

УДК.536.2.02.001.57

К РЕШЕНИЮ КОНТАКТНЫХ ЗАДАЧ ЧИСЛЕННЫМ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМ МЕТОДАМИ

Г.П. ТАРИКОВ, В.А. БАРАБАНЦЕВ

*Гомельский государственный технический университет
имени П.О.Сухого, Республика Беларусь*

Развитие техники поставило проблему контактного взаимодействия в ряд актуальных задач современной механики деформируемого твердого тела. Сложность этих задач обусловило большое число численных и аналитических методов, используемых при их решении.

Из численных методов наиболее эффективными применительно к расчету машиностроительных конструкций следует считать метод конечных элементов (МКЭ) и метод суперэлементов.

Как известно [1], идея метода заключается в аппроксимации сплошной среды с бесконечным числом степеней свободы совокупностью простых элементов, имеющих конечное число степеней свободы и связанных между собой в узловых точках. Для МКЭ характерны [2] широкий диапазон применимости, инвариантности по отношению к геометрии конструкции и механическим характеристикам материалов, простота учета взаимодействия конструкции с внешней средой (механические и температурные нагрузки, граничные условия и т.д.), высокая степень приспособленности и автоматизации всех этапов расчета. Популярность метода объясняется простотой его физической интерпретации и очевидной связью с методом Ритца и перемещений, широко применяемых в механике сплошных сред и строительной механике.

МКЭ во всех его различных формулировках предусматривает следующие основные этапы расчета:

- разбиение рассматриваемой области (тела) на конечные элементы;
- аппроксимацию зависимых переменных кусочно-полиномиальными функциями с известными параметрами для каждого конечного элемента;
- подстановка аппроксимирующих функций в определяющие уравнения и их решение, дающих значения параметров, которые полностью определяют искомые функции внутри элемента через их значения в узловых точках.

С математической точки зрения МКЭ представляет собой обобщение метода Рэлея-Ритца-Галеркина, обеспечивающего минимизацию потенциальной энергии путем отыскания линейной комбинации пробных функций:

$$\varphi = \sum_i^N a_i \varphi_i,$$

где a_i — коэффициенты, определяемые из системы N алгебраических уравнений.

Основная проблема заключается в выборе пробных функций φ_i , обеспечивающих простоту вычислений и достаточную точность. Особенность МКЭ в том, что эти функции принимают кусочно-полиномиальными, отличными от нуля в окрестности только одного узла, и коэффициенты a_i имеют определенный физический смысл.

Известно [2], что расчетные схемы (РС) различных элементов машиностроения могут быть сведены к стержневым, пластинчатым, оболочковым или объемным сис-

темам находящихся под действием произвольных механических и температурных нагрузок. Для их расчета созданы комплексы программ. Одним из таких конечно-элементных комплексов является ANSYS.

Рассмотрим результаты решения с помощью комплекса ANSYS следующей пространственной контактной задачи.

Штамп круговой формы в плане, имеющей круглый эксцентрично расположенный вырез, вдавливается в однородное упругое полупространство. Полагаем, что штамп перемещается вертикально и силы трения между штампом и упругим полупространством отсутствуют.

Пусть R — радиус штампа; r — радиус выреза (рис. 1). Примем для определенности, что $\frac{R}{r} = 4.5$ и обозначим $\frac{n}{R} = \beta$.

