

## НАУЧНЫЕ ПУБЛИКАЦИИ (SCIENTIFIC PUBLICATIONS)

ISSN 2519-8742. Механика. Исследования и инновации. Вып. 17. Гомель, 2024

---

УДК 629.4.027

*Е. М. АКУЛОВА*

*Гомельский государственный технический университет им. П. О. Сухого,  
Гомель, Беларусь*

### **АНАЛИЗ ПОДХОДОВ К ИССЛЕДОВАНИЮ ХАРАКТЕРИСТИК КОНТАКТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В СИСТЕМЕ «КОЛЕСО – РЕЛЬС»**

Рассмотрены основные подходы к исследованию характеристик контактного взаимодействия в системе «колесо – рельс», проанализированы проблемы, возникающие при решении контактных задач. Представлена информация о современных исследованиях взаимодействия колеса и рельса с использованием аналитических и численных методов и возможных путях использования их результатов.

**Ключевые слова:** система «колесо – рельс», контактное взаимодействие, напряженно-деформированное состояние, компьютерное моделирование.

Характеристики движения железнодорожного подвижного состава непосредственно зависят от свойств контактного взаимодействия колес с рельсами. С одной стороны, здесь требуются по возможности низкие показатели трения, чтобы движение больших масс осуществлялось с малым сопротивлением, но, с другой стороны, трение должно быть достаточным для обеспечения требуемой силы тяги. Прочность материалов колес и рельсов должна обеспечивать сопротивляемость значительным вертикальным статическим нагрузкам и динамическим силам, которые вызываются ускорениями элементов подвижного состава, возникающими как при разгонах и торможениях, так и вследствие неровностей пути и некруглости колес [1].

Чтобы повысить безопасность движения и улучшить основные технико-экономические показатели работы железнодорожного транспорта, требуется управлять процессом взаимодействия колеса и рельса. Для этого предпринимаются различные меры, позволяющие снизить износ и минимизировать напряжения в колесах и рельсах. Проблемы взаимодействия колеса и рельса,

которые всегда были предметом исследования и разработок на железных дорогах, приобретают особое значение в настоящее время, когда накоплен большой опыт в обеспечении работоспособности и увеличении срока службы колес и рельсов в самых разных условиях работы железнодорожных линий.

Цель работы – анализ подходов, используемых при изучении контактного взаимодействия железнодорожного колеса и рельса, и полученных с их помощью результатов.

Контактная задача является нелинейной, поскольку распределение давлений по поверхности соприкосновения тел, а чаще всего и размеры контактного пятна, нелинейно связаны с приложенными нагрузками. При достаточно малых силах прижатия тел возможна одна точка начального контакта. С увеличением нагрузки размеры контактного пятна увеличиваются. Если соприкасающиеся тела имеют сложную геометрию, то в контакт могут войти несколько участков их поверхностей, что приводит к образованию дополнительных пятен контакта, которые, увеличиваясь в размерах, могут сливаться.

Для установления взаимосвязей между геометрическими параметрами системы «колесо – рельс», напряжениями в ее элементах и проскальзыванием следует иметь информацию о распределении по площадке контакта нормальных и касательных напряжений, относительного проскальзывания (крипа) и сил трения. Особенность рассматриваемой системы состоит в том, что ее тела имеют одинаковые характеристики упругости. В таком случае при анализе качения колеса по рельсу выделяют нормальную и тангенциальную задачи [2]. При решении первой из них определяют форму и размеры пятна контакта, а также распределение по нему нормальных напряжений. Суть второй задачи состоит в нахождении силы сцепления колеса с рельсом. Такое разделение связано с наличием существующих ограничений аналитических методов и оправдано в связи с тем, что сила трения между упругими телами оказывает незначительное влияние на форму пятна контакта и распределение давлений по нему. Данный подход позволяет упростить решение, поскольку в общем случае (если область контакта заранее неизвестна) оно до сих пор не получено.

Основы классической теории контактного взаимодействия были заложены в 1882 г. Г. Герцем, который доказал, что зона контакта между двумя телами имеет эллиптическую форму, и предложил метод расчета полуосей такого эллипса и давлений в пятне контакта [3]. Данная теория ограничена случаем взаимодействия абсолютно упругих твердых тел без трения, но она и в настоящее время используется для решения контактных задач, а ее соотношения включены в ряд компьютерных программ, предназначенных для анализа контакта колеса и рельса.

Для случая первоначального касания цилиндров по линии анализ напряженно-деформированного состояния в области кругового контакта тел выполнен А. Н. Динником [4]. Позднее Н. М. Беляев попытался получить в замкнутой форме решение для напряжений в любой точке области, прилега-

ющей к эллиптическому контакту [5], однако выведенные им соотношения содержали весьма сложные интегралы. Более простые зависимости, которые используются в инженерных расчетах, получены лишь для точек, расположенных на поверхности контакта и на оси, проходящей через центр контакта по нормали к этой поверхности [6].

Для эллиптического контакта в статье [7] было представлено решение статической тангенциальной задачи, а в работе [8] – исследование напряженного состояния в случае скольжения одного тела по поверхности другого при кулоновом трении. Решение более сложной задачи о вращении находящихся в контакте двух неметаллических цилиндров с параллельными осями представлено в работе Ф. В. Картера [9], где было получено выражение касательной силы, которая приложена к колесу в направлении движения. В ней постулировалось существование по длине контакта участков сцепления и скольжения, однако не приведено доказательство их наличия. Появление названных участков при определенных соотношениях между радиусами контактирующих цилиндров и упругими характеристиками их материалов было доказано Х. Фроммом [10].

Более полно воспроизвел реальные условия движения колеса по рельсу Д. Д. Калкер, который учел возможность произвольного направления скольжения и вращения и реализовал их в программных продуктах DUVOROL и CONTACT [11]. Эксперименты показали, что они позволяют с высокой степенью точности решать задачи о стационарном и нестационарном качении. Также им разработана упрощенная теория, предполагающая прямо пропорциональную зависимость между перемещениями точек в контакте и касательными силами [12], на основе которой была разработана программа FASTSIM [13], широко используемая при расчетах динамики железнодорожных экипажей в настоящее время. Так, в работе [14] было предложено для решения нормальной контактной задачи применять нашедший широкое применение быстрый алгоритм, а для тангенциальной задачи – алгоритм FASTSIM.

