

3. Балакин, В. А. Тепловая нагруженность тормозов с учетом сил инерции / В. А. Балакин, В. П. Сергиенко, П. Е. Родзевич // Трение и износ. – 2000. – Т. 21, № 6. – С. 585–592.
4. Сравнительный анализ тепловой нагруженности тормозов грузовых автомобилей / В. А. Балакин, В. П. Сергиенко, П. Е. Родзевич, Ю. В. Лысенко // Трение и износ. – 2001. – Т. 22, № 2. – С. 123–126.
5. Родзевич, П. Е. Сравнительный анализ тепловой нагруженности тормозов автобусов / П. Е. Родзевич, В. А. Балакин, В. П. Сергиенко // Трение и износ. – 2003. – Т. 24, № 4. – С. 413–417.

УДК 669.71.535.241

### **ФУНКЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ В ВЕЩЕСТВЕ ПРИ НАГРЕВЕ ОСЕСИММЕТРИЧНЫМ ЛАЗЕРНЫМ ПУЧКОМ**

**П. С. Шаповалов**

*Учреждение образования «Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого», Республика Беларусь*

*Найдено путем дифференцирования эллиптического уравнения теплопроводности аналитическое распределение температуры в веществе при нагреве лазерного осесимметричного гауссова пучка произвольного профиля. Представлено распределение температуры обычного гауссова и кольцевого гауссова пучка.*

**Ключевые слова:** уравнение теплопроводности, нагрев лазерным пучком, распределение температуры, круговой гауссов пучок.

### **TEMPERATURE DISTRIBUTION FUNCTION IN MATTER DURING AXISYMMETRIC LASER BEAM HEATING**

**P. S. Shapovalov**

*Sukhoi State Technical University of Gomel, the Republic of Belarus*

*By differentiating the elliptic heat conduction equation, the analytical temperature distribution in matter during heating of an axisymmetric gaussian laser beam of arbitrary profile is found. The temperature distributions of the ordinary gaussian and annular gaussian beam are presented.*

**Keywords:** heat conduction equation, laser beam heating, temperature distribution, circular gaussian beam.

В промышленном производстве широко применяются лазеры для различных технологических процессов. Лазеры находят применение для резки материалов, лазерной сварки, термообработки и наплавки [1]. Лазеры, в первую очередь, используются в промышленности в тех процессах, которые неосуществимы с помощью других способов, и там, где применение лазера обеспечивает большую эффективность работы и производительность труда.

Для лучшей оптимизации использования лазеров в технологии нагрева и плавления вещества необходимо знать точное распределение температур в использованном материале в зависимости от распределения интенсивности света в поперечном сечении лазерного пучка. Важнейшей физической характеристикой процесса нагрева при воздействии лазерного излучения является распределение температурного поля в материале. Если распределение температуры в веществе известно для разных типов лазерных пучков, то это позволяет выбрать наиболее оптимальные и эффективные технологические режимы обработки материалов.

Для нахождения распределения температуры в веществе, создаваемом лазерным пучком используется неоднородное эллиптическое уравнение теплопроводности [2]. Для нагрева вещества применяется осесимметричный лазерный пучок. Исходное уравнение в полярной системе координат имеет вид:

$$\frac{d^2T}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dT}{dr} = -\frac{1}{\lambda} I(r), \quad (1)$$

где  $T$  – искомая функция распределения температуры в веществе;  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности материала;  $I(r)$  – поперечное распределение интенсивности света в лазерном пучке используемого в качестве теплового источника нагрева вещества;  $r$  – радиус полярной системы координат.

Лазерный тепловой источник представим в виде произведения круговой гауссовой функции на многочлен четной степени от  $r$ :

$$I = (C_0 + C_1 r^2 + C_2 r^4 + \dots + C_n r^{2n}) \exp\left(-\frac{2r^2}{w^2}\right). \quad (2)$$

где  $w$  – радиус пучка.

В случае  $C_0 \neq 0$ , а  $C_i = 0$ , ( $i = \overline{1, n}$ ) имеем простейший гауссов круговой пучок, где  $C_0$  является интенсивностью лазерного излучения на оси пучка  $r = 0$ . Если  $C_0 = 0$ , а  $C_i \neq 0$ , то имеем произвольный кольцевой лазерный пучок. Такое представление теплового источника позволяет подобрать любую произвольную форму пучка с круговой симметрией. Учитывая постановку задачи для решения уравнения (1), граничные условия могут быть записаны в виде:

$$T(r = b) = 0; \quad (3a)$$

$$\frac{dT(r = 0)}{dr} = 0. \quad (3б)$$

В первом граничном условии (3a) следует, что температура при удалении в поперечном направлении при  $b \rightarrow \infty$  стремится к нулю. Второе граничное условие (3б) следует из круговой симметрии лазерного теплового источника при нагревании вещества.

