эквивалентна поверхностной плотности тока, направленного перпендикулярно плоскости рис. 1. Следовательно, тангенциальная составляющая $f_{эм}$, действующая на нижнюю полумуфту в пределах полюсного деления,

$$f_{эм} = l \int\limits_{-\tau/2}^{\tau/2} [H_x B_y]\, dx \Big|_{y=-\delta/2} = 8\mu_0 H_c^2 \tau l Q, \tag{8}$$

где l — длина муфты в направлении, перпендикулярном плоскости (рис. 1), а

$$Q = \frac{\mu_{отн}^2}{2} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\sin \beta_m \varepsilon}{\left(\beta_m \tau + \mu_{отн} \frac{\tau}{h} \operatorname{th} \beta_m \frac{\delta}{2}\right)\left(\beta_m \tau \operatorname{th} \beta_m \frac{\delta}{2} + \mu_{отн} \frac{\tau}{h}\right) \operatorname{ch}^2 \beta_m \frac{\delta}{2}}. \tag{9}$$

(Здесь $\mu_{отн} = \mu/\mu_0$).

Максимальную силу $f_{эм}$, которая достигается при $\varepsilon = \pm\tau/2$, рассчитаем для магнитов марки 2БА со следующими параметрами: $H_c = 183$ кА/м, $\tau = 0{,}025$ м, $h = 0{,}011$ м, $l = 0{,}116$ м, $\mu_{отн} = 1{,}35$.

На рис. 2 построены зависимости максимальной электромагнитной силы, развиваемой на полюсном делении, от величины воздушного зазора между полумуфтами δ. Очевидно, что кривая *2*, построенная по формулам (8) и (9), имеет меньшие расхождения с экспериментальной кривой *1*, чем кривая *3*, заимствованная из [2]. Электромагнитная сила, рассчитанная по формулам (8) и (9), имеет конечное значение при $\delta = 0$, что согласуется с физическими представлениями о работе постоянных магнитов. На экспериментальной кривой крестиками отмечены точки, полученные на нескольких опытных образцах магнитных муфт, разработанных и изготовленных в ЛТА имени С. М. Кирова под руководством Н. П. Глуханова и при участии авторов статьи для химических реакторов Казанского объединения «Органический синтез». В муфтах были использованы анизотропные оксидно-бариевые магниты марки 2БА.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ганзбург Л. Б., Глуханов Н. П., Рейфе Е. Д. Механизмы с магнитной связью.— Л.: Машиностроение, 1973.
2. Вишневский Н. Е., Глуханов Н. П., Ковалев И. С. Машины и аппараты с герметичным электроприводом.— Л.: Машиностроение, 1977.
3. Коген-Далин В. В., Комаров Е. В. Расчет и испытание систем с постоянными магнитами.— М.: Энергия, 1977.

Представлена кафедрой
электротехники и электрооборудования [28. 5. 1981]

УДК 621.311

АДАПТИВНЫЕ АЛГОРИТМЫ В РАСЧЕТАХ ПОТОКОРАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Канд. техн. наук Ю. Н. ВЕПРИК

Гомельский политехнический институт

При расчетах установившихся режимов электрических сетей в настоящее время наиболее часто применяют итерационные методы. Одни из них, такие, как метод Гаусса — Зейделя, простой итерации, последовательных приближений, просты в реализации на ЦВМ, требуют небольших затрат памяти, но обладают медленной сходимостью. Другие, такие, как метод Ньютона — Рафсона и градиентные, обеспечивают, как правило, быструю сходимость, но более сложны и требуют больших объемов памяти ЦВМ [1]. Общим же для всех итерационных методов является то, что получение решения гарантируется не всегда. Решение может быть получено или не получено в зависимости от того, выполнены или нет условия сходимости [2], а при решении систем нелинейных уравнений — еще и от того, как выбрано начальное приближение. Проверка выполнения необходимых и достаточных условий сходимости и определение (для нелинейных систем) области сходимости требуют больших затрат труда и времени (сравнимых с затратами на решение) и в эксплуатируемых программах не предусмотрены. Поэтому в тех случаях, когда итерационный процесс не сходится к решению (даже если оно существует), пользователь программы не получает никакой информации о причинах нарушения сходимости и путях их устранения.

