

# ВОЛНОВОЙ РЕЖИМ ВОЗМУЩЕНИЯ И МОРФОЛОГИЧЕСКИ УСТОЙЧИВЫЙ РОСТ ДЕНДРИТА В ПЕРЕОХЛАЖДЕННЫХ РАСПЛАВАХ НИКЕЛЯ И МЕДИ

И. А. Концевой

Учреждение образования «Гомельский государственный технический  
университет имени П. О. Сухого», Гомель, Беларусь

246029, г. Гомель, пр. Октября, 48

Тел.: (+37529) 114-67-22, e-mail: [ivankon@yandex.by](mailto:ivankon@yandex.by)

Изучено влияние переохлаждения расплава на кинетические параметры фронта высокоскоростной кристаллизации чистого металла. Расчеты выполнены для никеля и меди.

**Ключевые слова:** высокоскоростная кристаллизация, неустойчивость линии роста, кривизна фазовой границы, дендритный рост.

**Введение.** В настоящее время экспериментально достигнуты скорости роста 20–70 м/с в расплавах, переохлажденных до 300 К, [1]. Дендритный рост кристаллов при высокоскоростной кристаллизации глубоко переохлажденных расплавов чистого вещества является одним из объектов современных исследований. Прикладное значение этих исследований связано с технологиями получения материалов, обладающих высокими эксплуатационными свойствами. Вопрос о морфологической устойчивости линии роста дендрита рассматривался в [2, 3]. Цель данной работы: выполнить анализ кинетических свойств фазовой границы кристаллизации (ФГК) в чистых расплавах никеля и меди.

**Теплоотвод от твердой фазы.** Уравнение роста дендрита при глубоких переохлаждениях расплава получено в [4, 5] с учетом локально-неравновесных свойств теплопереноса. Анализ этого уравнения показывает, что объемный сток энергии  $q_0 < 0$ , который моделирует отвод тепла от кристалла, определяется следующей зависимостью:

$$|q_0| = \frac{L_1}{\gamma} + N_m \left( K_0 L_1 + \frac{c}{\gamma \mu} \right) + K_0 N_m^2 \frac{c}{\mu}, \quad (1)$$

$$L_1 = L_* + K_0 U_2, \quad L_* = L - c_* \Delta T, \quad U_1 = U/L, \quad U_2 = c T_c U_1.$$

Обозначения здесь такие же, как в [4, 5]. При проведении расчетов применяются полуэмпирические зависимости [6] для скорости роста  $N_m = N_m(\Delta T)$  и кинетического коэффициента  $\mu = \mu(\Delta T)$ . Выполнен анализ возмущения ФГК вида [7]:

$$f(y, t) / H = \exp(-rt) \cos(ky),$$

где  $H$  – малая постоянная первого порядка малости;  $t$  – время;  $y$  – координата, поперечная направлению роста;  $r$  – параметр затухания;  $k$  – частота. Обнаружено, что режим аperiodической устойчивости наблюдается в интервале  $r^{(1)} < r < r^{(2)}$ , где левая и правая границы (подробная запись не приводится) зависят от физических параметров процесса [см. формулу (1)] и от величины переохлаждения  $\Delta T$ . В соответствии с этим интервалом устойчивости получена верхняя граница значений кривизны  $K_f$  вершины

дендрита, при которых линия роста морфологически устойчива: не возникает складка, являющаяся предвестником боковой ветви.

**Границы морфологически устойчивого роста.** Расчеты выполнены для никеля ( $\Delta T, K \in [166; 312]$ ) и для меди ( $\Delta T, K \in [180; 230]$ ) при  $K_0 = 10^7 \text{ м}^{-1}$ . Числовые значения теплофизических параметров следующие:

- Никель, Ni:  $T_c = 172 \text{ К}$ ,  $L = 2,14 \cdot 10^9 \text{ Дж/м}^3$ ,  $U = 0,38 \text{ Дж/м}^2$ ,  $\gamma = 1,380410^{-7} \text{ с}$ ,  $c = 5,62 \cdot 10^6 \text{ Дж/(м}^3 \cdot \text{К)}$ ,  $\lambda = 69 \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}$ ,  $\mu = 9,53 \text{ м/(К} \cdot \text{с)}$ ,  $T_* = 156 \text{ К}$ ,  $N_b = 5,3 \text{ м/с}$ ;
- Медь, Cu:  $T_c = 135 \text{ К}$ ,  $L = 1,77 \cdot 10^9 \text{ Дж/м}^3$ ,  $U = 0,26 \text{ Дж/м}^2$ ,  $\gamma = 4,75510^{-8} \text{ с}$ ,  $c = 4,17 \cdot 10^6 \text{ Дж/(м}^3 \cdot \text{К)}$ ,  $\lambda = 317 \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}$ ,  $\mu = 10,06 \text{ м/(К} \cdot \text{с)}$ ,  $T_* = 117 \text{ К}$ ,  $N_b = 1 \text{ м/с}$ .