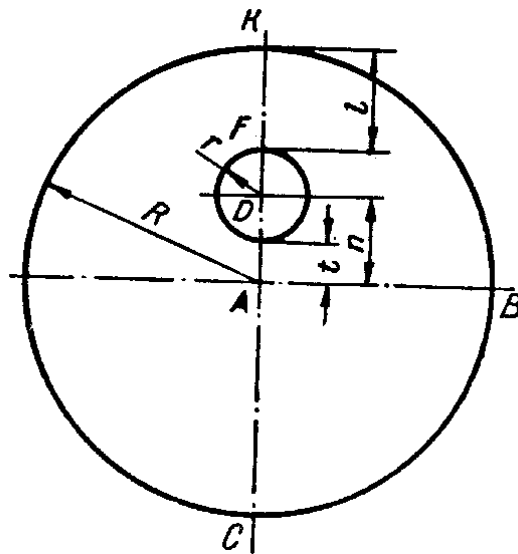
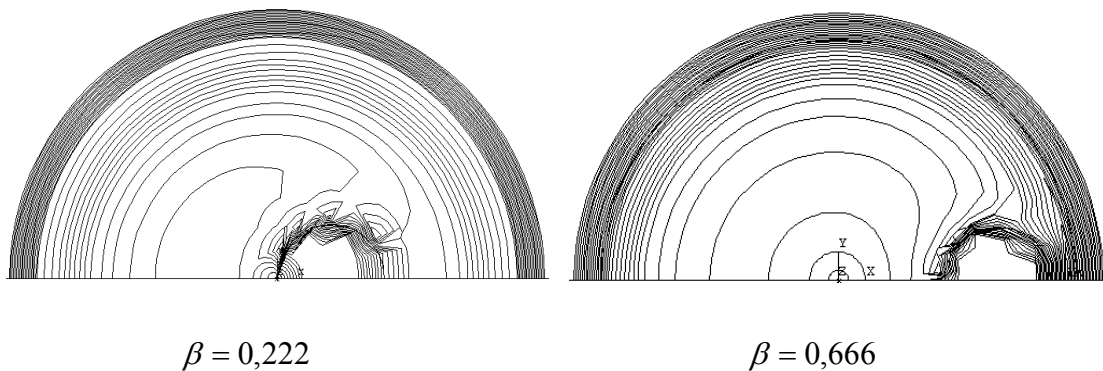


Рис. 1

Решение этой задачи численным методом осуществлялось на ЭВМ.

На рис. 2 показаны линии равных контактных давлений, полученных при решении задачи для случаев, когда $(\beta = 0,222; 0,666)$.



$\beta = 0,222$

$\beta = 0,666$

Рис. 2

Рассмотрим теперь экспериментальный метод решения поставленной задачи, основанный на аналогии существующей между интегральными уравнениями контактной задачи и задачи электростатики [3]. Согласно этой аналогии задачу об определении контактного давления под штампом можно заменить задачей об определении плотности заряда на поверхности токопроводящей пластины, имеющей форму основания штампа в плане.

Решение задачи осуществлялось на специальном электро моделирующем устройстве ЭМУ-К32 [4].

Методика решения задачи сводится к следующему:

- На токопроводящую пластину подавался потенциал, моделирующий перемещение штампа.
- С помощью зонда и измерительного комплекта определялась плотность заряда на поверхности токопроводящей пластины.
- Используя метод подобия, определялись значения контактных давлений в соответствующих точках площадки контакта.

Результаты эксперимента позволили построить линии равных значений величин

$P/P_{cp} \cdot \left(P_{cp} = \frac{P}{F} \right)$ для исследованных форм площадки контакта, показаны на рис. 3.

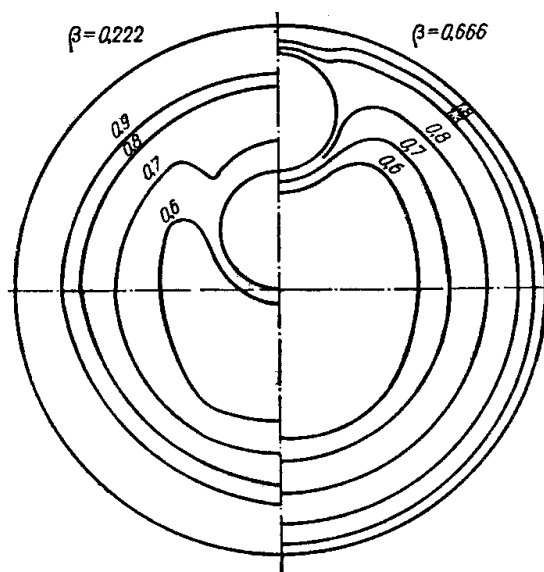


Рис. 3

Получены также эмпирические формулы для определения контактных давлений по некоторым сечениям:

Для штампов с $\beta = 0$ имеем по АВ

$$p(x_0, 0) = \frac{P}{F} \left[(1 - x_0) \left(x_0 - \frac{m}{R} \right) \right]^{-\frac{1}{2}} \sum_{n=0}^3 d_n x_0^{2n}. \quad (2.1)$$