В статье Р. Д. Миндлина [15] представлено решение задачи о начальных смещениях тел при круговом и эллиптическом контактах в случае действия сдвигающих сил и момента вращения и установлено распределение касательных сил взаимодействия для случаев отсутствия микропроскальзывания и его наличия на части контакта. На основе этой работы К. Л. Джонсоном для кругового контакта качения были разработаны линейные теории крипа [16] и спина (вращения относительно оси, перпендикулярной основанию) [17]. Позднее им же совместно с П. Д. Вермеленом определены напряжения в точках эллиптического пятна контакта под действием касательных сил, которые распределены по эллипсоидальному закону. Это решение лежит в основе нелинейной теории крипа [18], базирующейся на предположении, что участок сцепления и пятно контакта обладают подобной эллиптической формой и имеют одну точку касания на набегающем крае. Однако при такой схеме деления контакта на участки сцепления и скольжения, как сам заметил в одной из предыдущих

работ К. Л. Джонсон, в некоторых местах площадки скольжения направления касательных сил и проскальзываний совпадают, что невозможно. Для общего случая качения с крипами и спином создать нелинейную теорию не удалось [6].

Успехи, достигнутые в развитии методов решения нормальных и тангенциальных контактных задач, стали основой для разработки подходов к моделированию процессов изнашивания и накопления усталостных повреждений в телах качения [19–24] и исследований по разработке рациональных профилей колес [25, 26]. В ряде публикаций представлен анализ напряженно-деформированного состояния колес подвижного состава, обусловленного эксплуатационными и технологическими воздействиями [27–30].

В настоящее время для решения задачи контакта колеса с рельсом применяются аналитические вариационные и невариационные методы, а также численные методы конечных и граничных элементов.

Основы вариационного подхода заложены А. Сигнорини [31], а к анализу контакта «колесо – рельс» применены в работах [11, 32, 33]. Несмотря на постоянное развитие теории вариационного исчисления решение контактной задачи данным способом по-прежнему сопряжено со значительными трудностями.

В невариационном подходе за основу берется классическая постановка контактной задачи – в виде ограничений на поверхности контакта в форме равенств и неравенств. Поиск решения представляет собой последовательность решений задачи теории упругости при уточняющихся граничных условиях, определяющих характеристики контактного взаимодействия [34–37]). Недостаток этого подхода состоит в необходимости неоднократного решения задачи теории упругости.

Рассмотрим некоторые публикации, посвященные применению аналитических методов к решению задач о контакте колеса и рельса, которые опубликованы в последние годы. Коллектив авторов работы [38] получил расчетные формулы, позволяющие оценить напряженно-деформированное состояние в области контакта колеса и рельса при наличии как скольжения, так и сцепления, полагая, что зона сцепления и контактная площадка имеют подобную эллиптическую форму (рисунок 1, б). Результаты расчета касательных напряжений представлены на рисунке 1, в. Выполненный анализ показал, что напряженное состояние при наличии зон сцепления и скольжения не может быть более опасным, чем при полном скольжении по всему контакту.

В статье [39] представлено сравнение точности и длительности расчетов контакта колеса с рельсом с применением алгоритмов MUBODyn, VOCO и VI-Rail для нескольких случаев, которые имеют место при прохождении стрелок и крестовин: конформного контакта, контакта с острым краем и при ударных нагрузках. Под конформным здесь понимается контакт, в зоне которого профили колеса и рельса имеют подобные очертания [40]. Приведенные данные демонстрируют близость значений размеров контактной площадки и возникающих в контакте сил при использовании названных методов.

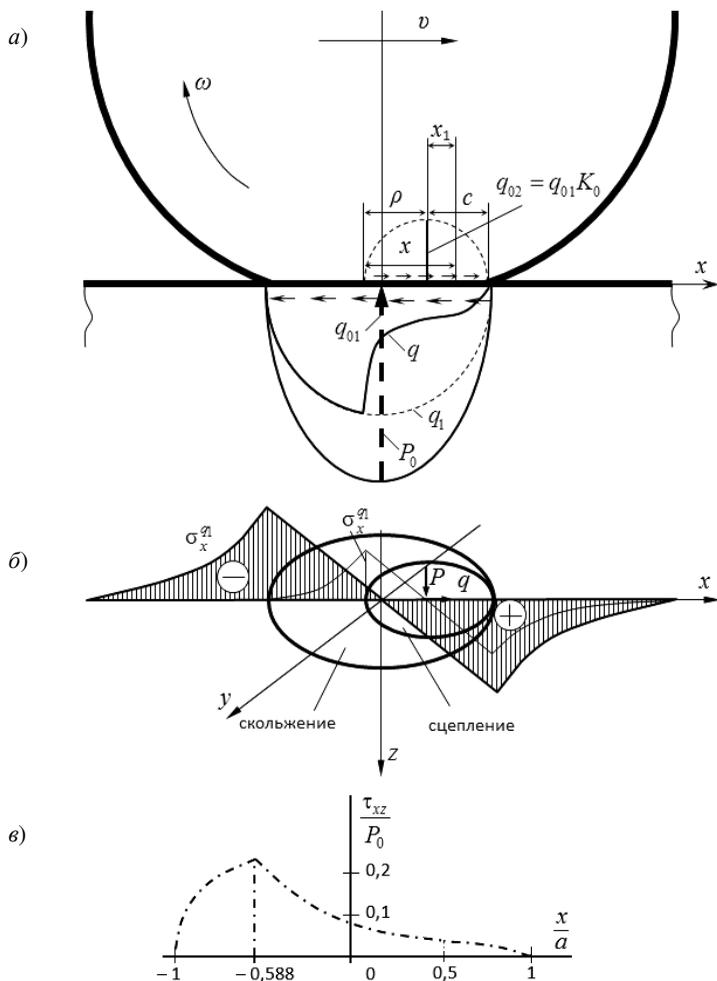


Рисунок 1 – Приложенные касательные нагрузки (а), нормальные напряжения от их действия (б) и результаты расчета касательных напряжений (в) [38]

Характерной особенностью контактных задач являются высокие контактные давления, вызывающие пластические деформации в локальной области, прилегающей к контактному пятну. Более точное решение таких задач может быть получено с применением численных методов при использовании моделей упругопластического деформирования [41].

