

## Литература

1. Further Measurement on the Decay  $\pi^+ \rightarrow e^+ \nu_e \gamma$  / P. Depommier, J. Heintze, C. Rubbia, V. Soergel // Phys.Lett. – 1963. – Vol.7. – P. 285–287.
2. New Precise Measurement of the Pion Weak Form Factors in  $\pi^+ \rightarrow e^+ \nu_e \gamma$  Decays / M. Bychkov [et al.] (PIBETACollab.) // Phys. Rev. Lett. – 2009. – Vol. 103. – P. 051802(4).
3. Исследование редких распадов пионов на спектрометре PIBETA / Д. Почанич [и др.] // Письма в ЭЧАЯ. – 2018. – Т. 15, № 6 (218). – С. 481–496.
4. Bijnens, J.  $\pi \rightarrow l \nu \gamma$  Form Factors at Two Loop / J. Bijnens, P. Talavera // Nucl. Phys. B. – 1997. – Vol. 489. – P. 387–404.
5. Geng, C. Q. Axial Vector Form Factors for  $K_{l2\gamma}$  and  $\pi_{l2\gamma}$  at  $O(p^6)$  in Chiral Perturbation Theory / C. Q. Geng, I-Lin Ho, T. H. Wu // Nucl. Phys. B. – 2004. – Vol. 684. – P. 281–317.
6. Pichl, H. On the Radiative Decay / H. Pichl, R. Unterdorfer // Eur. Phys. J. C. – 2008. – Vol. 55. – P. 273–283.
7. PDG Prog.Theor.Exp.Phys. – 2022 – 083C01.
8. Efimov, G. V. The Quark Confinement Model of Hadrons / G. V. Efimov, M. A. Ivanov. – London: IOP Publishing Ltd, 1993.

С. Л. Авакян, Е. З. Авакян

Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого,  
г. Гомель, Республика Беларусь

## ПОЛУЛЕПТОННЫЕ РАСПАДЫ МЕЗОНОВ

**Введение.** Мезоны являются простейшими двухкварковыми системами, поэтому их изучение представляется крайне важным, для решения упомянутых выше проблем. Задача изучения полулептонных распадов мезонов остается актуальной на протяжении многих десятилетий. Это связано с тем, что в указанных распадах тесно сплетены слабые и сильные взаимодействия кварков. Следует отметить, что при полулептонных распадах появление одного (и только одного) адрона в конечном состоянии порождает более богатую феноменологию по сравнению с чисто лептонными распадами. В то же время, описание полулептонных распадов, в отличие от нелептонных, не требует дополнительных предположений о взаимосвязи сильных и слабых взаимодействий на малых расстояниях.

Каонные распады рассматриваются в целом ряде обзоров, например, [1]. Экспериментальное изучение этих распадов ведется рядом экспериментальных групп. (BNL KEK – JAEA INEP, Protvino INFN, Frascati) [2]. В последнее время мезонные системы, содержащие «тяжелые» кварки привлекают большое внимание. Это связано с появлением достаточного количества экспериментальных данных, полученных, Belle [3], BESIII [4–7] и CLEO [8].

Трудность теоретического изучения указанных мезонных систем заключается в том, что для описания  $D$  мезонов невозможно применить, ни киральный предел ( $m_c \rightarrow 0$ ), ни эффективную теорию ( $m_c \rightarrow \infty$ ). В последнее время интенсивно развиваются теоретические подходы, например, основанных на применении кварковых моделей [9], эффективной киральной теории [10] и ряде других. В данной работе адронные матричные элементы вычисляются в Ковариантной Модели Конституэнтных Кварков (КМКК) [11].

**1. Матричные элементы полулептонных распадов мезонов.** Матричный элемент полулептонного распада мезона имеет вид:

$$M(M_1 \rightarrow M_2 l \nu_l) = \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{q_1 q_2} H^\mu L_\mu, \quad (1)$$

где  $L_\mu$  и  $H^\mu$  – лептонный и адронный токи, которые могут быть записаны как:

$$L_\mu = \bar{\nu}_l \gamma_\mu (1 - \gamma_5) l, \quad (2)$$

$$H^\mu = M_2 |V^\mu - A^\mu| M_1, \quad (3)$$

где  $V^\mu = \bar{q}_1 \gamma^\mu q_2$  и  $A^\mu = \bar{q}_1 \gamma^\mu \gamma_5 q_2$  – изменяющие кварковые ароматы векторный и аксиально векторный токи соответственно.