Между тем информация о свойствах решаемой системы и характере вычислительного процесса может быть получена в ходе вычислений. Учет и использование этой информации в ходе расчета, как будет показано ниже, обеспечивают дополнительные возможности для сокращения объема вычислений и управления итерационным процессом.

Все стационарные итерационные процессы решения системы уравнений

$$AX=f \tag{1}$$

с неособенной матрицей A описываются, как известно [3], одной общей формулой

$$X^{(i)}=TX^{(i-1)}+Hf, \tag{2}$$

где $T=E-HA$ — оператор i-го шага итерационного процесса;

H — некоторая неособенная матрица.

Известно также, что необходимое и достаточное условие сходимости итерационного процесса (2) — неравенство

$$\max|\lambda_n(T)|<1, \tag{3}$$

где $\lambda_n(T)$ — собственные числа матрицы T.

Формулу (2) можно привести к виду, более удобному для дальнейших рассуждений, если векторы i-го и $(i-1)$-го шагов итерационного процесса $X^{(i)}$ и $X^{(i-1)}$ выразить через вектор начального приближения $X^{(0)}$

$$X^{(i-1)}=T^{i-1}X^{(0)}+T^{i-2}Hf+T^{i-3}Hf+\ldots+THf+Hf;$$

$$X^{(i)}=T^{i}X^{(0)}+T^{i-1}Hf+T^{i-2}Hf+T^{i-3}Hf+\ldots+THf+Hf.$$

Тогда

$$X^{(i)}-X^{(i-1)}=T^{i-1}H(f-AX^{(0)}), \tag{4}$$

или

$$X^{(i)}=X^{(i-1)}+T^{i-1}H(f-AX^{(0)}). \tag{5}$$

Рассмотрим итерационный процесс (5) в системе координат, связанной с главными осями матрицы T. Для этого нужно выполнить преобразование

$$\mathbf{X}=UX;\ H\mathbf{F}=UHF,$$

где

$$F=H(f-AX^{(0)}),$$

к новым координатным осям, в результате которого в формуле

$$X^{(i)}=X^{(i-1)}+U^{-1}TUF \tag{6}$$

матрица $U^{-1}TU$ будет диагональной.

Если все собственные числа матрицы T положительны, то разности

$$\Delta\mathbf{X}^{(i)}=\mathbf{X}^{(i-1)}-\mathbf{X}^{(i)} \text{ и } \Delta X^{(i)}=X^{(i-1)}-X^{(i)}$$

не меняют знака в течение всего расчета — итерационный процесс носит монотонный (апериодический) характер.

Приращения координат, соответствующих малым ($\lambda_i\ll1$) собственным числам матрицы T, быстро уменьшаются, поэтому последовательные приближения сжимаются к главной оси, соответствующей наибольшему собственному числу матрицы T, что приводит к замедлению сходимости.

Если среди собственных чисел λ_i матрицы T есть отрицательные, то знак соответствующих компонент $\Delta X^{(i)}$ меняется в ходе вычислений. В этом случае итерационный процесс носит «колебательный» характер. При наличии отрицательных собственных чисел итерационный процесс имеет более или менее выраженный колебательный характер в зависимости от выбора начального приближения. Если вектор $X^{(0)}$ выбран так, что составляющие вектора

$$X^{(0)}=U^{-1}\mathbf{X}^{(0)},$$

соответствующие отрицательным собственным числам, малы, то колебательный характер процесса (5) выражен слабо. Если же эти составляющие велики, то итерации имеют явно выраженный колебательный характер.

На основании изложенного уже можно сделать некоторые заключения о характере итерационного процесса (5) и о влиянии на него свойств матрицы T.

1. Причиной медленной сходимости итерационных процессов (5) является то, что последовательные приближения сходятся к решению в направлении главной оси, соответствующей наибольшему собственному числу матрицы T.

2. Характер итерационного процесса существенно зависит от знаков собственных чисел матрицы T и от начального приближения.