Развитие современных компьютерных технологий и вычислительной техники в последние два десятилетия предопределило широкое использование для решения контактных задач численных методов. Алгоритмы модели-

рования контакта колеса с рельсом с использованием метода конечных элементов (МКЭ) рассмотрены в работах [42–46]. К числу достоинств МКЭ относятся высокий реализм получаемых результатов; возможности моделирования в случаях любой геометрии контактируемых поверхностей и упруго-пластического поведения материалов. Однако сетки в конечно-элементных моделях содержат десятки, а порой и сотни тысяч узлов, что ведет к высокой длительности расчетов.

Метод граничных элементов (МГЭ) особенно подходит для моделирования контакта, потому что, в отличие от МКЭ, в нем дискретизируется только поверхность контактируемых тел, а не их объем. Поскольку МГЭ – полуаналитический метод, то он дает более высокую точность, особенно для задач, в которых ожидается высокая концентрация напряжений. Однако, несмотря на значительно меньшее количество узлов расчетной сетки, чем в МКЭ, обрабатываемые матрицы оказываются несимметричными и плотными, что существенно увеличивает время расчета. Для анализа взаимодействия колеса с рельсом МГЭ применен в работах [47, 48].

Далее представлены результаты исследований параметров контактного взаимодействия системы «колесо – рельс», выполненных путем компьютерного моделирования.

Авторами работы [49] с применением программного комплекса ANSYS методом конечных элементов проанализировано влияние твердости поверхности контактирующих объектов на величину объема материала головки рельса, в котором реализуются значительные местные напряжения и деформации (рисунок 2). Для более точного учета реальных конфигураций колеса и рельса решение осуществлялось с использованием субмодели, в качестве которой рассматривалась область с указанным объемом.

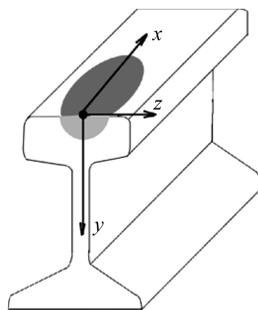


Рисунок 2 – Область со значительными контактными напряжениями и деформациями [49]

На рисунке 3 приведены результаты расчетов интенсивностей тензоров деформаций и напряжений для двух температур отпуска после закалки рельса. Большой объем области с высокими напряжениями соответствует рельсу с меньшей твердостью материала, а следовательно, его меньшими пределом текучести и модулем упругости. Отмечается, что при твердости колеса, большей, чем у рельса, возникающая в последнем упругая лунка препятствует поперечному смещению колеса по поверхности рельса, что ведет к снижению износа, но при этом увеличивается сила тяги, создаваемая локомотивом.

В статье [50] предлагается упрощенный подход к анализу взаимодействия рельсового транспортного средства с путевой структурой, в котором

для описания взаимодействия колеса и рельса используются матрицы, построенные с применением ANSYS. Особенностью разработанной модели является возможность определения точек контакта профилей не только в выпуклых, но и в вогнутых их зонах. Представленное в работе сравнение результатов расчетов и экспериментов, выполненных на испытательном стенде функционирующего в Японии Научно-исследовательского института железнодорожного транспорта (RTRI), подтвердило достаточно высокую точность, обеспечиваемую моделью при решении различных динамических задач.

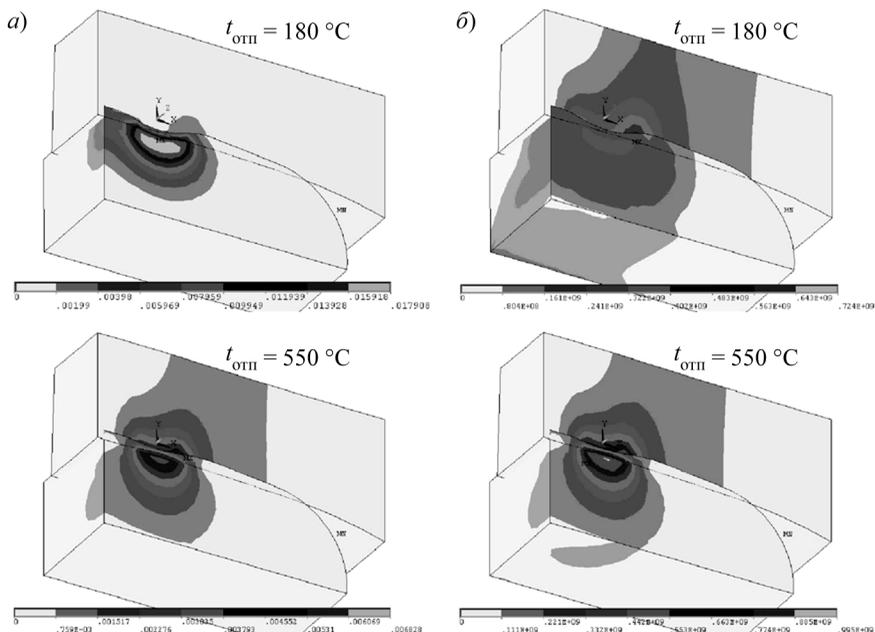


Рисунок 3 – Распределения интенсивностей тензоров деформаций (а) и напряжений (б) при разных температурах отпуска рельсовой стали [49]

В работе [2] с использованием метода конечных элементов выполнен анализ влияния нормальных и тангенциальных сил на напряжения в области конформного контакта колеса и рельса (рисунок 4) для профилей ГОСТ и ДМеТИ при разных диаметрах колес. Также представлены результаты расчета контактных напряжений при неконформном взаимодействии, которое возникает в условиях эксплуатации. Отмечается, что в случае конформного профиля рост силы прижатия ведет к увеличению размеров площадки контакта, следовательно, к снижению контактных напряжений по сравнению с неконформными профилями.

