период наблюдается стабильность потребления на всем временном промежутке, в то время как в летний период оно имеет характерный спад в ночной период. Это объясняется стабильностью работы котельного оборудования в зимний сезон. Коэффициенты вариации, рассчитанные для доверительных интервалов (зимой – 0,12, а летом – 0,39), также подтверждают вывод о стабильности потребления в зимний сезон по сравнению с летним.

Заключение

По итогам исследования был сформирован алгоритм для определения типовых графиков мощности с разделением на сезоны года (летний, зимний) и дни недели (будний, выходной), с помощью которого определены типовые графики использования электрической энергии с учетом такого разделения. Это позволило выявить особенности в потреблении домовладений в исследуемом населенном пункте, а также провести проверку на нормальность сформированных типовых профилей с помощью метода Шапиро–Уилка. Результаты исследования в дальнейшем будут использованы для разработки механизма имитационного моделирования нагрузки и методики оценки пропускной способности электрической сети.

Выявлено, что зимний период является наиболее тяжелым для энергосистемы, так как изменение продолжительности светового дня и похолодание напрямую влияют на потребителей, вынуждая увеличивать электроиспользование. При этом стабильнее электрическую энергию потребляют именно в зимний сезон, что может быть обосновано длительным нахождением людей дома в этот период года, а также спросом на отопление (для потребителей с КИЭ).

Литература

1. Рынок электрической и тепловой энергии / ГПО «Белэнерго». – URL: <https://www.energo.by/content/deyatelnost-obedineniya/sbytovaya-deyatelnost/rynok-elektricheskoy-i-teplovoy-energii/> (дата обращения: 09.07.2025).
2. Информация о реконструкции электрических сетей, где предусматривается использование электрической энергии для нужд отопления и горячего водоснабжения / РУП «Гомельэнерго». – URL: <https://www.gomelenergo.by/actual/informacija-o-rekonstrukcii-jelektricheskikh-setej-gde-predusmatrivaetsja-ispolzovanie-jelektricheskoy-jenergii-dlya-nuzhd-otoplenija-i-gorjachego-vodosnabzhenija/> (дата обращения: 09.07.2025).
3. Забелло, Е. П. Анализ расчетных и фактических электрических нагрузок в коммунально-бытовом секторе / Е. П. Забелло, Д. М. Иванов // Энергетическая стратегия. – 2020. – № 2 (74). – С. 19–22.
4. Demidenko, A. S Analysis of the electric loads of residential and public buildings in urban power supply systems / A. S. Demidenko, S. A. Kudelina, G. V. Shvedov // Journal of Physics: Conference Series. – IOP Publishing. – 2020. – Vol. 1683, N 5. – P. 052016.
5. Суммирование электрических нагрузок жилых и общественных зданий жилого комплекса / А. И. Федотов, А. Р. Ахметшин, Е. А. Федотов, В. Н. Кулаков // Известия высших учебных заведений. Проблемы энергетики. – 2025. – Т. 27, № 2. – С. 77–90.
6. Соловьева, А. С. Сравнительный анализ зимних и летних графиков электрической нагрузки рабочих и выходных дней многоквартирных домов с электроплитами в системах электроснабжения крупных городов / А. С. Соловьева, Г. В. Шведов // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия «Энергетика». – 2023. – Т. 23, № 1. – С. 27–37.
7. Clustering analysis of residential electricity demand profiles / J. D. Rhodes, J. C. Wesley, C. R. Upshaw [et al.] // Applied Energy. – 2014. – Vol. 135. – P. 461–471.
8. Analysis of residential electricity consumption patterns utilizing smart-meter data: Dubai as a case study / H. Rafiq, P. Manandhar, E. Rodriguez-Ubinas, J. D. Barbosa // Energy and Buildings. – 2023. – Vol. 291. – P. 113103.
9. Forecasting residential energy consumption: Single household perspective / X. M. Zhang, K. Grolinger, A. M. Capretz, L. Seewald // 2018 17th IEEE International Conference on Machine Learning and Applications (ICMLA). – IEEE, 2018. – P. 110–117.
10. Голубцов, Н. В. Управление инновациями в энергетике: проблема подготовки кадров / Н. В. Голубцов // Экономическое возрождение России. – 2010. – № 3 (25). – С. 121–126.
11. Hruntovich, N. V. Optimization of a variable frequency drive pump working on a water tower / N. V. Hruntovich, A. A. Kapanski, D. Baczyński [et al.] // E3S Web of Conferences : 2019 International Scientific and Technical Conference Smart Energy Systems, SES 2019, Kazan, 18–20 september 2019. – Vol. 124. – Kazan : EDP Sciences, 2019. – P. 05060.
12. Shapiro, S. S. An analysis of variance test for normality (complete samples) / S. S. Shapiro, M. B. Wilk // Biometrika. – 1965. – Vol. 52, N 3. – P. 591–611.

