УДК 621.01

## КИНЕМАТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ШАТУННЫХ ТОЧЕК МЕХАНИЗМА АНАЛИТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ С ГРУППОЙ АССУРА IV КЛАССА

### Д. Г. Кроль, Н. В. Иноземцева, М. О. Прядко

Учреждение образования Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого», Республика Беларусь

Представлены результаты кинематического исследования плоского рычажного механизма IV класса аналитическим методом. Представлены формулы, позволяющие определить линейные скорости и ускорения точек механизма.

Ключевые слова: плоский рычажный механизм, группа Ассура IV класса, скорость точки, ускорение точки.

## KINEMATIC CHARACTERISTICS OF CONNECTING ROD POINTS OF THE MECHANISM BY ANALYTICAL METHOD WITH ASSUR GROUP IV CLASS

## D. G. Krol, N. V. Inozemtseva, M. O. Pryadko

Sukhoi State Technical University of Gomel, the Republic of Belarus

The paper presents the results of a kinematic study of a flat lever mechanism of class IV by an analytical method. Formulas are presented that allow determining the linear velocities and accelerations of the mechanism points.

Keywords: flat lever mechanism, Assur group IV class, point velocity, point acceleration.

Одной из задач современного машиностроения является создание новых, перспективных машин и механизмов, в состав которых входят структурные группы Ассура высших классов (III, IV и далее). Связано это прежде всего со сложностью получения необходимых точных траекторий движения рабочих органов машины для обеспечения выполнения технологического процесса. Кинематика таких механизмов описывается системами нелинейных уравнений, имеющих не менее шести вариантов решений (по числу возможных сборок механизма). Поэтому разработка методов кинематического анализа механизмов высоких классов является весьма актуальной задачей. Цель работы – получить аналитические выражения, позволяющие определять положение, скорость и ускорение шатунных точек плоского рычажного механизма высокого класса, содержащего группу Ассура IV класса.

В данной работе будем изучать простейший механизм, содержащий одну группу Ассура IV класса с вращательными кинематическими парами. Такая структурная группа состоит из четырех звеньев 3, 4, 5 и 6 (рис. 1). Входными параметрами для кинематического анализа механизма являются длины звеньев  $l_{OA}$ ,  $l_{AB}$ ,  $l_{AC}$ ,  $l_{BC}$ ,  $l_{BD}$ ,

 $l_{CE}, l_{DE}, l_{FD}, l_{FE}, x_{F}, y_{E}$  (рис. 1) и кинематические параметры входного звена 2.

Для определения кинематических параметров звеньев 3, 4, 5 и 6 выделим два векторных контура *OABDFO* и *OACEFO* (рис. 1). Векторные уравнения этих контуров имеют вид:

$$\vec{r}_A + \vec{r}_{AB} + \vec{r}_{BD} = \vec{r}_F + \vec{r}_{FD}, \vec{r}_A + \vec{r}_{AC} + \vec{r}_{CE} = \vec{r}_F + \vec{r}_{FE}.$$
 (1)

209

Проецируем векторные уравнения (1) на координатные оси x и y. В результате получим систему четырех нелинейных уравнений с неизвестными углами  $ш_3, ш_4, ш_5, ш_6
 :$ 

$$x_{A} + l_{AB}\cos\psi_{3} + l_{BD}\cos\psi_{4} = x_{F} + l_{FD}\cos\psi_{6}, \quad y_{A} + l_{AB}\sin\psi_{3} + l_{BD}\sin\psi_{4} = y_{F} + l_{FD}\sin\psi_{6},$$
  

$$x_{A} + l_{AC}\cos\psi_{3} + l_{CE}\cos(\psi_{5}) = x_{F} + l_{FE}\cos\psi_{6}, \quad y_{A} + l_{AC}\sin\psi_{3} + l_{CE}\sin(\psi_{5}) = y_{F} + l_{FE}\sin\psi_{6}.$$
(2)

Здесь  $x_A = l_{OA}\cos\varphi_2$ ,  $y_A = l_{OA}\sin\varphi_2$ ,  $\psi_3 = 2\pi - \angle BAC + \psi_3$ ,  $\psi_6 = \angle DFE + \psi_6$ ,  $\angle BAC = \arccos\left\{ \left( l_{AB}^2 + l_{AC}^2 - l_{BC}^2 \right) / \left( 2l_{AB}l_{AC} \right) \right\}$ .



