Литература

1. Ландау, Л. Д. Теоретическая физика в 10 томах. Т. 4 Квантовая электродинамика / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц // 3-е изд. испр. – Москва: Наука, 1989. – 728 с.

2. Пенскин, М. Введение в квантовую теорию поля / М. Пескин, Д. Шредер // Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. – 784 с.

3. Jorge C. Romao. Modern techniques for one-loop calculation / Romao, J. C. – Departamento de Fisica, Instituto Superior Tecnico, Portugal, 2004. – 81 p.

А. Д. Тамков
(ГГТУ имени П. О. Сухого, Гомель)
Науч. рук. **В. Ю. Гавриш,** канд. физ.-мат. наук, доцент

ПАРАМЕТРИЗАЦИЯ ФЕЙНМАНА ДЛЯ РАСЧЕТА ПЕТЛЕВЫХ ИНТЕГРАЛОВ

Введение. Вычисление наблюдаемых величин в высших порядках теории возмущений является нетривиальной задачей. Подобные расчеты требуют привлечения теории функции комплексного переменного, а также непростых соотношений интегрального и дифференциального исчисления.

В работе кратко излагается методика расчета петлевых интегралов, основанная на размерной регуляризации [1] совместно с параметризацией Фейнмана [2].

Скалярный однопетлевой интеграл в *d*-мерном пространстве. Характерный скалярный однопетлевой интеграла может быть записан в виде

$$I_{r,m} = \int \frac{d^d q}{(2\pi)^d} \frac{q^{2^r}}{\left(q^2 - C + i\varepsilon\right)^m}, \tag{1}$$

где r, m – некоторые неотрицательные числа.

Анализ выражения (1) показывает, что расчеты связаны с интегрированием по телесному углу d – мерного вектора q. Рассмотрим интеграл

$$\int d^d x = \int d\left|x\right|\left|x\right|^{d-1} d\Omega_{d-1}, \tag{2}$$

где $\left|x\right| = \sqrt{(x^0)^2 + |\vec{x}|^2}$ – модуль вектора x;

$d\Omega_{d-1}$ – элемент телесного угла.

Использование интегрального представления Γ – функции Эйлера [3]

$$\Gamma\left(n\right) = \int t^{n-1} e^{-t} dt \tag{3}$$

приводит к

$$\int d\Omega_{d-1} = \frac{2\pi^{\frac{d}{2}}}{\Gamma\left(\frac{d}{2}\right)}. \tag{4}$$

Дальнейшее вычисление интеграла (1) проведем из выражения

$$I_{r,m} = \int \frac{d^{d-1}q}{(2\pi)^d} \int dq^0 \frac{\left(q^2\right)^r}{\left(q_0^2 - |\vec{q}|^2 - C + i\varepsilon\right)^m}; \quad (5)$$

проведем замену переменной $q^0 = iq_E^0, \int dq^0 \to i \int dq_E^0$, меняющую контур интегрирования и, как следствие, позволяющую обойти полюса интеграла (1). Замена $q^0 = iq_E^0$ называется поворотом Вика [3]: проведенная процедура позволяет записать интеграл $I_{r,m}$ в следующем виде:

$$I_{r,m} = i(-1)^{r-m} \int \frac{d^d q_E}{(2\pi)^d} \frac{\left(q_E^2\right)^r}{\left(q_E^2 + C\right)^m}. \quad (6)$$

Использование интегрального представления $B(n,m)$ – функции Эйлера [3]

$$B(n,m) = \frac{\Gamma(n)\Gamma(m)}{\Gamma(n+m)} = \int dt \frac{t^{n-1}}{(1+t)^{n+m}}, \quad (7)$$

после некоторых расчётов с учетом (4) и (7) для выражения (1) приводит к

$$I_{r,m} = i(-1)^{r-m} \frac{C^{r-m+\frac{d}{2}}}{(4\pi)^{\frac{d}{2}}} \frac{\Gamma\left(r+\frac{d}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{d}{2}\right)} \frac{\Gamma\left(m-r-\frac{d}{2}\right)}{\Gamma(m)}. \quad (8)$$

Параметризация Фейнмана для петлевых интегралов. На основе полученных выражений в разделе приведем процедуру параметризации Фейнмана для петлевых интегралов типа (1).