References

1. Electric and thermal energy market. *Gosudarstvennoe proizvodstvennoe ob"edinenie elektro-energetiki "Belenergo"*. Available at: <https://www.energo.by/content/deyatelnost-obedineniya/sbytovaya-deyatelnost/rynok-elektricheskoy-i-teplovoy-energii/> (accessed 09 July 2025) (in Russian).
2. Information on the reconstruction of electrical networks, which provides for the use of electric energy for heating and hot water supply. *Respublikanskoe unitarnoe predpriyatie "Gomel'energo"*. Available at: <https://www.gomelenergo.by/actual/informacija-o-rekonstrukcii-jelektricheskikh-setej-gde-predusmatrivaetsja-ispolzovanie-jelektricheskoy-jenergii-dlya-nuzhd-otoplenija-i-gorjachego-vodosnabzhenija/> (accessed 09 July 2025) (in Russian).

3. Zabello E. P., Ivanov D. M. Analysis of calculated and actual electrical loads in the utility sector. *Ehnergeticheskaya strategiya = Ehnergeticheskaya strategiya*, 2020, no. 2 (74), pp. 19–22 (in Russian).
4. Demidenko A. S., Kudelina S. A., Shvedov G. V. Analysis of the electric loads of residential and public buildings in urban power supply systems. *Journal of Physics: Conference Series*. IOP Publishing, 2020, vol. 1683, no. 5, art. 052016.
5. Fedotov A. I., Akhmetshin A. R., Fedotov E. A., Kulakov V. N. Summation of electrical loads of residential and public buildings of a residential complex. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavodov. Problemy energetiki = News of higher educational institutions. Energy problems*, 2025, vol. 27, no. 2, pp. 77–90 (in Russian).
6. Solov'eva A. S., Shvedov G. V. Comparative analysis of winter and summer schedules of electrical load of working and weekend days of apartment buildings with electric stoves in power supply systems of large cities. *Vestnik Yuzhno-Ural'skogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Ehnergetika = Bulletin of the South Ural State University. Series: Energy*, 2023, vol. 23, no. 1, pp. 27–37 (in Russian).
7. Rhodes J. D., Wesley J. C., Upshaw C. R., Edgar T. F., Webber M. E. Clustering analysis of residential electricity demand profiles. *Applied Energy*, 2014, vol. 135, pp. 461–471.
8. Rafiq H., Manandhar P., Rodriguez-Ubinas E., Barbosa J. D. Analysis of residential electricity consumption patterns utilizing smart-meter data: Dubai as a case study. *Energy and Buildings*, 2023, vol. 291, art. 113103.
9. Zhang X. M., Grolinger K., Capretz A. M., Seewald L. Forecasting residential energy consumption: Single household perspective. *17th IEEE International Conference on Machine Learning and Applications (ICMLA)*, 2018. Institute of Electrical and Electronics Engineers, 2018, pp. 110–117.
10. Golubtsov N. V. Innovation management in the energy sector: the problem of personnel training. *Ehkonomicheskoe vozrozhdenie Rossii = Russia's Economic Revival*, 2010, no. 3 (25), pp. 121–126 (in Russian).
11. Hruntovich N. V., Kapanski A. A., Baczyński D., Vagapov G. V., Fedorov O. V. Optimization of a variable frequency drive pump working on a water tower. *E3S Web of Conferences: 2019 International Scientific and Technical Conference Smart Energy Systems, SES 2019*, Kazan, 18–20 september 2019. Kazan, EDP Sciences, 2019, vol. 124, art. 05060.
12. Shapiro S. S., Wilk M. B. An analysis of variance test for normality (complete samples). *Biometrika*, 1965, vol. 52, no. 3, pp. 591–611.

Поступила 05.09.2025 г.