Рис. 1. Схема механизма и расположение двух контуров

Решение системы нелинейных уравнений (2) было найдено численными методами с помощью математического пакета MathCad. Так как данная группа Ассура имеет шесть возможных сборок [4], то выбор единственного верного решения определялся корректным заданием начального значения углов  $\psi_3, \psi_4, \psi_5, \psi_6$ . Начальное приближение положений звеньев механизма было получено с помощью метода геометрических мест [4].

Для определения аналогов угловых скоростей и аналогов угловых ускорений звеньев воспользуемся системой уравнений (2). Продифференцируем данную систему по  $\phi_2$  (здесь данные уравнения не приводятся) и получим систему четырех линейных алгебраических уравнений с четырьмя неизвестными аналогами скоростей:  $\frac{d\psi_3}{d\phi_2}, \frac{d\psi_4}{d\phi_2}, \frac{d\psi_5}{d\phi_2}, \frac{d\psi_6}{d\phi_2}$ . Решаем полученную систему с помощью математического пакета MathCad и определяем аналоги скоростей. Продифференцировав еще раз систему уравнений по  $\phi_2$ , получим систему четырех линейных алгебраических уравнений:  $\frac{d^2\psi_3}{d\phi_2^2}, \frac{d^2\psi_4}{d\phi_2^2}, \frac{d^2\psi_6}{d\phi_2^2}, \frac{d^2\psi_6}{d\phi_2^2}$ , которые определяем с помощью математического пакета Мathcad.

Определение кинематических параметров шатунных точек. Шатунными точками являются точки, принадлежащие звеньям, которые совершают сложное

плоско-параллельное движение: звено 3, 4 и 5 в нашем механизме. Здесь, для примера, приведем результаты расчета для точки *М* принадлежащей четвертому звену (рис. 1). Координаты точки *М* определяем по формулам:

$$x_{M} = x_{A} + l_{AB}\cos\psi_{3} + l_{BM}\cos\psi_{4}, y_{M} = y_{A} + l_{AB}\sin\psi_{3} + l_{BM}\sin\psi_{4}.$$
 (3)

Продифференцируем по  $\phi_2$  систему уравнений (3), получим формулы, определяющие неизвестные проекции аналога скорости точки *M* на координатные оси:

$$\frac{dx_M}{d_2} = \frac{dx_A}{d_2} - l_{AB} \sin\psi_3 \frac{d\psi_3}{d_2} - l_{BM} \sin\psi_4 \frac{d\psi_4}{d_2},$$

$$\frac{dy_M}{d_2} = \frac{dy_A}{d_2} + l_{AB} \cos\psi_3 \frac{d\psi_3}{d_2} + l_{BM} \cos\psi_4 \frac{d\psi_4}{d_2}.$$
(4)

Продифференцируем по  $\phi_2$  систему уравнений (4) получим формулы, определяющие неизвестные проекции аналога ускорения точки *M* на координатные оси:

$$\frac{d^{2}x_{M}}{d_{2}^{2}} = \frac{d^{2}x_{A}}{d_{2}^{2}} - l_{AB}\cos\psi_{3}\left(\frac{d\psi_{3}}{d\varphi_{2}}\right)^{2} - l_{AB}\sin\psi_{3}\frac{d^{2}\psi_{3}}{d_{2}^{2}} - l_{BM}\cos\psi_{4}\left(\frac{d\psi_{4}}{d_{2}}\right)^{2} - l_{BM}\sin\psi_{4}\frac{d^{2}\psi_{4}}{d_{2}^{2}}$$
$$\frac{d^{2}y_{M}}{d_{2}^{2}} = \frac{d^{2}y_{A}}{d_{2}^{2}} - l_{AB}\sin\psi_{3}\left(\frac{d\psi_{3}}{d\varphi_{2}}\right)^{2} + l_{AB}\cos\psi_{3}\frac{d^{2}\psi_{3}}{d_{2}^{2}} - l_{BM}\sin\psi_{4}\left(\frac{d\psi_{4}}{d_{2}}\right)^{2} + l_{BM}\cos\psi_{4}\frac{d^{2}\psi_{4}}{d_{2}^{2}}.$$
(5)

Приведем здесь (рис. 2) некоторые результаты кинематического расчета механизма при следующих входных параметрах:  $\varphi_2 = 50^\circ$ ,  $l_{OA} = 0,12$  м,  $l_{AB} = 0,6$  м,  $l_{AC} = 0,6$  м,  $l_{BC} = 0,6$  м,  $l_{CE} = 0,8$  м,  $l_{BD} = 1,2$  м,  $l_{FD} = 0,7$  м,  $l_{FE} = 0,7$  м,  $l_{DE} = 1,0$  м,  $x_F = 1,9$  м,  $y_F = 0,28$  м.