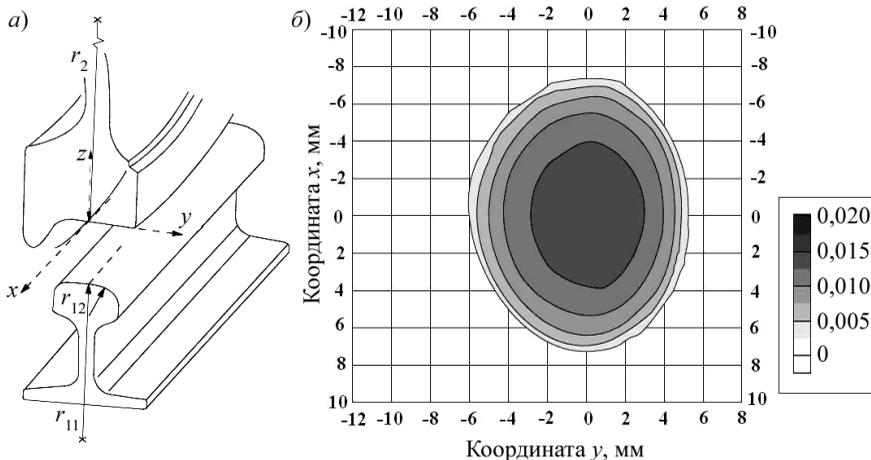


Рисунок 4 – Контакт колеса и рельса при характерных радиусах  $r_1 = r_2 = \infty$ ;  $r_{11} = 355,6$  мм;  $r_{12} = 291,6$  мм; силе прижатия  $F = 100$  кН; максимальном давлении  $P_{\max} = 1170$  МПа: а – геометрия контакта; б – распределение давлений по площадке контакта [2]

Авторами [51] рассмотрено контактное взаимодействие колеса с рельсом в случаях неподвижного колеса, при начале его движения и установившемся качении. На рисунке 5 представлены распределения интенсивности напряжений по Мизесу  $\sigma_i$  в плоскости симметрии модели при различных углах  $\gamma$  наклона рельса по отношению к вертикали и смещениях  $\Delta$  плоскости круга катания от плоскости симметрии сечения рельса внутрь колеса. Установлено, что минимальные уровни интенсивности напряжений и поперечных нагрузок соответствуют случаю, при котором круг качения колеса катится по средней линии рельса. Получены распределения контактных напряжений на различных стадиях процесса страгивания колеса (рисунок 6) и показано, что в этом случае достигаются более высокие напряжения, чем при установившемся качении (рисунок 7), что требуется учитывать при расчетах на прочность и оценке срока службы колес.

В статье [52] представлены результаты расчета в ANSYS Mechanical взаимодействия колеса и рельса, выполненного в статической постановке (рисунок 8). Показано, что при учете геометрической нелинейности, трения и упругопластических свойств материала происходит существенное снижение напряжений в области контакта при малом изменении глубины вдавливания. Изменение положения колеса относительно рельса оказывает незначительное (до 5 %) влияние на напряжения и перемещения в области контакта.

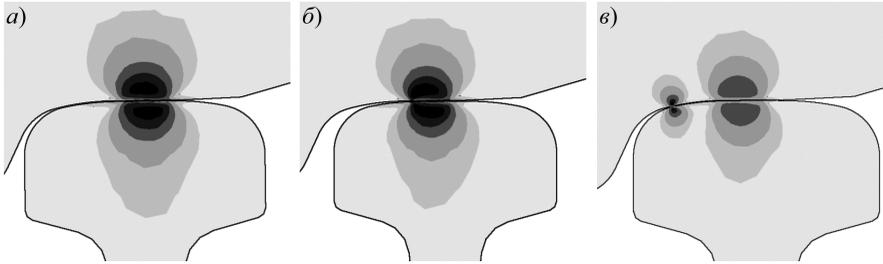


Рисунок 5 – Распределение интенсивности напряжений по Мизесу [51]:  
 $a - \sigma_{i \max} = 574 \text{ МПа}, \gamma = 0,7^\circ, \Delta = 0,5 \text{ мм};$   
 $b - \sigma_{i \max} = 602 \text{ МПа}, \gamma = 0^\circ, \Delta = 2,5 \text{ мм};$   
 $c - \sigma_{i \max} = 846 \text{ МПа}, \gamma = 0^\circ, \Delta = 1 \text{ мм}$

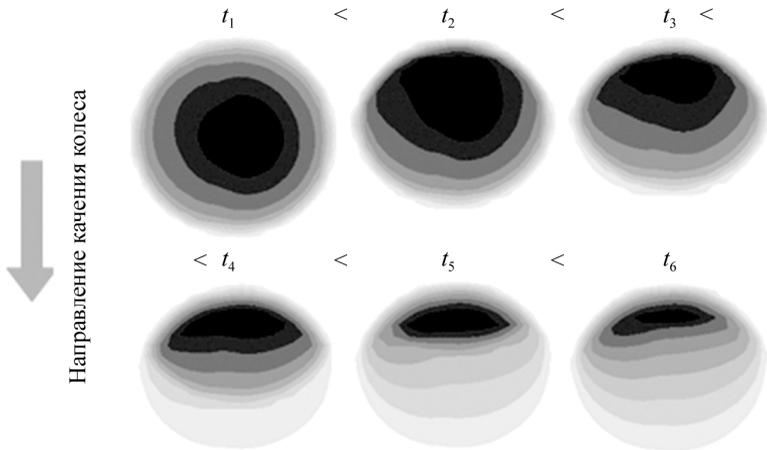


Рисунок 6 – Распределение интенсивности касательных напряжений в области контакта на различных стадиях процесса страгивания [51]