При $\beta = 0.222$ будет:

по АВ

$$p(x_0, 0) = \frac{P}{F} [(1 - x_0)x_0]^{-\frac{1}{2}} \sum_{n=0}^3 a_n x_0^{2n}; \quad (2.2)$$

по AC

$$p(y_0,0) = \frac{P}{F} [(1-y_0)y_0]^{-\frac{1}{2}} \sum_{n=0}^3 b_n y_0^{2n}; \quad (2.3)$$

по FK

$$p(y_0,0) = \frac{P}{F} \left[(1-y_0) \left(y_0 - \frac{m}{R} \right) \right]^{-\frac{1}{2}} \sum_{n=0}^3 d_n y_0^{2n}. \quad (2.4)$$

При $\beta = 0.666$ получаем:

по AB

$$p(x_0,0) = \frac{P}{F} (1-x_0^2)^{-\frac{1}{2}} \sum_{n=0}^3 a_n x_0^{2n}; \quad (2.5)$$

по AC

$$p(y_0,0) = \frac{P}{F} (1-y_0^2)^{-\frac{1}{2}} \sum_{n=0}^3 b_n y_0^{2n}. \quad (2.6)$$

В формулах (2.1)-(2.6) приняты обозначения: P – сила, действующая на штамп; F – площадка контакта; $x_0 = \frac{x}{R}$; $y_0 = \frac{y}{R}$; $m = R - l$; t – расстояние от центра площадки до выреза (см. рис. 2).

Таблица 1

Коэффициенты полиномов	Значения β		
	0	0,222	0,666
a_0	-	0,22907	0,49743
a_1	-	0,44733	0,31842
a_2	-	-0,54867	-0,73548
a_3	-	0,27807	0,49971
b_0	-	0,18225	0,49553
b_1	-	0,84572	0,3250
b_2	-	-1,51650	-0,98236
b_3	-	0,91075	0,74506
d_0	0,07654	-0,05397	0,21874
d_1	0,86006	1,04009	0,14050
d_2	-1,43629	-1,33759	-6,70138
d_3	0,87247	0,65784	20,45644

Значения коэффициентов полиномов, входящих в формулы (2.1)-(2.6), приведены в табл. 2. При $\beta \neq 0$ теоретическое решение данной задачи (даже приближенное) отсутствует. Поэтому сравнить полученные результаты с теоретическими решениями можно лишь для случая $\beta = 0$ [5].

Таблица 2

$\frac{x}{R}$	Значение $\frac{p(x,0)}{P_{cp}}$		Погрешность, %
	теория	эксперимент	
0,3	0,588	0,612	4,09
0,4	0,545	0,544	1,62
0,5	0,561	0,578	2,98
0,6	0,601	0,619	2,96
0,7	0,670	0,675	0,74
0,8	0,796	0,786	1,20
0,9	1,094	1,131	4,13

Анализируя полученные результаты можно сделать следующие выводы.

При решении численным методом контактных задач с областью сложной конфигурации, математическая модель может оказаться настолько сложной, что ее реализация на ЭВМ будет практически трудно осуществима.

Метод электрического моделирования позволяет решать пространственные контактные задачи относительно просто с точностью, достаточной для инженерных приложений. При этом он отличается малой затратой времени на подготовку и проведение эксперимента.

Литература

1. Мяченков В.И., Мальцев В.П. и др. Расчеты машиностроительных конструкций методом конечных элементов. - М.: Машиностроение, 1989. – 520 с.
2. Горшков С.П., Корольков С.А., Мяченков В.И. Автоматизация конструирования и прочностных расчетов.- М.: Машиностроение, 1985.
3. Галин Л.А. Контактные задачи теории упругости и вязкоупругости.- М.: Наука, 1980.
4. Бородачев Н.М., Тариков Г.П. Устройство для моделирования пространственных контактных задач. Авт. свид. № 570905. Бюл. изобр., № 32, 1977.
5. Бородачев Н.М., Бородачева Ф.Н. Вдавливание кольцевого штампа в упругое полупространство //Инженерный журнал, Механика твердого тела.- 1966.- № 4.