*Рис. 2.* Кинематические параметры точки *M* в проекции на ось *x*: координата  $x_{M}$ - $x_{M0}$  (сплошная линия), аналог скорости  $dx_{M}/d\varphi_{2}$  (пунктирная линия), аналог ускорения  $\frac{d_{x_{M}}^{2}}{d\varphi_{2}^{2}}$  (штриховая линия)

#### 212 Секция 7. Физические и математические методы исследования

Таким образом, в статье представлен алгоритм и математическая модель кинематического анализа плоского рычажного механизма с группой Ассура IV класса. Получены числовые значения линейных скоростей и линейных ускорений точек шатуна. Данные результаты могут применяться при проведении силового и динамического расчета механизма.

Литература

- 1. Теория механизмов и машин : учеб. пособие для вузов / М. З. Коловский, А. Н. Евграфов, Ю. А. Семенов, А. В. Слоущ. 2-е изд., испр. Москва : Академия, 2008. 558 с.
- Hroncová, Darina Kinematical Analysis of Crank Slider Mechanism with Graphical Method and by Computer Simulation / Hroncová Darina, Frankovský Peter, Bettes Gabriel // American Journal of Mechanical Engineering. – 2016. – Vol. 4, N 7. – P. 329–343.
- 3. Yamamoto, Tatsuya. Automated Kinematic Analysis of Closed-Loop Planar Link Mechanisms / Tatsuya Yamamoto, Nobuyuki Iwatsuki and Ikuma Ikeda // Machines. 2020. № 8, 41. –P. 1–16.
- 4. Джолдасбеков, У. А. Графо-аналитические методы анализа и синтеза механизмов высоких классов / У. А. Джолдасбеков. Алма-Ата, 1983. 256 с.

УДК 548.232.4

## УСТОЙЧИВЫЕ РЕЖИМЫ ВОЗМУЩЕНИЯ ФАЗОВОЙ ГРАНИЦЫ ВЫСОКОСКОРОСТНОЙ КРИСТАЛЛИЗАЦИИ ПЕРЕОХЛАЖДЕННОГО РАСПЛАВА

### И. А. Концевой, А. А. Бугримов

Учреждение образования «Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого», Республика Беларусь

Изучено влияние переохлаждения расплава на кинетические параметры фронта высокоскоростной кристаллизации чистого металла. Расчеты выполнены для меди.

**Ключевые слова:** высокоскоростная кристаллизация, неустойчивость линии роста, кривизна фазовой границы, дендритный рост.

# STABLE MODES OF PHASE BOUNDARY PERTURBATION HIGH-SPEED CRYSTALLIZATION OF SUPERCOOLED MELT

## I. A. Kontsevoy, A. A. Bugrimov

Sukhoi State Technical University of Gomel, the Republic of Belarus

The effect of melt supercooling on the kinetic parameters of the high-speed crystallization front of pure metal is studied. Calculations are performed for copper.

Keywords: high-speed crystallization, growth line instability, phase boundary curvature, dendritic growth.

Рассмотрим высокоскоростной дендритный рост кристалла из глубоко переохлажденного расплава чистого вещества. В настоящее время экспериментально достигнуты скорости роста 20–70 м/с в расплавах, переохлажденных до 300 К [1]. Прикладное значение этих исследований связано с технологиями получения материалов, обладающих высокими эксплуатационными свойствами. Вопрос о морфологической устойчивости линии роста дендрита рассматривался в [2, 3]. Цель данной работы – выполнить анализ кинетических свойств фазовой границы кристаллизации (ФГК) в чистом расплаве меди (переохлаждение  $\Delta T, K \in [180, 230]$ ).