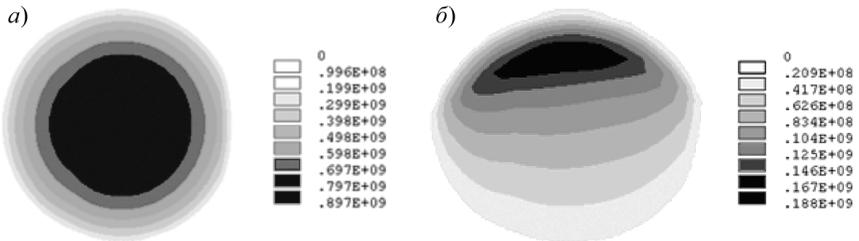


Рисунок 7 – Распределение контактных давлений (а) и касательных контактных напряжений (б) при установившемся режиме [51]

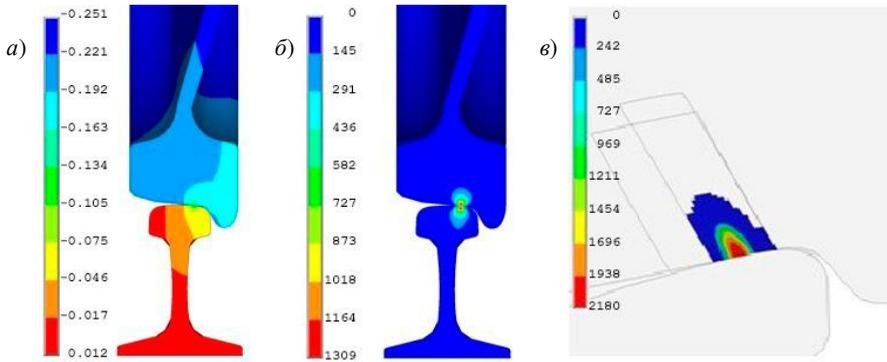


Рисунок 8 – Результаты расчета изополей [52]:

*a* – перемещения; *б* – эквивалентные по Мизесу напряжения; *в* – контактные давления

В соответствии с расчетами, представленными в работе [53], значения контактных давлений, возникающих между колесом и рельсом, а также максимальных эквивалентных напряжений по теории Мизеса, рассчитанных с применением метода конечных элементов и с использованием теории Герца, отличаются менее чем на 2 % (рисунок 9). Также расчеты показали, что максимальные эквивалентные напряжения по теориям Мизеса и Данг Вана, как и максимальные касательные напряжения наблюдаются в точке, расположенной на глубине 4,5–5,3 мм под поверхностью катания.

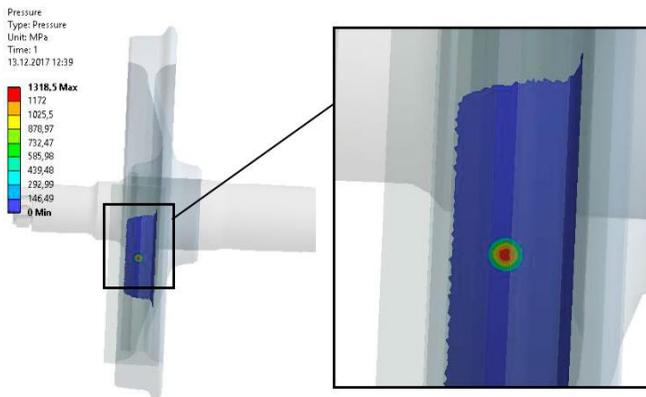


Рисунок 9 – Контактные давления, МПа, при нагрузке на ось 221,6 кН

В работе [54] представлена модель, которая детально учитывает особенности реальной конструкции железнодорожного пути, находящего под воздействием проезжающего подвижного состава (рисунок 10). Проведен анализ напряженно-деформированного состояния (рисунок 11) для различных

типов промежуточных рельсовых креплений и на основе расчетов установлено число циклов до разрушения различных элементов пути.

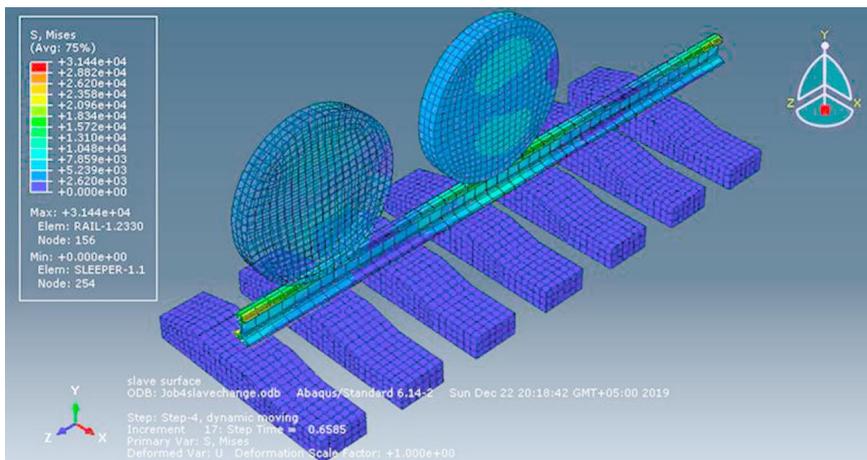


Рисунок 10 – Компьютерная модель железнодорожного пути [54]

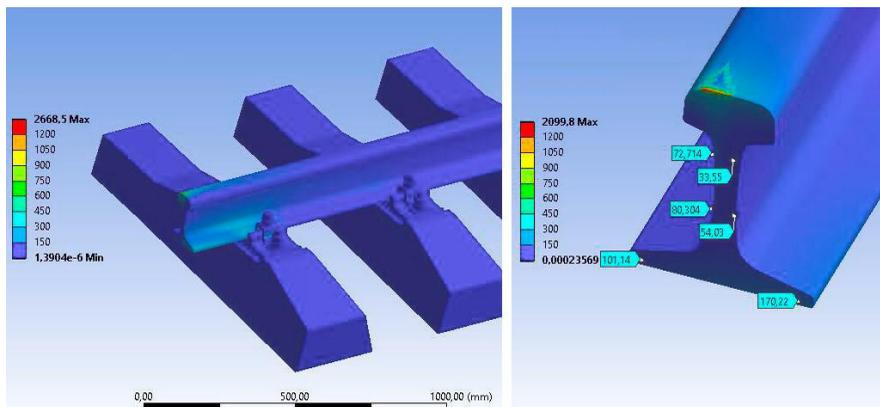


Рисунок 11 – Распределение напряжений в элементах путевой конструкции [54]

Более развернутая модель железнодорожного пути рассмотрена в [55]. В ней анализировалось действие колес вагонов с различной осевой нагрузкой при движении по кривым различного радиуса. Полагалось, что участок пути расположен на балласте с толщиной под шпалой 45 см, промежуточными рельсовыми креплениями ЖБР-65ПШР, шпалами Ш-3Д с прутковым армированием, рельсами типа Р65 (рисунок 12). Получены значения напряжений в рельсах в зависимости от боковой силы, передаваемой на колеса

(рисунок 13). Результаты работы могут быть использованы для принятия решения о необходимости реконструкции участков пути при увеличении допустимой нагрузки вагонов на ось.

