A REVIEW OF METHODS FOR SOLVING ELECTROMAGNETIC BOUNDARY VALUE PROBLEMS

مراجعة لطرق حل مسائل القيم الحدية في الموجات الكهرومغناطيسية

LI CHONG
PhD. student at Sukhoi State Technical University of Gomel

Scientific Supervisor
المشرف العلمي
Viktar Panteleevich Kudzin
Doctor of Engineering, Professor, Department of Industrial Electronics, Sukhoi State Technical University

Abstract: *Electromagnetic boundary value problems are commonly encountered in various application fields of electromagnetic field theory, such as antenna design, waveguide analysis, radiation computation, and so on. In response to these problems, researchers have proposed a variety of effective numerical and analytical methods. This paper provides a review of seven classical methods for solving electromagnetic boundary value problems.*

Keywords: *Electromagnetic boundary value problems, electromagnetic fields, numerical methods*.

لي تشونغ
طالب دكتوراه بجامعة سخوي الحكومية التقنية

الخلاصة : تُصادف مشكلات قيمة الحدود الكهرومغناطيسية بشكل شائع في مجالات تطبيقية مختلفة لنظرية المجال الكهرومغناطيسي، مثل تصميم الهوائي، وتحليل الموجات الموجهة، وحساب الإشعاع، وما إلى ذلك. واستجابة لهذه المشكلات، اقترح الباحثون مجموعة متنوعة من الأساليب العددية والتحليلية الفعالة. تقدم هذه الورقة مراجعة لسبع طرق كلاسيكية لحل مشكلات قيمة الحدود الكهرومغناطيسية.

الكلمات المفتاحية : مسائل القيمة الحدودية الكهرومغناطيسية، المجالات الكهرومغناطيسية، الطرق العددية.

البروفيسور. فيكتور بانتيليفيتش كودين
أستاذ مشارك في قسم الإلكترونيات الصناعية بجامعة سخوي الحكومية التقنية

Introduction

Electromagnetic field boundary value problems refer to determining the electromagnetic field quantities and potential functions within a given region, given the boundary conditions of that region. These problems can be reduced to solving the Poisson or Laplace equations under specific boundary conditions. This paper, by comparing the applicability and computational performance of different methods, aims to provide a systematic reference for solving electromagnetic boundary value problems, helping researchers choose the appropriate numerical methods for different applications. [1-2]

المقدمة

تشير مشكلات قيمة حدود المجال الكهرومغناطيسي إلى تحديد كميات المجال الكهرومغناطيسي ووظائف الجهد داخل منطقة معينة، مع الأخذ في الاعتبار الظروف الحدودية لتلك المنطقة. يمكن اختزال هذه المشكلات في حل معادلات بواسون أو لابلاس في ظل ظروف حدودية محددة. تهدف هذه الورقة، من خلال مقارنة قابلية التطبيق والأداء الحسابي للطرق المختلفة، إلى توفير مرجع منهجي لحل مشكلات قيمة الحدود الكهرومغناطيسية، مما يساعد الباحثين في اختيار الأساليب العددية المناسبة لتطبيقات مختلفة. [1-2]

Results and discussion

The analysis of electromagnetic field boundary value problems reveals three primary types based on boundary conditions [1-3]:

1. **Dirichlet Problem**: Specifies potential function values on the boundary.
2. **Neumann Problem**: Specifies values of $\frac{\partial \varphi}{\partial n}$ on the boundary, with surface charge density known.
3. **Mixed Type Problem**: Combines aspects of both Dirichlet and Neumann problems by specifying potential values on some boundaries and gradient values on others.

Solutions can be categorized into two main approaches:

1. **Analytical Methods**:
   - **Mirror Method**: Utilizes induced charges on conductors to simplify calculations, applicable in special boundary conditions.
   - **Separation of Variables**: A mathematical approach for solving partial differential equations, effective under specific conditions.
   - **Complex Function Method**: Employs properties of analytical functions to transform complex boundaries into simpler ones, aiding in two-dimensional field solutions.
   - **Green's Function Method**: Facilitates analytical solutions by superimposing effects from point sources.
2. **Numerical Methods**:
   - **Finite Difference Method (FDM)**: Transforms continuous problems into discrete systems, enabling the approximation of solutions at various points. It has evolved for transient problems and now addresses vector fields.
   - **Finite Element Method (FEM)**: Utilizes variational principles and mesh interpolation for solving complex geometries, producing sparse matrices to enhance computational efficiency.
   - **Method of Moments (MoM)**: Converts integral equations into matrix equations using basis functions, maintaining stability and avoiding "pseudo solution" issues.

Recent developments in these methods emphasize the need for improved computational accuracy and efficiency, particularly for complex media and structures. The finite difference method is notable for its simplicity and adaptability to parallel computing, while the finite element method excels in handling various geometries but requires known functionals. The method of moments remains effective for scattering problems, though it faces challenges with increasing computational demands for larger targets.

النتائج والمناقشة

يكشف تحليل مشاكل قيمة حدود المجال الكهرومغناطيسي عن ثلاثة أنواع أساسية بناءً على الشروط الحدودية [1-3]:

1. مسألة دي ريتشليت: تحدد قيم الدالة المحتملة على الحدود
2. مشكلة نيومان: تحدد قيم $\frac{\partial \varphi}{\partial n}$ على الحدود، مع معرفة كثافة الشحنة السطحية
3. مسألة النوع المختلط: تجمع بين جوانب مسائل دي ريتشليت ونيومان من خلال تحديد القيم المحتملة على بعض الحدود وقيم التدرج على حدود أخرى.