Все эффекты, связанные с сильными взаимодействиями кварков, описываются именно адронным током (3), который также называют матричным элементом. Вычисление подобных матричных элементов является одной из проблем современной физики, поскольку механизмы кваркового конфайнмента и адронизации на сегодняшний день нам неизвестны. В данной работе адронные матричные элементы будем вычислять в рамках КМКК [11].

Соответствующий петлевой интеграл в КМКК имеет вид

$$I_{M_1 M_2}^\mu(\hat{p}_{M_1}, \hat{p}_{M_2}) = \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4 i} \Phi_{M_1}(-k + w_{13} p_1)^2 \Phi_{M_2}(-k + w_{32} p_2)^2 \times \\ \times \text{Tr} \left\{ \Gamma_{M_1} S_{q_1}(\hat{k} + \hat{p}_1) \Gamma_{M_2} S_{q_2}(\hat{k} + \hat{p}_2) \gamma^\mu (1 - \gamma_5) S_{q_3}(\hat{k}) \right\}, \quad (4)$$

где  $\Phi_{M_{1,2}}$  – формфакторы начального и конечного мезонов, имеющие вид

$$\Phi_M(-l^2) = \exp\left(-\frac{l^2}{\Lambda_M^2}\right),$$

где  $\Lambda_M$  – параметр модели, характеризующий размер данного мезона;

$S_{q_i}(\hat{k})$  – пропагаторы свободных конститuentных кварков

$$S_q(\hat{k}) = \frac{1}{m_q - \hat{k} - i\epsilon}.$$

В данной работе рассматриваются полулептонные распады псевдоскалярных частиц, поэтому  $\Gamma_{M_1} = i\gamma_5$ .

В случае распада псевдоскалярного мезона в псевдоскалярный мезон и лептонную пару вклад аксиально-векторного тока в  $H^\mu$  равен нулю. Поэтому адронный матричный элемент может быть параметризован двумя форм факторами, зависящими от переданного мезонами импульса:

$$I^\mu(p_1, p_2) = F_+(t)(p_1 + p_2)^\mu + F_-(t)(p_1 - p_2)^\mu, \quad t = (p_1 - p_2)^2. \quad (5)$$

**2. Распад  $K \rightarrow \pi e \nu_e$ .** Матричный элемент распада  $K \rightarrow \pi e \nu_e$  определяется как диаграммами, описывающими прямой переход, так и диаграммами с промежуточным векторным мезоном.

$$F_{\pm}(t) = F_{\pm}^d(t) + F_{\pm}^K(t). \quad (6)$$

Петлевой интеграл, соответствующий «прямой» диаграмме в МКК имеет вид

$$H_d^{\mu} = 3g_K g_{\pi} \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4 i} \Phi_K \left( -(k + w_{us} p_1)^2 \right) \Phi_{\pi} \left( -\left( k + \frac{1}{2} p_2 \right)^2 \right) \times \\ \times Tr \left\{ \Gamma_{M_1} S_{q_1} (\hat{k} + \hat{p}_1) \Gamma_{M_2} S_{q_2} (\hat{k} + \hat{p}_2) \gamma^{\mu} S_{q_3} (\hat{k}) \right\}. \quad (7)$$

Формфакторы  $F_{\pm}^a(t)$  вычислены по правилам КМКК [11].

Матричный элемент, связанный с диаграммой, содержащей промежуточный векторный мезон, может быть записан в виде

$$H_b^{\mu}(p_1, p_2) = g_K g_{\pi} T_{K\pi K^*}^{\nu}(t) g_{K^*} G_{K^*}^{\nu p}(t) g_{K^*} D_{K^*}^{\rho \mu}(t), \quad (8)$$

где  $T_{K\pi K^*}^{\nu}(t)$  – формфактор распада  $K \rightarrow \pi K^*$  ( $K^*$  – виртуальный);

$D_{K^*}^{\rho \mu}(t)$  – форм фактор перехода  $K^* \rightarrow e \nu_e$ ;

$G_{K^*}^{\nu p}(t)$  – пропагатор виртуального  $K^*$  мезона, в цепочном приближении.