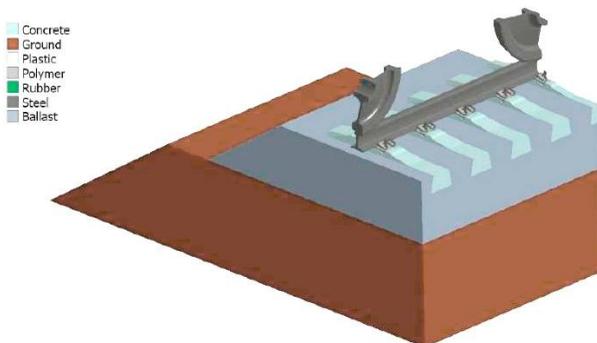


Рисунок 12 – Трехмерная модель участка пути [55]

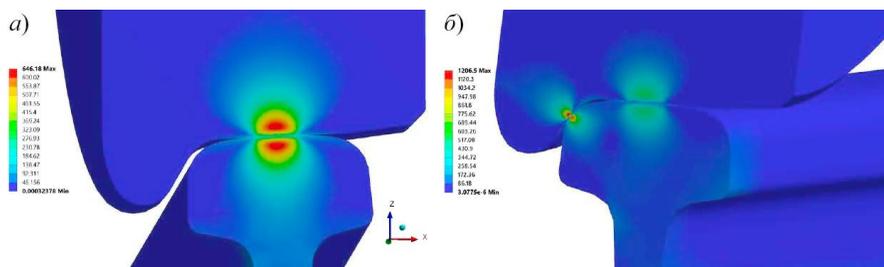


Рисунок 13 – Напряжения, МПа, в области контакта колеса и рельса [55]:  
*a* – при нагрузке на колесо 15 т и положении колеса по оси катания;  
*б* – при нагрузке на колесо 15 т и боковой силе 8 т

В статье [56] представлены результаты имитационного моделирования ведения грузового поезда в программном комплексе «Универсальный механизм». Расчеты показали, что в режиме холостого хода площадь пятна контакта колеса и нового рельса всегда меньше по сравнению с изношенным. В режиме тяги пятно контакта при новом состоянии профилей больше на внутреннем рельсе, причем разница площадей по сравнению с изношенной парой может превышать 10 %. Однако в случае, если рельс установлен с возвышением, разница в площадях отсутствует. При движении по спуску больше (до 20 %) пятно контакта на внутренней рельсовой нити.

Авторы статьи [57] на основе анализа влияния числа циклов нагружения на усталостную долговечность рельсов предложена методика оценки тоннажа брутто, пропущенного по участку железнодорожного пути, при котором будет исчерпан ресурс контактно-усталостной прочности рельсов.

Таким образом решение проблемы уменьшения интенсивности износа колеса и рельса до приемлемых значений требует дальнейшего развития исследований контактного взаимодействия колеса и рельса, которые станут теоретической базой для модернизации колесных пар и верхнего строения пути, а также разработки мероприятий по обеспечению их эффективной эксплуатации и ремонта.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1 Обобщение передового опыта тяжеловесного движения: вопросы взаимодействия колеса и рельса / У. Дж. Харрис [и др.]. – М. : Интекст, 2002. – 408 с.
- 2 **Воробьев, А. А.** Контактное взаимодействие колеса и рельса / А. А. Воробьев // Вестник Иркутского государственного технического университета. – 2009. – № 3 (39). – С. 42–47.
- 3 **Hertz, H.** Ueber die Berührung fester elastischer Körper / H. Hertz // Journal für die reine und angewandte Mathematik. – 1891. – Bd. 92, H. 2. – P. 156–171.
- 4 **Динник, А. Н.** Избранные труды : в 3 т. / А. Н. Динник. – Киев : АН УССР, 1952. – Т. 1: Удар и сжатие упругих тел. – 152 с.
- 5 **Беляев, Н. М.** Труды по теории упругости и пластичности / Н. М. Беляев. – М. : Гостехиздат, 1957. – 632 с.
- 6 **Сакало, В. И.** Контактные задачи железнодорожного транспорта / В. И. Сакало, В. С. Коссов. – М. : Машиностроение, 2004. – 495 с.
- 7 **Cottaneo, C.** Sul contatto di due copri elastici: distribuzione locale degli sforzi / C. Cottaneo // Rendiconti dell'Accademia nazionale dei Lincei. – 1938. – Vol. 27, is. 6. – P. 342–348.
- 8 **Ковальский, Б. С.** Расчет деталей на местное сжатие / Б. С. Ковальский. – Харьков : ХВКИУ, 1967. – 223 с.
- 9 **Carter, F.W.** On the action of locomotive driving wheel / F.W. Carter // Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character. – 1926. – Vol. 112, is. 760. – P. 151–157.
- 10 **Fromm, H.** Berechnung des Schlupfes beim Rollen deformierbaren Scheiben / H. Fromm // Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik. – 1927. – Bd. 7, H. 1. – P. 27–58.
- 11 **Kalker, J. J.** Three-dimensional elastic bodies in rolling contact / J. J. Kalker. – Dordrecht : Kluwer academic publishers, 1990. – 314 p.
- 12 **Kalker, J. J.** Simplified theory of rolling contact / J. J. Kalker // Delft Progress Report Series C1. – 1973. – Vol. 1. – P. 1–10.
- 13 **Kalker, J. J.** A Fast Algorithm for the Simplified Theory of Rolling Contact / J. J. Kalker // Vehicle System Dynamics. – 1982. – Vol. 11, is. 1. – P. 1–13.
- 14 **Kik, W.** A fast, approximate method to calculate normal load at contact between wheel and rail and creep forces during rolling / W. Kik, J. Piotrowski // Proceedings of the 2<sup>nd</sup> mini conference on contact mechanics and wear of rail/wheel systems. – Budapest : Technical University of Budapest, 1996. – P. 52–61.
- 15 **Mindlin, R. D.** Compliance of elastic bodies in contact / R. D. Mindlin // Journal of Applied Mechanics. – 1949. – Vol. 16, is. 3 – P. 259–268.
- 16 **Johnson, K. L.** The effect of a tangential contact force upon the rolling motion of an elastic sphere on a plane / K. L. Johnson // Journal of Applied Mechanics. – 1958. – Vol. 25, is. 3. – P. 339–346.