3. Введение ускоряющих коэффициентов (при соблюдении условия (3)) дает положительный эффект при положительных собственных числах матрицы T всегда, а при отрицательных — только в том случае, когда начальное приближение выбрано в области монотонной сходимости.

Информация, по которой можно было бы судить о свойствах решаемой системы, о целесообразном выборе начального приближения и метода решения, в начале расчета, как правило, отсутствует. Но ее можно получить в ходе вычислений и использовать в дальнейшем для управления итерационным процессом.

Алгоритмы, в которых предусматривается получение во время выполнения вычислений информации о характере вычислительного процесса и ее использование для управления этим процессом, будем называть адаптивными.

Информацию, необходимую для управления вычислительным процессом, можно получить в ходе вычислений, если предусмотреть, например, анализ текущих компонент вектора последовательных приближений. На основе этого анализа можно установить характер итерационного процесса — монотонный или колебательный, сходящийся или расходящийся, знаки собственных чисел матрицы, их порядок и в зависимости от результатов анализа корректировать вычислительный процесс.

В качестве примеров организации вычислений и управления вычислительным процессом в зависимости от его характера можно рассматривать следующие алгоритмы.

Алгоритм 1. При выполнении итерационного процесса (5) выделяется память для хранения в ходе расчета компонент предшествующего $X^{(i-1)}$ и текущего $X^{(i)}$ векторов, а также вектора приращений $\Delta X^{(i)}=$ $=X^{(i+1)}-X^{(i)}$ и контролируется характер итерационного процесса (монотонный или колебательный).

Если знаки $\Delta X^{(i)}$ в процессе вычислений не меняются, то все $\lambda_i>0$ и для всех компонент вектора $\Delta X^{(i)}$ можно использовать ускоряющие коэффициенты.

Если же знаки $\Delta X^{(i)}$ изменяются от шага к шагу, то среди λ_i есть отрицательные и нужно обеспечить ввод итерационного процесса в область монотонной сходимости. Для этого следует получаемые в ходе итераций значения колебательных компонент (в момент перемены знака соответствующих $\Delta X_i^{(i)}$) заменять средними

$$X_{\text{ср}_i}^{(i)} = \frac{X_i^{(i-1)} + X_i^{(i)}}{2}$$

и использовать на последующем шаге усредненные значения этих компонент.

На месте предшествующего вектора $X^{(i-1)}$ с начала расчета находится вектор $X^{(0)}$. Компоненты вектора $X^{(i-1)}$ остаются неизменными до тех пор, пока не произойдет перемены знака $\Delta X_i^{(i)}$. При этом соответствующие компоненты вектора $X_i^{(i-1)}$ заменяются усредненными $X_{\text{ср}_i}^{(i)}$.

Усреднение колебательных компонент позволяет быстро ввести итерационный процесс в область монотонной сходимости, что в свою очередь означает, что точки, соответствующие последовательным приближениям, приблизились к одной из собственных осей, соответствующих положительному собственному значению матрицы T, и движутся вдоль этого направления.

После ввода в область монотонной сходимости ускоряющие коэффициенты используются для всех компонент вектора $\Delta X^{(i)}$.

Алгоритм 2. Во время выполнения итерационного процесса (5) в памяти ЦВМ хранятся компоненты предыдущего $X^{(i-1)}$, текущего $X^{(i)}$ и последующего $X^{(i+1)}$ векторов и контролируются знаки приращений

$$\Delta X^{(i)} = X^{(i)} - X^{(i-1)} \quad \text{и} \quad \Delta X^{(i+1)} = X^{(i+1)} - X^{(i)}$$

для определения характера итерационного процесса (сходящийся или расходящийся).

При определении нового приближения, как и в предыдущем алгоритме, используется коэффициент ускорения

$$X^{(i)} = X^{(i-1)} + k^{(i)} \cdot \Delta X^{(i)},$$

но величина и знак этого коэффициента уточняются на каждом шаге.