يمكن تصنيف الحلول إلى طريقتين رئيسيتين:

1. **الطرق التحليلية:**
   - طريقة المرآة: تستخدم الشحنات المستحثة على الموصلات لتبسيط الحسابات، ويمكن تطبيقها في ظروف حدودية خاصة.
   - فصل المتغيرات: نهج رياضي لحل المعادلات التفاضلية الجزئية، فعال في ظل ظروف محددة.
   - طريقة الدالة المركبة: تستخدم خصائص الدوال التحليلية لتحويل الحدود المعقدة إلى حدود أبسط، مما يساعد في حلول المجال ثنائي الأبعاد.
   - طريقة دالة جرين: تسهل الحلول التحليلية من خلال فرض التأثيرات من مصادر نقطية.
2. **الطرق العددية:**
   - طريقة الفروق المحدودة (FDM): تحول المشاكل المستمرة إلى أنظمة منفصلة، مما يتيح تقريب الحلول في نقاط مختلفة. وقد تطورت للمشاكل العابرة وتتناول الآن حقول المتجهات.
   - طريقة العناصر المحدودة (FEM): تستخدم مبادئ التباين والاستيفاء الشبكي لحل الأشكال الهندسية المعقدة، وإنتاج مصفوفات متفرقة لتعزيز الكفاءة الحسابية.
   - طريقة اللحظات (MoM): تحول المعادلات التكاملية إلى معادلات مصفوفية باستخدام وظائف الأساس، مع الحفاظ على الاستقرار وتجنب مشكلات "الحلول الزائفة".

تؤكد التطورات الأخيرة في هذه الطرق على الحاجة إلى تحسين الدقة والكفاءة الحسابية، وخاصة بالنسبة للوسائط والهياكل المعقدة. تتميز طريقة الفرق المحدودة ببساطتها وقدرتها على التكيف مع الحوسبة المتوازية، في حين تتفوق طريقة العناصر المحدودة في التعامل مع الأشكال الهندسية المختلفة ولكنها تتطلب وظائف معروفة. تظل طريقة اللحظات فعالة في مشاكل التشتت، على الرغم من أنها تواجه تحديات مع زيادة المتطلبات الحسابية للأهداف الأكبر.

Conclusion

The solution methods for electromagnetic boundary value problems are crucial in both theory and applications. This review covers seven key methods, each with specific advantages: the mirror and separated variable methods excel in simple cases, while the complex function and Green's function methods are effective for complex scenarios. The finite difference and finite element methods adapt well to intricate geometries and conditions, and the method of moments is valuable for large-scale analyses. Future research should focus on hybrid methods that integrate the strengths of these approaches to enhance accuracy and efficiency in addressing complex practical applications.

الخاتمة

تعتبر طرق حل مشكلات القيمة الحدودية الكهرومغناطيسية بالغة الأهمية في كل من النظرية والتطبيقات. تغطي هذه المراجعة سبع طرق رئيسية، ولكل منها مزايا محددة: تتفوق طرق المرآة والمتغير المنفصل في الحالات البسيطة، في حين تكون طرق الدالة المركبة ودالة جرين فعالة في السيناريوهات المعقدة. تتكيف طرق الفرق المحدود والعناصر المحدودة بشكل جيد مع الأشكال الهندسية والظروف المعقدة، وتعتبر طريقة اللحظات قيمة للتحليلات واسعة النطاق. يجب أن تركز الأبحاث المستقبلية على الطرق الهجينة التي تدمج نقاط القوة في هذه الأساليب لتعزيز الدقة والكفاءة في معالجة التطبيقات العملية المعقدة.

Literature المراجع والمصادر

1. Hlova, S. Litynskyy, Y. Muzychuk and A. Muzychuk, "Numerical solution of initial boundary-value problem for homogeneous wave equation with dynamic boundary conditions using Laguerre transform on time variable and boundary element method," 2021 IEEE 26th International Seminar/Workshop on Direct and Inverse Problems of Electromagnetic and Acoustic Wave Theory (DIPED), Tbilisi, Georgia, 2021, pp. 222-227, doi: 10.1109/DIPED53165.2021.9552285.
2. L. Shafai and N. Rezazadeh, "Solution Convergence in Exterior Electromagnetic Boundary Value Problems and Its Dependence on the Numerical Methods-a Review," 2018 18th International Symposium on Antenna Technology and Applied Electromagnetics (ANTEM), Waterloo, ON, Canada, 2018, pp. 1-4, doi: 10.1109/ANTEM.2018.8573005.
3. F. Bogdanov, I. Chochia, D. Karkashadze and R. Jobava, "Acceleration of Mirror Image Method Using 3D Poisson Summation Approach for Solving Antenna Problems in a Stirred Reverberation Chamber," 2024 International Symposium on Electromagnetic Compatibility – EMC Europe, Brugge, Belgium, 2024, pp. 1145-1150, doi: 10.1109/EMCEurope59828.2024.10722148.