17 **Johnson, K. L.** The effect of spin upon the rolling motion of an elastic sphere on a plane / K. L. Johnson // *Journal of Applied Mechanics*. – 1958. – Vol. 25, is. 3. – P. 332–338.

18 **Johnson, K. L.** Contact of nonspherical elastic bodies transmitting tangential forces / K. L. Johnson, P. J. Vermeulen // *Journal of Applied Mechanics*. – 1964. – Vol. 31, is. 2. – P. 338–340.

19 **Панькин, Н. А.** Причины интенсивного износа гребней колеса и рельса и пути его устранения / Н. А. Панькин // *Железнодорожный транспорт*. – 1991. – № 11. – С. 57–59.

20 **Горячева, И Г.** Моделирование контактно-усталостных дефектов колёс грузовых вагонов / И. Г. Горячева, С. М. Захаров, Е. В. Торская // *Механика и трибология транспортных систем – 2003* : сб. докл. междунар. конгр. В 2 т. Т. 1. – Ростов н/Д : РГУПС, 2003. – С. 271–275.

21 Контактно-усталостные повреждения колёс грузовых вагонов / Б. М. Асташкевич [и др.]. – М. : Интекст, 2004. – 160 с.

22 **Жаров, И. А.** Зависимость типа изнашивания колес и рельсов от параметров их контакта и ширины колеи / И. А. Жаров, С. М. Захаров // *Вестник Научно-исследовательского института железнодорожного транспорта*. – 2010. – № 2. – С. 46–49.

23 **Ekberg, A.** Rolling contact fatigue of railway wheels : PhD Thesis / A. Ekberg. – Gothenburg : Chalmers University of Technology, 2000. – 27 p.

24 **Nast, J. D.** On rolling contact fatigue analysis practice in railway industry: models and applications / J. D. Nast, C. L. Saux, B. Soua // *Railway Bogies and Running Gears : Proceedings of 7<sup>th</sup> International Conference*. – Budapest, 2007. – P. 217–226.

25 **Krettek, O.** About the influence of the wheel-profile of self-steering wheel-set on the amount of wear / O. Krettek // *Proceedings of the 2<sup>nd</sup> mini conference on contact mechanics and wear of rail/wheel systems*. – Budapest : Technical University of Budapest, 1996. – P. 224–234.

26 **Casini, C.** The geometrical construction of the FS DR wheel profile / C. Casini, G. Tacci // *Proceedings of the 2<sup>nd</sup> mini conference on contact mechanics and wear of rail/wheel systems*. – Budapest : Technical University of Budapest, 1996. – P. 235–242.

27 Оценка взаимодействия колеса с рельсом с учётом остаточных напряжений / С. Н. Киселёв [и др.] // *Тяжёлое машиностроение*. – 2002. – № 12. – С. 20–21.

28 Сравнительный анализ напряженно-деформированного состояния цельнокатанных колес вагонов от термических и механических эксплуатационных нагрузок / С. Н. Киселёв [и др.] // *Тяжёлое машиностроение*. – 2005. – №2. – С. 36–41.

29 **Саврухин, А. В.** Совершенствование конструкций массивных несущих деталей подвижного состава на основе анализа напряженно-деформированного состояния при эксплуатационных и технологических воздействиях: дис... д-ра. техн. наук. : 05.22.07 / А. В. Саврухин. – М. : МГУПС (МИИТ), 2005. – 349 с.

30 **Хохлов, А. А.** Анализ проблемы взаимодействия колеса с рельсом / А. А. Хохлов, С. И. Тимков, Д. В. Зотов // *Железнодорожный транспорт*. – 2005. – № 3. – С. 65–67.

31 **Signorini, A.** Trasformazioni termoelastiche finite / A. Signorini // *Annali di Matematica*. – 1955. – Vol. 39. – P. 147–201.

32 **Голубенко, А. Л.** Сцепление колеса с рельсом / А. Л. Голубенко. – Киев : ВПОЛ, 1993. – 448 с.

33 **Boucly, V.** Modeling of the Rolling and Sliding Contact Between Two Asperities / V. Boucly, D. Nélias, I. Green // *Journal of Tribology*. – 2007. – Vol. 129, is. 2. – P. 235–245.

34 **Johnson K. L.** Contact Mechanics / Johnson K. L. – Cambridge University Press, 1985. – 462 p.

35 **Костюкевич, А. И.** Численная и экспериментальная идентификация процесса сцепления колес локомотива с рельсами : дис. ... канд. техн. наук : 05.22.07 / А. И. Костюкевич. – Луганск : ВМИ, 1991. – 230 с.

36 **Языков, В. Н.** Применение модели негерцевского контакта колеса с рельсом для оценки динамических качеств грузового тепловоза: автореф. дис. ... канд. техн. наук : 05.22.07 / В. Н. Языков. – Брянск : БГТУ, 2004. – 19 с.