Наиболее общая форма однопетлевого интеграла записывается в виде [3]

$$\int \frac{d^d q}{(2\pi)^d} \frac{q^{\mu_1} \dots q^{\mu_p}}{D_0 D_1 \dots D_{n-1}}, \quad (9)$$

где пропагатор D_i определяется через 4-импульс входящих частиц p_i соотношением

$$D_i = (q + r_j)^2 - m_i^2, \qquad r_j = \sum\nolimits_{i=1}^{j} p_i. \quad (10)$$

В выражении (9) удобно объединить произведение пропагаторов D_i в один общий знаменатель. Указанная техника развита Фейманом [4] и заключается в следующем трюке: рассмотрим интеграл вида

$$\int_0^1 dx \frac{1}{\left(ax + b(1-x)\right)^2}. \quad (11)$$

Непосредственное интегрирование (11) приводит к

$$\int_0^1 dx \frac{1}{\left(ax+b(1-x)\right)^2} = \frac{1}{(b-a)(b+ax-bx)}\Bigg|_0^1 =$$

$$= \frac{1}{a(b-a)} - \frac{1}{b(b-a)} = \frac{1}{ab}. \tag{12}$$

Из выражения (12) путем вычисления производных по переменным a и b нетрудно получить общее выражение

$$\frac{1}{a^p b^q} = \frac{\Gamma(p+q)}{\Gamma(p)\Gamma(q)} \int_0^1 dx \frac{x^{p-1}(1-x)^{q-1}}{\left(ax+b(1-x)\right)^{p+q}}. \tag{13}$$

Отметим также, что в случае n множителей выражения (13) примет вид [4]

$$\frac{1}{a_1 a_2 ... a_n} = \Gamma(n) \int_0^1 dx_1 \int_0^{1-x_1} dx_2 ...$$

$$... \int_0^{1-x_1-...-x_{n-2}} \frac{dx_{n-1}}{\left(a_1 x_1 + a_2 x_2 + ... + a_n \left(1 - x_1 - x_2 - ... - x_{n-1}\right)\right)^n}. \tag{14}$$

Выражение (14) совместно с соотношением (8) являются базовыми при расчете однопетлевых поправок процессов высших порядков.

Заключение. В работе представлены выражения для скалярных однопетлевых интегралов, а также изложена методика параметризации Фейнмана объединения пропагаторов в один знаменатель. Полученные в работе соотношения могут быть использованы для расчета поправок к вершинным функциям, а также вычисления одночастично-неприводимых диаграмм.

Литература

1. Казаков, Д. И. Радиационные поправки, расходимости, регуляризация / Д. И. Казаков. – ОИЯИ – Дубна, 2008. – 93 с.
2. Weinberg, S. The quantum theory fields. Volume 1. Foundatitions / S. Weinberg. – Cambridge University Press, Cambridge. – 1996. – 489 p.
3. Jorge C. Romao. Modern techniques for one-loop calculation / Romao, J. C. – Departamento de Fisica, Instituto Superior Tecnico, Portugal, 2004. – 81 p.
4. Пескин, М. Е., Шрёдер, Д. В. Введение в квантовую теорию поля / М. Е. Пескин, Д. В. Шрёдер. – Ижевск : НИЦ «Регулярная и хаотичная динамика», 2001. – 784 с.

Я. С. Черепко
(ГГУ имени Ф. Скорины, Гомель)
Науч. рук. **С. А. Лукашевич**, ст. преподаватель

ВОЗМОЖНОСТИ СРЕДЫ MYSQL ДЛЯ ВЕДЕНИЯ УЧЁТА ПРОЦЕССОВ ПРЕДПРИЯТИЯ

База данных – набор структурированной информации или данных, хранящихся в компьютерной системе в электронном формате. Для управления базами данных существуют специальные системы управления базами данных (СУБД).