Знак коэффициента определяется в зависимости от характера итерационного процесса (сходящийся или расходящийся). Величина коэффициента выбирается так, чтобы обеспечить условие

$$\|X^{(i)} - TX^{(i)} - Hf\| = \min.$$

Оба представленных алгоритма реализованы в виде соответствующих программ на языке Алгол. По полученным программам выполнены расчеты систем уравнений, обеспечивающих разный характер итерационного процесса — монотонный и колебательный, сходящийся и расходящийся. Выполненные расчеты показали эффективность обоих алгоритмов.

При применении первого алгоритма колебательные компоненты быстро подавляются и количество итераций сокращается как при $\lambda_i > 0$, так и при наличии отрицательных собственных чисел. Второй алгоритм обеспечивает сходящийся вычислительный процесс даже в тех случаях, когда условия сходимости обычных алгоритмов не выполнены.

Таким образом, один из путей дальнейшего повышения эффективности итерационных алгоритмов расчета потокораспределения — увеличение их гибкости. Для этого в соответствующих программах необходимо предусматривать получение в ходе вычислений информации о вычислительном процессе и ее использование для управления этим процессом и корректировки отдельных параметров и блоков самой программы.

Объем нужной для этого информации и затраты на ее получение, как правило, невелики и оправдываются достигаемым при этом положительным эффектом — сокращением времени расчета и расширением области сходимости.

ЛИТЕРАТУРА

1. Жуков Л. А., Стратан И. П. Установившиеся режимы сложных электрических сетей и систем.— М.: Энергия, 1979.
2. Березин И. С., Жидков Н. П. Методы вычислений.— М.: Наука, 1966.
3. Марчук Г. И. Методы вычислительной математики.— М.: Наука, 1977.

Представлена кафедрой
электроснабжения промышленных предприятий,
городов и сельского хозяйства

[12. 5. 1981]

УДК 621.314.622

ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЯ НА НАГРУЗКЕ СИСТЕМЫ «ТИРИСТОРНЫЙ ЦИКЛОКОНВЕРТОР—АСИНХРОННЫЙ ДВИГАТЕЛЬ»

Канд. техн. наук, доц. Б. И. ФИРАГО, инж. В. Г. СИДОРОВ

Белорусский ордена Трудового Красного Знамени политехнический институт

Тиристорные преобразователи электрической энергии — широко распространенные энергетические установки, которые успешно применяются в системах электроснабжения, электропривода и электротехнологии. Увеличение их количества и рост единичных мощностей делают актуальной задачу уточненного анализа системы «питающая сеть — вентильный преобразователь — нагрузка». Особенности управляемого вентильного преобразователя с естественной коммутацией определяются следующими его важнейшими свойствами [1]: дискретностью управления, неполной управляемостью, нелинейностью, пульсирующим характером токов и напряжений в силовой цепи. Нелинейность таких преобразователей, к которым относятся и циклоконверторы (Ц) с естественной коммутацией, проявляется в том, что их выходное напряжение зависит от тока нагрузки, причем направление тока данного вентильного комплекта неизменно. Задача определения выходного напряжения циклоконвертора с учетом его важнейших свойств еще более осложняется, если последний используется для управления асинхронным двигателем (АД). В этом случае из-за специфичности двигательной нагрузки аналитическое решение невозможно, даже если пренебречь конечной длительностью коммутации вентилей. Отсюда понятен интерес к моделированию таких систем на ЭВМ, но применяемые модели либо чрезмерно детализированы, громоздки и требуют больших затрат машинного времени [2], либо относятся к анализу некоторых конкретных устройств и неудобны для исследования в общем случае системы Ц — АД [3].

Рассмотрим задачу определения напряжения на нагрузке в выходных фазах циклоконвертора при следующих допущениях: коммутация вентилей происходит мгновенно; вентили — идеальные ключи; управление группами вентилей — раздельное. Представим асинхронный двигатель в виде эквивалентной схемы, которая, в соответствии с теорией обобщенных электромеханических преобразователей [4], включает три (для трехфазных АД) соединенные в звезду последовательные ветви, состоящие из активного сопротивления фазной обмотки статора R_s, эквивалентной индуктивности рассеивания фазной обмотки статора $l_{sэ}$ и эквивалентной э. д. с. в фазе статора $e_s(t)$. Рассмотрим систему Ц — АД по схеме на рис. 1. Указанная схема наиболее распространена,