

расчета и компьютерного моделирования, различаются соответственно на 2,3 и 3,5 %, что свидетельствует об адекватности разработанной компьютерной модели.

Л и т е р а т у р а

1. Вершинский, С. В. Динамика вагонов / С. В. Вершинский, В. Н. Данилов, В. Д. Хусидов. – Москва : Транспорт, 1991. – 360 с.
2. Галай, Э. И. Тормозные системы железнодорожного транспорта. Расчет пневматических тормозов / Э. И. Галай, Е. Э. Галай, П. К. Рудов. – Гомель : БелГУТ, 2014. – 271 с.
3. Varazhun, I. Determination of Longitudinal Forces in the Cars Automatic Couplers at Train Electrodynamic Braking / I. Varazhun, A. Shimanovsky, A. Zavarotny // Procedia Engineering. – 2016. – Vol. 134. – P. 415–421.

УДК 621.313

АНАЛИЗ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ В РОТОРАХ ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЕЙ, ИЗГОТОВЛЕННЫХ ИЗ КОМПОЗИТНЫХ МАТЕРИАЛОВ

Д. В. Комнатный

Учреждение образования «Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого», Республика Беларусь

Рассмотрен расчет электромагнитных полей в электродвигателях, в конструкциях которых используются композитные материалы. Записаны уравнения Максвелла и материальные уравнения для квазистационарных полей в композитных материалах. Приведены уравнения Максвелла и граничные условия для поля в двухслойной сфере металл–композит. Описан способ получения расчетных соотношений для составляющих электромагнитного поля.

Ключевые слова: электрические двигатели, композитные материалы, уравнения Максвелла, материальные уравнения, граничные условия, двухслойная сфера металл–композит, ротор.

METHODS OF ELECTROMAGNETIC FIELD ANALYSIS IN ELECTRIC MOTOR ROTORS, MANUFACTURED FROM COMPOSITE MATERIALS

D. V. Komnatny

Sukhoi State Technical University of Gomel, the Republic of Belarus

The electromagnetic fields calculation in electric motors, in which design composite materials are used, is discussed. Maxwell's equations, constructive relations for quasi-stationary electromagnetic fields in composite materials are recorded. The Maxwell's equations and boundary conditions for the field in two-layer metal-composite sphere are adduced. The method of calculation relations for electromagnetic field components obtaining is described.

Keywords: electric motors, composite materials, Maxwell's equations, constructive relations, boundary conditions, two-layer metal-composite sphere, rotor.

В настоящее время широкое распространение получили индивидуальные средства электротранспорта: скутеры, катера, самокаты, дроны, автомобили. Для облегчения этих машин применяются электродвигатели с конструктивными элементами, изготовленными из композитных материалов. Такие материалы являются новыми для электромашиностроения, поэтому актуальной задачей является анализ электро-

магнитных полей в конструкциях таких двигателей с учетом того, что электрические свойства композитов значительно сложнее, чем проводников и диэлектриков.

Для решения этой задачи принято, что электромагнитное поле в электродвигателях является квазистационарным, иными словами пренебрегается токами смещения. Тогда уравнения Максвелла с учетом пренебрежимо малой проводимости композита имеют вид:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{H} &= 0, \\ \operatorname{rot} \vec{E} &= -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}, \end{aligned} \quad (1)$$

где H – напряженность магнитного поля, А/м; E – напряженность электрического поля, В/м; μ – магнитная проницаемость среды.

Материальные уравнения композита имеют вид:

$$\begin{aligned} \vec{D} &= \varepsilon_0 \vec{E} + \varepsilon_0 k \vec{E}(t - t_1) + \xi \vec{H}(t - t_3), \\ \vec{B} &= \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \chi \vec{H}(t - t_2) + \zeta \vec{E}(t - t_4), \end{aligned} \quad (2)$$

где D – индукция электрического поля, Кл/м²; B – индукция магнитного поля, Т; ε_0 – электрическая постоянная, Ф/м; k , ξ , χ , ζ – постоянные, описывающие композитный материал; μ_0 – магнитная постоянная Гн/м; t – время, с; t_1 , t_2 , t_3 , t_4 – характерные времена, описывающие свойства композита, с.

Тогда после подстановки (2) в (1) и перехода к комплексному представлению получаются уравнения для электромагнитного поля в композите:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{H} &= 0, \\ \operatorname{rot} \vec{E} &= j\omega \mu_k \vec{H}, \end{aligned} \quad (3)$$

где $\mu_k = \mu_0 + \chi e^{j\omega t_2}$; ω – круговая частота, рад/с.

Уравнения Максвелла (3) для электромагнитного квазистационарного поля в композитном материале дают возможность выполнить анализ поля в деталях конструкции двигателя средствами, разработанными к настоящему времени.