Интегрируя дифференциальное уравнение (1), с учетом граничного условия (3б) получим:

$$\frac{dT}{dr} = \frac{w^2}{4\lambda} r e^{-\frac{2r^2}{w^2}} \sum_{k=1}^n C_k \left[ r^{2k} + \sum_{i=1}^k k(k-1)\dots(k-i+1) \frac{w^{2i}}{2^i} r^{2(k-i)} \right]. \quad (4)$$

Повторно интегрируя исходное уравнение с учетом первого граничного условия (3a), получим решение уравнения (4) в аналитическом виде:

$$T = -\frac{\lambda w^2}{8} \times \left[ e^{-\frac{2r^2}{w^2}} \sum_{k=2}^n S_k(r) - e^{-\frac{2a^2}{w^2}} \sum_{k=2}^n S_k(b) + \left( Ei\left(\frac{2r^2}{w^2}\right) - Ei\left(\frac{2b^2}{w^2}\right) - 2\ln(r) + 2\ln(b) \right) \sum_{k=1}^{n+1} (-1)^{k-1} \frac{C_{k-1} w^{2(n-1)}}{2^{k-1}} k(k-1)\dots \cdot 2 \cdot 1 \right], \quad (5)$$

где  $S_k(r) = C_k \sum_{i=1}^k \left( (-1)^{k-1} \frac{w^{2(r-i+1)} r^{2(i-1)}}{2^{r-i+1}} \sum_{m=i}^k \frac{1}{m} k(k-1) \dots (i+1)i \right)$ ;  $Ei(x)$  – интегральная показательная функция [3]. В случае, когда используется обыкновенный круговой гауссов пучок ( $C_0 \neq 0, C_i = 0, i = \overline{1, n}$ ), распределение температурного поля имеет вид:

$$T = -\frac{\lambda w^2 C_0}{8} \left[ Ei\left(\frac{2r^2}{w^2}\right) - Ei\left(\frac{2b^2}{w^2}\right) - 2 \ln\left(\frac{r}{b}\right) \right]. \quad (6)$$

При численном исследовании решений (5), (6) использовались круговые и кольцевые гауссовы пучки (рис. 1).

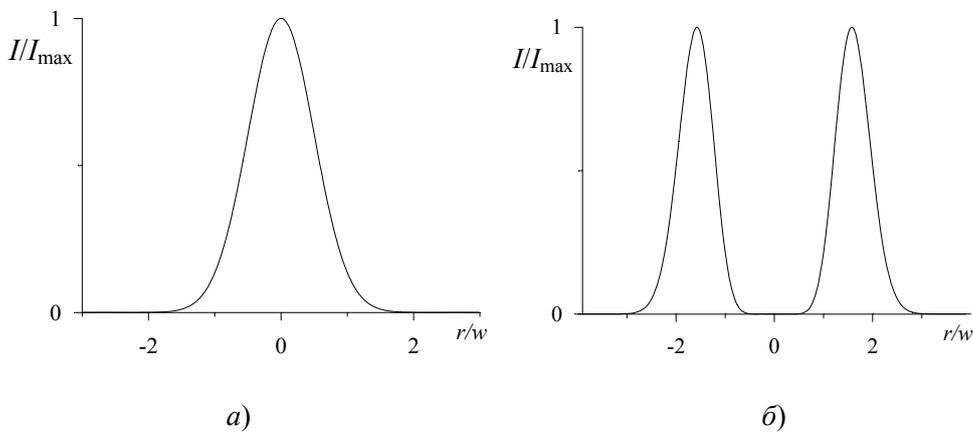


Рис. 1. Распределение интенсивности излучения в поперечном сечении кругового (а)  $C_0 \neq 0$  и кольцевого гауссова пучка (б)  $C_0 = 0; C_1 \neq 0; C_i = 0$

Качественное распределение температурного поля при воздействии таких пучков на поверхность материала имеет такой вид, как на рис. 2.