Зависимости объемного стока энергии  $|q_v|$  и верхней границы значений кривизны  $K_f$  вершины дендрита от переохлаждения  $\Delta T$  даны на рис. 1 в размерных величинах.

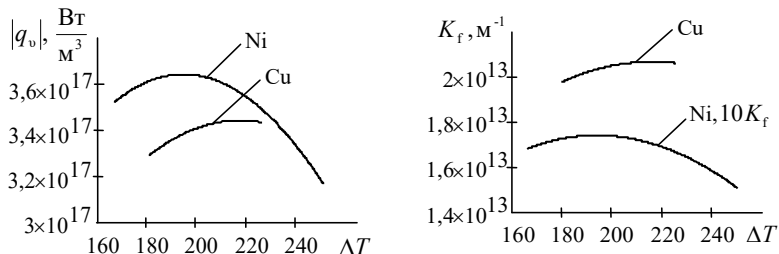


Рис. 1. Свойства теплоотвода  $|q_v|$  и верхней границы значений кривизны  $K_f$  вершины дендрита

Полученные в результате расчетов числовые значения  $K_f(\Delta T)$  говорят о том, что аperiодический режим (2) устойчив: верхняя граница  $K_f$  в данных условиях не достигается. На рис. 2 показан в безразмерном виде полупериод колебаний по координате  $y$ . Масштабы величин:  $y_b = 10^{-6} \text{ м}$ ,  $t_b = 10^{-7} \text{ с}$ . Для обоих металлов

$$\frac{\partial(\pi/k)}{\partial r} < 0, \quad \frac{\partial(\pi/k)}{\partial(\Delta T)} > 0.$$

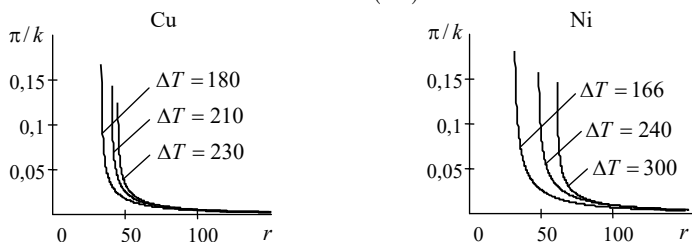


Рис. 2. Корреляция «параметр затухания по времени – параметр пространственной неоднородности возмущения»

**Волновой режим возмущения.** Незатухающая стоячая волна возмущения имеет вид

$$f(y,t)/H = \cos ky \sin mt, \quad t \geq 0, \quad y \in [0, y_1], \quad (2)$$

$$k^2 = \frac{\beta_1 \beta_2}{\beta_3 - \beta_0 \beta_2}, \quad m^2 = \frac{\beta_1 \beta_3}{\beta_3 - \beta_0 \beta_2}, \quad w_2 = m/k = (\beta_3 / \beta_2)^{1/2},$$

где  $m/k$  – скорость стоячей волны, перемещающейся со скоростью звука  $W_2$ ;  $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3$  – безразмерные коэффициенты, зависящие от переохлаждения расплава посредством функций  $N_m = N_m(\Delta T)$ ,  $\mu = \mu(\Delta T)$ . Результаты расчета этого режима возмущения демонстрируют отчетливые различия между никелем и медью (рис. 3). Для меди имеем:

$$\frac{\partial(2\pi/m)}{\partial(\Delta T)} < 0, \quad \frac{\partial(m/k)}{\partial(\Delta T)} > 0.$$

Для никеля хорошо видна немонотонная, имеющая максимум зависимость скорости волны  $m/k$  от величины переохлаждения  $\Delta T$ , см. рис. 3 б.

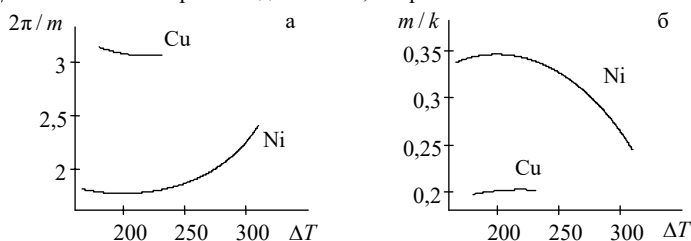


Рис. 3. Незатухающая стоячая волна возмущения:  
а – период колебаний во времени; б – скорость волны.