В качестве примера рассматривается анализ квазистационарного электромагнитного поля в двухслойной сфере, внешний слой которой металл, а внутренний – композитный материал. Такую конструкцию имеют роторы недавно разработанных двигателей фирмы Buddha Motors. Сфера находится во внешнем вращающемся магнитном поле, которое описывается выражением

$$\vec{B} = \frac{3}{2} B_m \vec{e}_x - j \frac{3}{2} B_m \vec{e}_y, \quad (4)$$

где B_m – амплитуда индукции магнитного поля, Тл; e_x , e_y – орты декартовой системы координат с центром в центре сферы.

Электромагнитное поле в сфере является суперпозицией полей, созданных составляющими вращающегося магнитного поля. Для определения этих полей необхо-

димо записать уравнения Максвелла для трех областей: воздух вблизи ротора, металлический слой, композитная сфера.

Для воздуха уравнения Максвелла имеют вид:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{H} &= 0, \\ \operatorname{rot} \vec{E} &= -js\omega\mu_{a0}\vec{H}, \end{aligned} \quad (5)$$

– для металла:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{H} &= 0, \\ \operatorname{rot} \vec{E} &= -js\omega\mu_{a1}\vec{H}, \end{aligned} \quad (6)$$

– для композита:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{H} &= 0, \\ \operatorname{rot} \vec{E} &= -js\omega\mu_{a2}\vec{H}, \end{aligned} \quad (7)$$

где μ_{a0} – магнитная проницаемость воздуха, Гн/м, μ_{a1} – магнитная проницаемость металла, Гн/м; $\mu_{a2} = \mu_k$ – магнитная проницаемость композита, Гн/м.

В уравнениях (5)–(7) учтено наличие скольжения s , по причине которого частота поля ротора отличается от частоты вращающегося магнитного поля.

На границах раздела воздух–металл и металл–композит задаются классические граничные условия

$$\begin{aligned} B_{n,i+1} &= B_{n,i} \text{ или } \mu_{i+1}\mu_0 H_{n,i+1} = \mu_i\mu_0 H_{n,i}, \\ H_{\tau,i+1} &= H_{\tau,i}, \end{aligned} \quad (8)$$

где n, τ – единичные векторы нормали и касательной.

Для сферы $H_n = H_r$, $H_\tau = H_\theta$, где H_r, H_θ – составляющие вектора напряженности магнитного поля в сферической системе координат.

Из уравнений (5)–(7) могут быть получены известные уравнения Гельмгольца для напряженности электрического поля в сферической системе координат:

– для воздуха

$$\nabla_\varphi^2 E_\varphi - \frac{E_\varphi}{r^2 \sin^2 \varphi} = 0; \quad (9)$$

– для металла

$$\nabla_\varphi^2 E_\varphi - \frac{E_\varphi}{r^2 \sin^2 \varphi} = \alpha^2 E_\varphi, \text{ где } \alpha = \sqrt{js\omega\mu_{a1}\gamma}; \quad (10)$$

– для композита

$$\nabla_{\varphi}^2 E_{\varphi} - \frac{E_{\varphi}}{r^2 \sin^2 \varphi} = 0, \quad (11)$$

где r , θ , φ – сферические координаты; E_{φ} – составляющая напряженности электрического поля в сферической системе координат; γ – удельная проводимость металла, См/м.

В литературных источниках показано, что решение уравнения (9) с учетом ограниченности на бесконечности имеет вид:

$$E_{\varphi} = C_{20} r^{-2} \sin \theta. \quad (12)$$

Решение уравнения (10) с учетом ограниченности в сферическом слое имеет вид:

$$E_{\varphi} = \left[C_{11} \frac{1}{x} \left(\frac{\sin x}{x} - \cos x \right) + C_{21} \frac{1}{x} \left(\frac{\cos x}{x} + \sin x \right) \right] \sin \theta, \quad (13)$$

где

$$x = -jr \sqrt{j\omega s \mu_{a2}}.$$

Решение уравнения (11) с учетом ограниченности в начале координат имеет вид:

$$E_{\varphi} = C_{12} r \sin \theta. \quad (14)$$

Чтобы найти константы интегрирования C_{20} , C_{11} , C_{21} , C_{12} в (12)–(14) следует удовлетворить граничным условиям (8). Для этого из уравнений (6)–(8), представленных в сферической системе координат, по соотношениям (12)–(14) находятся выражения для составляющих магнитного поля и подставляются в граничные условия (8). Получается система линейных алгебраических уравнений для постоянных интегрирования, в которую входит составляющая вращающегося магнитного поля.

Таким образом, показано, что анализ квазистационарного электромагнитного поля в композитном материале незначительно отличается от расчета такого же поля в диэлектрике. Отличие состоит, главным образом, в задании параметров композитного материала. Решение уравнений Максвелла сходно с уже полученными решениями в прикладной электродинамике.

Следовательно, анализ электромагнитного поля в электрических двигателях с элементами конструкций из композитных материалов может быть осуществлен на основе уже имеющихся наработок и хорошо апробированными методами. Это открывает широкие возможности для создания современных средств индивидуального транспорта с высокими техническими, экономическими и экологическими характеристиками.