После стандартных преобразований КМКК [11] нами получены выражения для вкладов промежуточного векторного мезона в формфакторы  $F_{\pm}^K(t)$ . Формфакторы распада могут быть параметризованы как:

$$F_{\pm}(t) = F_{\pm}(0) \left( 1 + \lambda_{\pm} \frac{t}{m_{\pi}^2} \right). \quad (9)$$

Помимо  $\lambda_{\pm}$  экспериментально определяется параметр (таблица 1)

$$\xi(0) = \frac{F_{-}(0)}{F_{+}(0)}. \quad (10)$$

Таблица 1 – Численные значения указанных параметров

Параметр	Полученное значение	Эксперимент [12]
$\lambda_{+}$	$0,034 \pm 0,004$	$0,0298 \pm 0,0005$
$\lambda_{-}$	$0,028 \pm 0,0036$	0
$\xi(0)$	$-0,38 \pm 0,0047$	$-0,35 \pm 0,14$

**3. Полулептонные распады  $D$  мезонов.** Матричные элементы полулептонных распадов  $D$  могут быть вычислены по формуле (1) и параметризованы по формуле (5).

Соответствующий структурный интеграл имеет вид:

$$I^\mu(\hat{p}_{M_1}, \hat{p}_{M_2}) = \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \Phi_{M_1} \left( -(k + w_{q_1 c} p_1)^2 \right) \Phi_{M_1} \left( -(k + w_{q_1 c} p_1)^2 \right) \times \quad (11)$$

$$\times \text{Tr} \left\{ i\gamma_5 S_{q_1}(\hat{k} + \hat{p}_1) i\gamma_5 S_{q_2}(\hat{k} + \hat{p}_2) \gamma^\mu (1 - \gamma_5) S_c(\hat{k}) \right\},$$

где  $q_3$  –  $c$  кварк;

$q_{1,2}$  – кварки, образующие конечный мезон.

Дифференциальное сечение данного типа распадов имеет вид:

$$\frac{d\Gamma}{dt} = \frac{Br(D \rightarrow Ml\nu)}{\tau_D} = X \frac{G_F^2}{24\pi^3} |V_{cd(s)}|^2 m_D^2 |F_+(t)|^2, \quad (12)$$

где  $X = \frac{1}{2}$  для  $\pi^0$ -мезона в конечном состоянии и  $X = 1$  во всех остальных случаях.

В таблице 2 приведены полученные значения брэнчингов (в процентах).

Таблица 2 – Значения брэнчингов (в процентах)

Распад	КМКК	НМ $\chi$ Т [11]	LCSR [9]	Эксперимент
$D^+ \rightarrow \pi^0 e^+ \nu_e$	0,29	0,33	$0,352^{+0,045}_{-0,038}$	$0,372 \pm 0,0017$ [12] $0,350 \pm 0,00115$ [4]
$D^+ \rightarrow \pi^0 \mu^+ \nu_\mu$	0,28		$0,349^{+0,045}_{-0,038}$	
$D^+ \rightarrow \bar{K}^0 e^+ \nu_e$	9,28	8,4	$8,12^{+1,19}_{-1,08}$	$8,73 \pm 0,19$ [12]
$D^+ \rightarrow \bar{K}^0 \mu^+ \nu_\mu$	9,02		$7,98^{+1,16}_{-1,06}$	$8,72 \pm 0,19$ [5]
$D^0 \rightarrow \pi^- e^+ \nu_e$	0,22	0,27	$0,278^{+0,035}_{-0,03}$	$0,293 \pm 0,004$ [12]
$D^0 \rightarrow \pi^- \mu^+ \nu_\mu$	0,28		$0,275^{+0,035}_{-0,03}$	$0,272 \pm 0,0010$ [4] $0,331 \pm 0,032$ [3]
$D^0 \rightarrow K^- e^+ \nu_e$	3,63		$3,43^{+0,47}_{-0,43}$	$3,503 \pm 0,029$ [12]
$D^0 \rightarrow K^- \mu^+ \nu_\mu$	3,53		$3,15^{+0,46}_{-0,42}$	$3,413 \pm 0,0040$ [6] $3,45 \pm 0,23$ [3]
$D_s^+ \rightarrow K^0 e^+ \nu_e$	0,2		$0,390^{+0,074}_{-0,057}$	$0,39 \pm 0,09$ [8] $0,325 \pm 0,041$ [7]
$D_s^+ \rightarrow K^0 \mu^+ \nu_\mu$	0,2		$0,383^{+0,072}_{-0,056}$	

**Заключение.** В рамках КМКК получены формфакторы полулептонных распадов  $K \rightarrow \pi e \nu_e$ . Изучены полулептонные распады  $D^+ \rightarrow \pi^0 e^+ \nu_e, \pi^0 \mu^+ \nu_\mu, \bar{K}^0 e^+ \nu_e, \bar{K}^0 \mu^+ \nu_\mu$  и  $D^0 \rightarrow \pi^- e^+ \nu_e, \pi^- \mu^+ \nu_\mu, K^- e^+ \nu_e, K^- \mu^+ \nu_\mu$ , а также  $D_s^+ \rightarrow K^0 e^+ \nu_e, K^0 \mu^+ \nu_\mu$ .

