CALCULATION OF THE ONE-LOOP INTEGRAL OF AN ELECTRONIC LINE QUANTUM ELECTRODYNAMICS

حساب التكامل ذو الحلقة الواحدة لخط إلكتروني الكهروديناميكية الكمومية

Tamkov Artem Dmitrievich
Student at Sukhoi State Technical University

Abstract: *The paper briefly demonstrates the method of calculating loop integrals of quantum electrodynamics using the example of a one-loop diagram of an electron line. It is shown that the procedure of Feynman parameterization with subsequent dimensional regularization can be used for such calculations.*

Keywords: *quantum electrodynamics, loop integral, Feynman parameterization*

Scientific Supervisor

Haurysh Vadzim Yurevich
PhD, associate professor at Department of Mechanics, Sukhoi State Technical University

المشرف العلمي

د. فديم يوريفيتش جافريش
أستاذ مشارك في قسم الميكانيكا بجامعة سخوي الحكومية التقنية – بيلاروسيا

ارتيوم دميتريفيتش تامكوف
طالب بجامعة سخوي الحكومية التقنية

الخلاصة : توضح الورقة بإيجاز طريقة حساب تكاملات الحلقة للديناميكا الكهربائية الكمومية باستخدام مثال مخطط الحلقة الواحدة لخط الإلكترون. لقد تبين أنه يمكن استخدام إجراءات تحديد معلمات فاينمان مع تنظيم الأبعاد اللاحق لمثل هذه الحسابات.

الكلمات المفتاحية : الديناميكا الكهربائية الكمية، تكامل الحلقة، معلمات فاينمان

Introduction

It is known that direct calculations of loop integrals lead to divergent results. This feature has led to alternative methods, among which we highlight the approach based on the dimensional regularization of Feynman integrals. The work is of a methodological nature: the dimensional regularization procedure is briefly demonstrated using the example of calculating a one-loop diagram of an electron line [1-3]. The authors show that the Feynman parameterization procedure with subsequent transition to the space-time dimension leads to known results [1].

المقدمة

من المعروف أن الحسابات المباشرة لتكاملات الحلقة تؤدي إلى نتائج متباينة. وقد أدت هذه الميزة إلى طرق بديلة، من بينها نسلط الضوء على النهج القائم على التنظيم البعدي لتكاملات فاينمان. العمل ذو طبيعة منهجية: يتم توضيح إجراء التنظيم البعدي بإيجاز باستخدام مثال حساب مخطط حلقة واحدة لخط الإلكترون [1-3]. يُظهر المؤلفون أن إجراء معلمة فاينمان مع الانتقال اللاحق إلى بُعد الزمكان يؤدي إلى نتائج معروفة [1].

Statement of the problem and analysis of the results

The graphical representation of the correction to the electron line of QED in the simplest case will take the form:

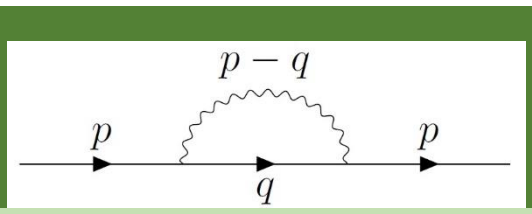

Fig 1- Feynman diagram of the correction to the electron line of QED

الشكل 1- مخطط فاينمان لتصحيح خط الإلكترون للQED

النتائج والمناقشة

التمثيل الرسومي للتصحيح على خط الإلكترون لـ QED في أبسط الحالات سوف يأخذ الشكل:

The corresponding matrix element in Fig. 1 using Feynman rules [1] can be written as:

يمكن كتابة عنصر المصفوفة المقابل في الشكل 1 باستخدام قواعد فاينمان [1] على النحو التالي:

$$-i\Sigma(\hat{p}) = (-ie)^2 \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4}\gamma^\mu \frac{i\,(\hat{q}+m)}{q^2-m^2}\gamma^\nu \frac{-ig_{\mu\nu}}{(p-q)^2} \quad (1)$$

Analysis of expression (1) shows that the integral diverges in the limit $q \to \infty$, since the degree of the numerator is greater. For further calculation, we combine the denominators of expression (1) using the Feynman parameterization

يوضح تحليل التعبير (1) أن التكامل يتباعد في الحد $q \to \infty$، حيث أن درجة البسط أكبر. لمزيد من الحساب، نجمع بين مقامات التعبير (1) باستخدام معلمة فاينمان

$$\frac{1}{a\,b} = \int_0^1 dx \frac{1}{\left(ax+b(1-x)\right)^2}. \quad (2)$$

After some calculations we obtain

وبعد بعض الحسابات نحصل على

$$-i\Sigma(\hat{p}) = -e^2\mu^\varepsilon \int_0^1 dx \int \frac{d^d\ell}{(2\pi)^d} \frac{-(2-\varepsilon)x\,\hat{p}+(4-\varepsilon)m}{\left(\ell^2-a^2\right)^2}. \quad (3)$$

Using Wick rotation [1] and Euler's gamma function [3] leads to

يؤدي استخدام دوران الفتيل [1] ودالة أويلر جاما [3] إلى

$$-i\Sigma(\hat{p}) = -ie^2 \frac{\mu^\varepsilon}{(4\pi)^{d/2}} \int_0^1 dx\, \Gamma(\varepsilon/2) \frac{(4-\varepsilon)m-(2-\varepsilon)x\hat{p}}{\left((1-x)(m^2-x\,p^2)\right)^{\varepsilon/2}}. \quad (4)$$

Further calculations of expression (4) are associated with expansion into series

ترتبط الحسابات الإضافية للتعبير (4) بالتوسع في السلسلة

$$\Gamma(\varepsilon/2) = \frac{2}{\varepsilon} - \gamma_E + O(\varepsilon), \quad (5)$$

where γ_E is the Euler-Mascheroni constant? Using conditions

عندما يكون ثابت γ_E أويلر ماسكيروني؟ باستخدام الشروط

$$\left.\frac{d\Sigma(\hat{p})}{d\hat{p}}\right|_{\hat{p}=m} = 0,\ \Sigma(\hat{p}=m) = 0, \quad (6)$$

it is possible to carry out the procedure of renormalization of the electron mass, however, the indicated calculations are rather cumbersome.

من الممكن تنفيذ عملية إعادة تطبيع كتلة الإلكترون، إلا أن الحسابات المشار إليها معقدة إلى حد ما.

Conclusion

The paper calculates a one-loop correction to the electron line of quantum electrodynamics. In the course of the work, the authors present the Feynman parameterization method, as well as the dimensional regularization procedure for calculating the loop integral. The expressions obtained in the paper are used to calculate the counterterms of QED.

الخاتمة

تحسب الورقة تصحيحًا أحادي الحلقة لخط الإلكترون في الديناميكا الكهربائية الكمومية. وفي سياق العمل، يعرض المؤلفون طريقة معلمة فاينمان، بالإضافة إلى إجراء التنظيم البعدي لحساب تكامل الحلقة. تُستخدم التعبيرات التي تم الحصول عليها في الورقة لحساب الحدود المضادة لـ QED.

Literature المراجع والمصادر

1. Jorge, C. Romao. Modern techniques for one-loop calculation // Departamento de Fisica, Instituto Superior Tecnico, Portugal, 2004. - 81 p.
2. Grozin, A. Lectures on QED and QCD: practical calculation and renormalization of one- and multi-Loop feynman diagrams // World Scientific Publishing Company, 2007. – 236 p.
3. Robbert, R. One-Loop Amplitudes in Perturbative Quantum Field Theory // Institute for Theoretical Physics, Utrecht University, 2012. – 99 p.