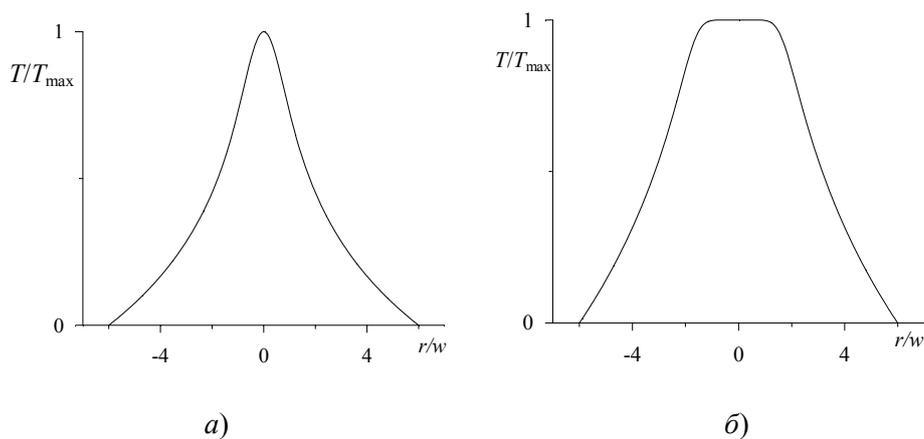


Рис. 2. Распределение температурного поля на поверхности материала при нагревании круговым (а)  $C_0 \neq 0, b = 6r/w$  и кольцевым гауссовым пучком (б)  $C_1 \neq 0, b = 6r/w$

Из рис. 2, а следует, что использование кругового пучка приводит к более узкому отверстию в материале и при одинаковой мощности с кольцевым пучком – к более глубокому отверстию, что выгодно для резки материалов. Применение кольцевых пучков выгодно для равномерного нагрева и плавления (наплавки) материала.

Литература

1. Григорьянц, А. Г. Технологические процессы лазерной обработки / А. Г. Григорьянц, И. Н. Шиганов, А. И. Мисюров. – Москва : Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2006. – 663 с.
2. Моделирование теплофизических процессов импульсного лазерного воздействия на металлы / А. А. Углов, И. Ю. Смуров, А. М. Лашин, А. Г. Гуськов. – Москва : Наука, 1991. – 288 с.

УДК 631.3-52:631.3

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МЕХАНИЗМА НАВЕСКИ  
ПОДЪЕМНО-НАВЕСНОГО УСТРОЙСТВА МОБИЛЬНОГО  
ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО СРЕДСТВА**

**В. Б. Попов, И. А. Занкевич**

*Учреждение образования Гомельский государственный технический  
университет имени П. О. Сухого, Республика Беларусь*

*Представлена последовательность формирования функциональной математической модели механизмов навески подъемно-навесного устройства мобильного энергетического средства. Рассмотрены варианты структуры и функциональное описание функциональной математической модели.*

**Ключевые слова:** функциональная математическая модель, механизм навески, подъемно-навесное устройство, мобильное энергетическое средство.

**MATHEMATICAL MODELING OF THE ATTACHMENT  
MECHANISM OF THE LIFTING-ATTACHED DEVICE  
OF A MOBILE POWER VEHICLE**

**V. B. Popov , I. A. Zankevich**

*Sukhoi State Technical University of Gomel, the Republic of Belarus*

The sequence of formation of a functional mathematical model of the attachment mechanisms of the lifting-attached device of a mobile power vehicle is presented. Variants of the structure and functional description of the functional mathematical model are considered.

**Keywords:** functional mathematical model, attachment mechanisms, lifting-attached device, mobile power vehicle.

Мобильные сельскохозяйственные агрегаты (МСХА) формируются из мобильных энергетических средств (МЭС) и навесных машин (НМ). Подъемно-навесное устройство (ПНУ), состоящее из гидропривода (ГП) открытого типа и переднего или заднего механизмов навески (МН), расположено на МЭС. При этом МН – это основной структурный компонент ПНУ, определяющий характер взаимодействия МЭС с НМ.

Для обеспечения качественного взаимодействия МЭС и НМ рекомендуется рациональный выбор параметров МН, что обеспечивается посредством математического моделирования режимов работы МН [1]. Следует отметить, что к МЭС относятся универсальные энергетические средства (УЭС), сельскохозяйственные и лесотехнические тракторы, фронтальные погрузчики (ФП) (рис. 1), а также шасси погрузочные многофункциональные (ШПМ).