

К ВОПРОСУ АНАЛИЗА УРАВНОВЕШЕННОСТИ ПЛОСКИХ РЫЧАЖНЫХ
МЕХАНИЗМОВ С ПОМОЩЬЮ ТЕОРИИ КОМПЛЕКСНЫХ ЧИСЕЛ

Актуальность. При движении плоских рычажных механизмов сельскохозяйственных машин, различные точки их звеньев движутся с ускорениями, в результате чего возникают силы инерции, которые вызывают дополнительные нагрузки в кинематических парах, существенно влияющие на прочность всех элементов конструкции. Анализ уравновешенности плоских рычажных механизмов еще на этапе их предварительного проектирования позволяет снизить действующую динамическую нагрузку за счет уравновешивания инерционных сил и моментов.

Цель. Анализ уравновешенности плоского рычажного механизма с помощью теории комплексных чисел.

Методы. Представлен алгоритм аналитического метода для анализа уравновешенности плоских рычажных механизмов с использованием теории комплексных чисел. Это позволяет перейти от алгебраических операций над векторами к соответствующим операциям над комплексными числами, сохранив при этом всю информацию присущую векторным величинам о длине и направлении.

Постановка задачи и анализ. Уравновешивание рычажных механизмов является одной из важнейших задач динамического анализа механизмов, которая заключается в полном или частичном устранении переменного воздействия со стороны главного вектора и главного момента сил инерции на опоры механизма во всех его положениях при заданном законе движения ведущего звена.

Известные методы и средства статического уравновешивания достаточно полно изложены в различных работах [1 - 3] из которых на практике наибольшую популярность получил метод замещающих масс [1]. Уравновешивание методом векторов главных точек [2] эффективно для векторных математических моделей рычажных механизмов. Перспективным направлением в уравновешивании получают методы, основанные на оптимизационном поиске параметров противовесов [3].

На рис. 1 приведена кинематическая схема плоского шарнирного четырехзвенного рычажного механизма (получившего наибольшее распространение в машиностроении) и ее векторная интерпретация в комплексной плоскости. Положение каждого вектора задается в соответствующей полярной системе координат, связанной с его началом, и определяется длиной (модулем) и углом наклона, положительное значение которого отсчитывается от горизонтальной оси против хода часовой стрелки [4].

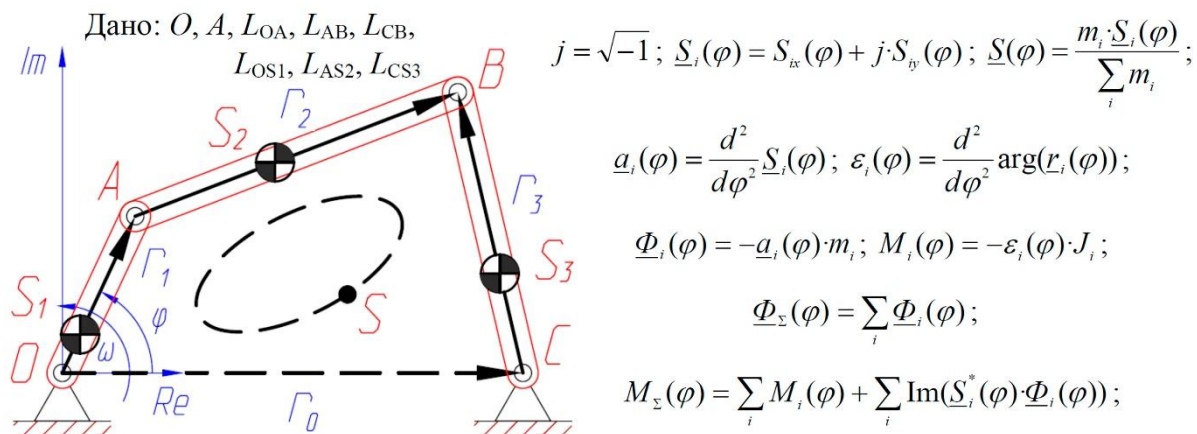


Рисунок 1 - Кинематическая схема плоского рычажного механизма и алгоритм аналитического метода для анализа его уравновешенности

Теоретически статическое уравновешивание рычажного механизма возможно, если его общий центр масс S (см. рис. 1) будет оставаться неподвижным или двигаться равномерно и прямолинейно при его работе за цикл. Поэтому зная массу m_i и координату центра масс S_i каждого звена можно предварительно оценить неуровновешенность плоского рычажного механизма уже на этапе выполнения кинематического анализа.