Результаты расчетов в рамках точности модели согласуются с экспериментальными данными и оценками, полученными в других теоретических подходах. Исключение составляет только распад  $D_s^+ \rightarrow K^0 e^+ \nu_e$ , для которого значение брэнчинга оказалось заниженным, по сравнению с экспериментальным, практически в полтора раза. Хорошее согласие с экспериментальными данными и оценками, полученными в других теоретических подходах, означает, что в рамках данной модели возможно описать широкий круг явлений, связанный с физикой очарованных частиц, а именно, нелептонные распады  $D$ -мезонов, распады с  $\eta_c$  в конечном состоянии и многие другие.

## Литература

1. Portoles J. Important rare kaon decays / J. Portoles // Nucl. Phys. Proc. Suppl. – 2012. – Vol. 273. – P. 254–259.
2. Komsubara T. K. Experiments with K–Meson Decays / T. K. Komsubara // Prog. Part. Nucl. Phys. – 2012. – Vol. 67. – P. 995–1018.
3. Measurement of  $D^0 \rightarrow \pi l \nu$  ( $l = e, \mu$ ). Form Factors and Absolute Branching Fractions / L. Widhalm [et al.] (Belle Collaboration) // Phys. Rev. Lett. – 2006. – Vol. 97. – P. 061804. – [hep-ex/0604049].
4. Measurement of the branching fraction for the semi-leptonic decay  $D^{0(+)} \rightarrow \pi^{-(0)} \mu^+ \nu_\mu$  and test of lepton universality / M. Ablikim [et al.] (BESIII Collaboration) // Phys. Rev. Lett. – 2018. – Vol. 121. – P. 171803. – [arXiv:1802.05492].
5. Improved measurement of the absolute branching fraction of  $D^+ \rightarrow \bar{K}^0 \mu^+ \nu_\mu$  / M. Ablikim [et al.] (BESIII Collaboration) // Eur. Phys. J. – 2016. – Vol. C76. – P. 369. – [arXiv:1605.00068].
6. Study of the  $D^0 \rightarrow K^- \mu^+ \nu_\mu$  Dynamics and Test of Lepton Flavor Universality with  $D^0 \rightarrow K^- l^+ \nu_l$  Decays / M. Ablikim [et al.] (BESIII Collaboration) // Phys. Rev. Lett. – 2019. – Vol. 122. – P. 011804. – [arXiv:1810.03127].
7. First Measurement of the Form Factors in  $D_s^+ \rightarrow K^0 e^+ \nu_e$  and  $D_s^+ \rightarrow K^{0*} e^+ \nu_e$  Decays / M. Ablikim [et al.] (BESIII Collaboration) // Phys. Rev. Lett. – 2019. – Vol. 122(6). – P. 061801.
8. Exclusive  $D_s$  semileptonic branching fraction measurements / J. Hietala, D. Cronin-Hennessy, T. Pedlar, I. Shipsey // Phys. Rev. – 2015. – Vol. D92. – P. 012009. – [arXiv:1505.04205].
9. Verma R. C. Decay constants and form factors of  $s$ -wave and  $p$ -wave mesons in the covariant light-front quark model / R. C. Verma // J. Phys. – 2012. – Vol. G39. – P. 025005. – [arXiv:1103.2973].
10. Fajfer S. Charm meson resonances in  $D \rightarrow Pl \nu_l$  decays / S. Fajfer, J. F. Kamenik // Phys. Rev. – 2005. – Vol. D71. – P. 014020. – [hep-ph/0412140].
11. Relativistic constituent quark model with infrared confinement / T. Branz [et al.] // Phys. Rev. – 2010. – Vol. D81. – P. 034010.
12. Particle Data Group / R. L. Workman [et al.] // Review of Particle Physics, PTEP. – 2022. – P. 083C01.