построения экономико-математической модели производственной системы необходимо реализовать ряд этапов:

1. Построение концептуальной модели. Предполагает обследование системы и построение канонической модели объекта, перечень и классификацию входов и выходов, формулировку целей, формирование критериев и ограничений.
2. Формирование математической модели. На данном этапе разрабатывается формализованная схема процесса и моделирующий алгоритм, проводится математическая формализация проблемы. Помимо этого решаются следующие задачи: проверяется адекватность модели, проводится упрощение (усложнение изучаемой модели), обеспечивается точность результатов моделирования.
3. Реализация модели на ЭВМ. Программа имитации представляет собой параметризованную модель, настраиваемую на выполнение различных экспериментов из некоторого заранее заданного или расширяемого множества. Сюда относят построение машинной модели, имитационное исследование и отображение результатов.

Необходимость учета значительного числа стохастических факторов обусловливает широкое применение теории вероятностей и теории массового обслуживания (ТМО) в рамках имитационных моделей. ТМО позволяет получить элегантные решения, описывающие процесс функционирования подсистем, характеризующихся наличием потока требований на выполнение повторяющихся операций, узла обслуживания и выходящего потока требований.

Для проверки адекватности полученной на основе ТМО модели необходимо создание выборки на основе эмпирических данных с последующей проверкой законов распределения при помощи универсального моделирующего алгоритма. Использование объектно-ориентированной декомпозиции моделируемой системы служит основой для создания программно реализуемой библиотеки объектов, которая, в свою очередь, позволяет использовать один алгоритм для описания самых различных по своей природе и характеру процессов.

Представленная методология применяется к проектированию модели реально существующего производства.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ СТЕФАНА

Шиляева М.Ю.

Гомельский государственный технический университет им. П.О. Сухого

Рассмотрена задача о промерзании влажного грунта.

Постановка задачи. Влажный грунт находится в талом состоянии и имеет некоторое заданное распределение температуры $f(x)$. В начальный момент времени на поверхности грунта внезапно устанавливается некоторая температура $T(0,\tau)=\varphi(\tau)$, которая при всех изменениях всегда ниже температуры замерзания T_3. В результате образуется промерзший слой переменной толщины $\xi=f(\tau)$. Нижняя подвижная граница его всегда имеет температуру замерзания. На этой границе происходит переход из одного агрегатного состояния в другое, на что требуется теплота перехода ρ (дж/кг). Таким образом, верхняя граница $(x=\xi)$ талой зоны имеет постоянную температуру замерзания, а нижняя граница ($x=l$) - некоторую постоянную температуру грунта на большой глубине его.

Таким образом, задачу математически можно сформулировать следующим образом:

$$\frac{\partial T_1(x,\tau)}{\partial\tau}=a_1\frac{\partial^2 T_1(x,\tau)}{\partial x^2}(\tau>0;0<x<\xi),$$

$$\frac{\partial T_2(x,\tau)}{\partial\tau}=a_2\frac{\partial^2 T_2(x,\tau)}{\partial x^2}(\tau>0;\xi<x<\infty),\quad T_2(x,0)=f(x)\ [\text{так как } \xi(0)=0],$$

$$T_1(0,\tau)=\varphi(\tau),\ T_1(\xi,\tau)=T_2(\xi,\tau)=T_3=const,\quad \frac{\partial T_2(\infty,\tau)}{\partial x}=0.$$

На границе раздела $\lambda_1\frac{\partial T_1(\xi,\tau)}{\partial x}-\lambda_2\frac{\partial T_2(\xi,\tau)}{\partial x}=\rho W\gamma_2\frac{d\xi}{d\tau}$,

где W- влажность грунта, γ_2 - плотность грунта.

Решение Ляме и Клайперона. Предположим, что температура воды равна температуре замерзания, т.е. $T_1(\xi,\tau)=T_2(x,0)=T_0=T_3=const.$

Тогда решение задачи будет иметь вид

$$\frac{T_1(x,\tau)}{T_0}=\frac{erf\frac{x}{2\sqrt{a_1\tau}}}{erf\frac{\beta}{2\sqrt{a_1}}},\quad \frac{\lambda_1T_0\exp(-\frac{\beta^2}{4a_1})}{\sqrt{a_1}erf(\frac{\beta}{2\sqrt{a_1}})}=\rho\gamma_2\frac{\sqrt{\pi}\beta}{2.}$$

Решение Стефана. Задача решается при заданных краевых условиях, причем примем $f(x)=T_0,\varphi(\tau)=T_c=const$, т.е. $T_2(x,0)=f(x)=T_0, T_1(0,\tau)=T_c$.

Решение имеет вид

$$T_1(x,\tau)=T_c+(T_3-T_c)\frac{erf\frac{x}{2\sqrt{a_1\tau}}}{erf\frac{\beta}{2\sqrt{a_1}}},T_2(x,\tau)=T_0-\frac{(T_0-T_3)}{erfc\frac{\beta}{2\sqrt{a_2}}}erfc\frac{x}{2\sqrt{a_2\tau}}.$$