Будем считать, что для рассматриваемого плоского рычажного механизма решена первая задача кинематического анализа с помощью теории комплексных чисел, т.е. решена задача о положениях [5]. Тогда определение векторов линейных и угловых ускорений характерных точек и звеньев удобно представить через соответствующие аналоги. Известно, что аналог ускорения – это вторая производная радиус-вектора точки по обобщенной координате [1]. При этом для вычисления аналогов векторов угловых ускорений звеньев удобно использовать значение аргумента вектора комплексного числа r_i , характеризующего угол его наклона вектора к действительной оси комплексной плоскости.

Тогда, если известны массово-инерционные характеристики всех звеньев механизма m_i и J_i , имеются рассчитанные для каждого из звеньев векторы линейных ускорений их центра масс $\underline{a}_i$ и угловые ускорения звеньев ε_i , то можно определить вектора инерционных сил $\underline{\Phi}_i$ и моментов M_i в зависимости от изменения величины обобщенной координаты.

Используя найденные векторы сил и моментов инерции, можно определить главный вектор $\underline{\Phi}_\Sigma$ и главный момент M_Σ сил инерции, по величине и направлению которых можно судить об уравновешенности рассматриваемой механической системы и уровню ее воздействия на несущую конструкцию.

При этом с помощью теории комплексных чисел для нахождения вектора момента силы инерции центра масс каждого звена относительно начала системы координат используется операция умножения с вектором комплексно-сопряженного числа – координатой центра масс S_i^* . Если представить первое из двух перемножаемых комплексных чисел в виде комплексно-сопряженного числа,

то действительная часть полученного произведения с учетом величины алгебраического знака будет представлять значение скалярного произведения этих двух векторов, а мнимая – значение векторного произведения.

Результаты. Описанный выше порядок проведения анализа уравновешенности рассматриваемого рычажного механизма с помощью теории комплексных чисел в функции обобщенной координаты можно представить в виде алгоритма, расположенного в правой части на рис. 1.

Равенство нулю главного вектора сил инерции говорит о статической уравновешенности рычажного механизма, равенство нулю главного момента сил инерции говорит о моментной уравновешенности механизма, а равенство нулю, как главного вектора сил инерции, так и главного момента сил инерции говорит о полной динамической уравновешенности механизма. В зависимости от поставленных целевых показателей, путем подбора параметров противовесов (их массы и плеч установки), достигается полное или частичное уравновешивание системы.

Закключение. Представленный алгоритм анализа уравновешенности плоского рычажного механизма с помощью теории комплексных чисел позволяет определить траекторию движения вектора общего центра масс, а также главный вектор и главный момент сил инерции. Применение теории комплексных чисел в анализе уравновешенности открывает новые возможности исследования в данном направлении, позволяя оперативно оценивать степень уравновешенности различных плоских рычажных механизмов сельскохозяйственных машин.

Список использованных источников:

1. Артоболевский, И.И. Теория механизма и машин: учебник / И.И. Артоболевский. 4-е изд., перераб. и доп. / Репринтное воспроизведение издания 1988 г. – М.: Транспортная компания, 2023. – 640 с.
2. Котов, А.В. Анализ уравновешенности кривошипно-ползунного механизма привода режущего аппарата методом векторов главных точек // Тракторы и сельхозмашины. – 2024. – Т. 91. – №2. – С. 167-180. – DOI: 10.17816/0321-4443-606653.
3. Котов, А.В., Чупрынин, Ю.В. Уравновешивание механизма качающейся шайбы привода режущего аппарата жатки для уборки трав // Тракторы и сельхозмашины. - 2015. - Т. 82. - №10. - С. 23-27. – DOI: 10.17816/0321-4443-66060.
4. Abhary, K. A unified analytical parametric method for kinematic analysis of planar mechanisms. International Journal of Mechanical Engineering Education. – 2022. – Vol. 50(2). – Pp. 389-431. – DOI: 10.1177/0306419020978175.
5. Котов, А.В. Исследование кинематики плоских рычажных механизмов с применением теории комплексных чисел // Студенческий научный движ : материалы научно-технической конференции аспирантов, магистрантов, студентов, Гомель, 25 марта 2025 г. [Электронный ресурс] / под общ. ред. д.т.н., проф. А. Б. Невзоровой. – Гомель : ГГТУ им. П. О. Сухого, 2025. – 81 с. С. 18–20.