37 **Бокий, И. Б.** Численный подход к решению контактной задачи взаимодействия двух упругих тел с учетом трения и истории приложения внешнего нагружения / И. Б. Бокий // Вестник Якутского государственного университета. – 2006. – Т. 3, № 3. – С. 42–46.

38 **Кротов, С. В.** Напряженное состояние в контакте колеса и рельса при наличии скольжения и сцепления / С. В. Кротов, Д. П. Кононов, Е. В. Пакулина // Известия Петербургского университета путей сообщения. – 2021. – Т. 18, № 2. – С. 177–187.

39 Wheel-rail contact models in the presence of switches and crossings / H. Magalhaes [et al.] // Vehicle System Dynamics. – 2023. – Vol. 61, is. 3. – P. 838–870.

40 **Ушкалов, В. Ф.** Математическая модель взаимодействия железнодорожного экипажа и пути с учетом распределения контактных сил по пятнам контакта / В. Ф. Ушкалов, Т. Ф. Мокрый, И. Ю. Малышева // Техническая механика. – 2015. – № 2. – С. 79–89.

41 **Сакало, В. И.** Механика контактного взаимодействия колеса и рельса / В. И. Сакало, А. В. Сакало, В. С. Коссов. – М. : Директ-Медиа, 2021. – 376 с.

42 **Telliskivi, T.** Contact mechanics analysis of measured wheel-rail profiles using the finite element method / T. Telliskivi, U. Olofsson // Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit. – 2001. – Vol. 215, is. 2. – P. 65–72.

43 **Damme, S.** Zur Finite-Element-Modellierung des stationären Rollkontakts von Rad und Schiene : PhD thesis / S. Damme. – Dresden : Berichte des Instituts für Mechanik und Flächentragwerke Heft, 2001. – 224 p.

44 **Власенко, Ю. Е.** Контактная задача для упругопластического многослойного пакета с учетом отставания слоев / Ю. Е. Власенко, В. И. Кузьменко, Г. А. Фень // Механика твердого тела. – 1978. – № 5. – С. 68–73.

45 **Francavilla, A.** A note on numerical computation of elastic contact problems / A. Francavilla, O. C. Zienkiewicz // International Journal for Numerical Methods in Engineering. – 1975. – Vol. 9, is. 3. – P. 913–924.

46 **Cheng, W. Q.** Computational finite element analysis and optimal design for multi-body contact system / W. Q. Cheng, F. Zhu, J. W. Luo // Computer Methods in Applied Mechanics and engineering. – 1988. – Vol. 71, is. 1. – P. 31–39.

47 **Rodríguez-Tembleque, L.** A boundary element formulation for wear modeling on 3D contact and rolling-contact problems / L. Rodríguez-Tembleque, R. Abascal, M. H. Aliabadi // International Journal of Solids and Structures. – 2010. – Vol. 47, is. 18–19. – P. 2600–2612.

48 **Rudas, M.** Simulation of wheel-rail damage / M. Rudas, J. Baynham, R. A. Adey // WIT Transactions on The Built Environment: Computers in Railways VII. – 2000. – Vol. 50. – P. 747–755.

49 **Авджиева, Т. Б.** Контактное взаимодействие в паре «колесо – рельс» / Т. Б. Авджиева, М. Н. Георгиев, Н. М. Николов // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. – 2010. –Т. 76, № 8.– С. 54–57.

50 **Montenegro, P. A.** Wheel – rail contact model for railway vehicle – structure interaction applications: development and validation / P. A. Montenegro, R. Calçada // Railway Engineering Science. – 2023. – Vol. 31, no. 3. – P. 181–206.

51 **Арсеньев, И. Д.** Конечно-элементное моделирование и исследование эволюции контактных напряжений при страгивании железнодорожного колеса / И. Д. Арсеньев, Д. В. Шевченко, А. И. Боровков // Вестник Пермского государственного технического университета. Механика. – 2011. – № 2. – С. 5–13.

52 **Прокопьев, В. И.** Моделирование напряженно-деформированного состояния железнодорожного колеса и рельса при контакте / В. И. Прокопьев, Т. В. Жданова, Б. С. Кушхов // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И. Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. – 2017. – № 4 (34). – С. 19–29.

53 Исследование напряженно-деформированного состояния колесной пары грузового вагона в процессе торможения / А. А. Воробьев [и др.] // Социально-экономические и технические системы: исследование, проектирование, оптимизация. – 2021. – № 2 (88). – С. 86–97.

54 **Джаббаров, С. Т.** Исследование напряженно-деформированного состояния рельсов при увеличении осевой нагрузки / С. Т. Джаббаров, Н. Б. Кодиров // Univer-sum: технические науки. – 2022. – Вып. 12 (105). – С. 35–39.

55 Оценка напряженно-деформированного состояния рельсов при различных условиях эксплуатации на основе моделирования методом конечных элементов / А. Ю. Абдурашитов [и др.] // Известия Транссиба. – 2023. – № 1 (53). – С. 62–73.

56 **Парахненко, И. Л.** Моделирование пятна контакта, возникающего при взаимодействии колеса и рельса, для разных вариантов режима ведения грузового состава / И. Л. Парахненко, Д. А. Гребнева // Вестник Сибирского государственного университета путей сообщения. – 2022. – № 4 (63). – С. 36–43.

57 **Коган, А. Я.** Прогнозирование отказов рельсов по дефектам контактно-усталостного происхождения / А. Я. Коган, А. Ю. Абдурашитов // Вестник Научно-исследовательского института железнодорожного транспорта. – 2014. – № 4. – С. 3–7.

*E. M. AKULOVA*

*Gomel State Technical University named after P. O. Sukhoi, Gomel, Belarus*

## **ANALYSIS OF APPROACHES TO INVESTIGATION OF THE WHEEL-RAIL SYSTEM CONTACT INTERACTION CHARACTERISTICS**

The main approaches to the wheel-rail system contact interaction characteristics investigation are considered, and problems of the contact problems solving are analyzed. There is presented the information on modern studies of wheel-rail interaction using analytical and numerical methods and possible ways of using their results.

**Keywords:** wheel-rail system, contact interaction, stress-strain state, computer modeling.

Получено 31.10.2024