Стоячая волна, затухающая с течением времени, определяется решением:

$$f(y,t)/H = \exp(-rt) \cos ky \sin mt, \quad (3)$$

$$k^2 = H_1/H_0, \quad m^2 = H_2/H_0, \quad H_0 = \beta_3 - \beta_0 \beta_2 + 2\beta_0 r,$$

$$H_1 = 9\beta_2 r^2 + \beta_1 \beta_2 - r(3\beta_1 + 9r^2 + 2\beta_2^2), \quad H_2 = \beta_1 \beta_3 + r[r(\beta_0 \beta_2 + 3\beta_3) - 2\beta_0 r^2 - 2\beta_2 \beta_3].$$

При  $r = 0$  данное решение принимает вид (2). Эти выражения имеют физический смысл ( $k^2 > 0$ ,  $m^2 > 0$ ), соответствующий периодическому решению, в малой правой конечной окрестности  $r = 0$ . Для представленной на рис. 4–5 серии расчетов в безразмерных величинах  $0 \leq r \leq 0,44$ . Для никеля и меди периоды колебаний возмущения по координате  $y$  и по времени  $t$  ведут себя одинаково в качественном отношении:

$$\frac{\partial(2\pi/k)}{\partial(\Delta T)} > 0, \quad \frac{\partial(2\pi/m)}{\partial(\Delta T)} > 0.$$

Кроме того, по мере увеличения параметра затухания  $r$  оба эти периода колебаний монотонно растут, см. рис. 4–5. Так же, как в случае незатухающей волны (2), различия между никелем и медью наблюдаются в поведении скорости волны  $m/k$  при изменении  $\Delta T$ : для никеля имеем  $\partial(m/k)/\partial(\Delta T) < 0$ , а для меди наоборот:  $\partial(m/k)/\partial(\Delta T) > 0$  см. рис. 4 в, рис. 5 в.

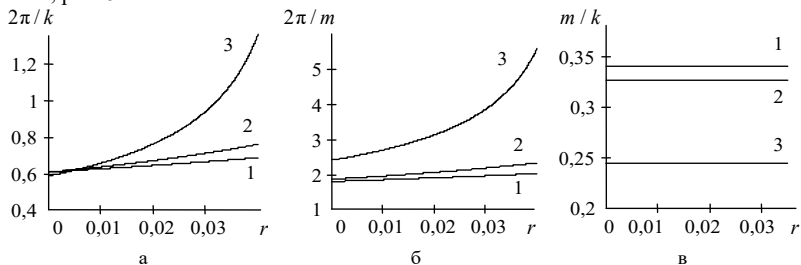


Рис. 4. Никель. Влияние параметра затухания на свойства стоячей волны возмущения



Рис. 5. Медь. Влияние параметра затухания на свойства стоячей волны возмущения. Номера линий соответствуют величинам  $\Delta T$ : 1 – 180 К; 2 – 200 К; 3 – 230 К.

**Заключение.** Выполнен сопоставительный анализ свойств возмущенной фазовой границы кристаллизации никеля и меди при глубоких переохлаждениях расплава. Для никеля  $\Delta T, \text{К} \in [166; 314]$ , для меди  $\Delta T, \text{К} \in [180; 230]$ . Показано, что кинетические свойства фазовой границы высокоскоростной кристаллизации чистого расплава в значительной степени обусловлены локальной неравновесностью теплопереноса в твердой фазе. Получены свойства теплоотвода  $q_0(\Delta T)$  от твердой фазы и значения верхней границы кривизны  $K_f$ , обеспечивающей устойчивость аperiодического возмущения. Стоячая волна возмущения рассмотрена в незатухающем и затухающем режимах. Обнаружены важные в физическом отношении различия в поведении скорости стоячей волны для никеля и меди. Показано, что параметр затухания и величина переохлаждения оказывают значительное влияние на пространственно-временные свойства возмущенного состояния вершины дендрита.

Работа выполнена под научным руководством профессора О. Н. Шабловского.

## Литература

1. Herlach D.M. Metastable Solids from Undercooled Melts / D. M. Herlach, P. Galenko, D. Holland-Moritz. – Oxford: Pergamon, 2007. – 448 p.
2. Шабловский О.Н. Тепловая градиентная катастрофа и рост двумерного свободного дендрита в переохлажденном расплаве / О. Н. Шабловский // Прикладная физика. – 2007. – №3. – С. 29–37.
3. Шабловский О.Н. Производство энтропии на фазовой границе кристаллизации / О. Н. Шабловский // Поверхность, синхротронные и нейтронные исследования. – 2010. – №12. – С. 81–87.
4. Шабловский О.Н. Кинетика роста вершины дендрита в глубоко переохлажденном расплаве. Часть 1. Уравнение фазовой границы кристаллизации / О. Н. Шабловский // Успехи прикладной физики. – 2013. – Т. 1, № 6. – С. 680–685.
5. Шабловский О.Н. Кинетика роста вершины дендрита в глубоко переохлажденном расплаве. Часть II. Аналитическая структура возмущений линии роста / О. Н. Шабловский // Успехи прикладной физики. – 2014. – Т. 2, № 1. – С. 12–17.
6. Шабловский О.Н. Динамика неустойчивости волновых возмущений и боковое ветвление дендрита в переохлажденном расплаве / О. Н. Шабловский, Д. Г. Кроль // Успехи прикладной физики. – 2022. – Т. 10, № 2. – С.189–202.
7. Шабловский О.Н. Кинетические свойства вершины дендрита в переохлажденном расплаве чистого металла / О.Н. Шабловский, И.А. Концевой // Вестник Гомельского государственного технического университета имени П.О. Сухого: научно-практический журнал. – 2024. – № 1. – С. 5–14.