

СТОЯЧАЯ ВОЛНА ВОЗМУЩЕНИЯ ЛИНИИ РОСТА ДЕНДРИТА В ПЕРЕОХЛАЖДЕННОМ РАСПЛАВЕ

О. Н. Шабловский, И. А. Концевой

Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого,

Республика Беларусь, 246746, г. Гомель, проспект Октября, 48

E-mail: shablovsky-on@yandex.by

Изучено воздействие стоячей волны на фазовую границу высокоскоростной кристаллизации переохлажденного расплава чистого металла. Расчеты выполнены для никеля и меди.

Ключевые слова: высокоскоростная кристаллизация, неустойчивость линии роста, кривизна фазовой границы, дендритный рост.

Введение. Рассмотрим высокоскоростной дендритный рост кристалла из глубоко переохлажденного расплава чистого вещества. В настоящее время экспериментально достигнуты скорости роста 20–70 м/с в расплавах, переохлажденных до 300 К, [1]. Прикладное значение этих исследований связано с технологиями получения материалов, обладающих высокими эксплуатационными свойствами.

Цель данной работы: определить условия существования стоячей волны возмущения и проанализировать кинетические параметры линии роста одиночного дендрита в чистых расплавах никеля (переохлаждение $\Delta T \geq 166$ К) и меди ($\Delta T \geq 180$ К).

Линия роста дендрита. Уравнение роста дендрита при глубоких переохлаждениях расплава чистого вещества получено в [2, 3] с учетом локально-неравновесных свойств теплопереноса. Запишем это уравнение в следующем виде:

$$\begin{aligned} (L + L_* + U_2 K) \frac{\partial N}{\partial t} + \frac{N}{\gamma} (L_* + U_2 K) - \frac{c N^2}{\gamma \mu} - \frac{3c}{\mu} N \frac{\partial N}{\partial t} + \\ + L \gamma \frac{\partial^2 N}{\partial t^2} + 2U_2 N \frac{\partial K}{\partial t} + N(q_v + q_{nj} K) = 0, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\frac{\partial K}{\partial t} = \frac{\partial^2 N}{\partial y^2}. \quad (2)$$

Здесь $x = F(y, t)$ – двумерная плоская линия роста кристалла; x, y – прямоугольные декартовы координаты; ось x направлена вдоль оси симметрии дендрита в сторону твердой фазы; y – поперечная координата; t – время; считаем, что фазовая граница движется справа налево, в сторону отрицательных значений x ; $N = \partial F / \partial t$; $K = \partial^2 F / \partial y^2$; $U_2 = c T_c U_1$; $U_1 = U / L$; $L_* = L - c_* \Delta T$; $q_{nj} = N[(cN/\mu) - U_2 K - L_*] - L \gamma (\partial N / \partial t)$; c – объемная теплоемкость кристалла; c_* – объемная теплоемкость расплава; μ – кинетический коэффициент; γ – время релаксации теплового потока; $q_v < 0$ – объемный сток энергии, который моделирует отвод тепла от твердой фазы; L – теплота фазового перехода единицы объема

вещества; U – поверхностная энергия границы раздела фаз; T_c – равновесная температура кристаллизации; $N < 0$ – скорость перемещения линии роста; $K > 0$ – кривизна фазовой границы. Уравнения (1), (2) справедливы в малой окрестности вершины дендрита – вблизи $y = 0$.

Уравнение (1) имеет точное решение:

$$F_0(y,t) = N_0 t + (K_0 y^2 / 2), \tag{3}$$

$$N_0 < 0, K_0 > 0; N_0, K_0 = \text{const},$$

которое определяет стационарный параболический профиль, перемещающийся с постоянной скоростью (подробности изложены в [2]).

Линеаризация уравнения (1) на точном решении (3) выполняется в следующей форме:

$$F(y,t) = F_0(y,t) + f(y,t), \quad t \geq 0 \tag{4}$$

и имеет своим результатом уравнение, определяющее малое возмущение $f(y,t)$, [3]:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} - \alpha_0 \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \right) + \alpha_1 \frac{\partial f}{\partial t} + \alpha_2 \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} - \alpha_3 \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 0, \tag{5}$$

$$\alpha_i = s_i / (L\gamma), \quad i = 0, 1, 2, 3;$$

$$s_0 = -2N_0 U_2, \quad s_1 = (2K_0 N_0^2 c / \mu) - (cN_0 / \gamma \mu) - K_0 N_0 L_* - K_0^2 N_0 U_2,$$

$$s_2 = L + L_* + K_0 U_2 - (3cN_0 / \mu) - K_0 N_0 L\gamma,$$

$$s_3 = 2K_0 N_0^2 U_2 + N_0^2 L_* - (N_0 U_2 / \gamma) - (cN_0^3 / \mu).$$

Коэффициенты $\alpha_i = \alpha_i(\Delta T)$ зависят от переохлаждения расплава посредством функций $N_0 = N_0(\Delta T)$, $\mu = \mu(\Delta T)$. В работе [4] получены полуэмпирические зависимости $N_0(\Delta T)$, $\mu(\Delta T)$ для чистых расплавов никеля и меди. Кривизна K_0 входит в (5) как свободный параметр: его числовое значение мы задаем, применяя известные в литературе [5] результаты экспериментальных измерений. Уравнение (5) формально содержит две «скорости звука» $w_1^2 = \alpha_0$, $w_2^2 = \alpha_3 / \alpha_2$, существенно зависящие от ΔT . В статье [6] рассмотрены дозвуковые, звуковые и сверхзвуковые режимы распространения бегущих волн вида $f = f(y - bt)$, $b \equiv \text{const} > 0$. Были установлены следующие качественные свойства поведения линии роста. Режим «дозвуковой-1», для которого $b^2 < w_1^2$, допускает неустойчивость по типу «седло» либо ситуацию вида «устойчивый узел». Для случая «звук-1», $b^2 = w_1^2$, характерен «неустойчивый узел». Промежуточный интервал скоростей $0 < w_1^2 < b^2 < w_2^2$ дает «неустойчивый узел» либо «неустойчивый фокус». Для случая «звук-2», когда $b^2 = w_2^2$, имеем устойчивость типа «центр». Режим «сверхзвуковой-2», $0 < w_1^2 < w_2^2 < b^2$, обладает состоянием «устойчивый узел» либо «устойчивый фокус». В данной работе рассматривается стоячая волна возмущения, скорость перемещения которой равна w_2 .

В докладе представлены результаты расчетов в размерных и безразмерных величинах. При обезразмеривании применяем следующие масштабы времени и длины: $t_b = 10^{-7}$ с, $y_b = 10^{-6}$ м. Размерным коэффициентам α_i соответствуют безразмерные β_i :

$$\beta_0 = \alpha_0 \frac{t_b^2}{y_b^2}, \quad \beta_1 = \alpha_1 t_b^2, \quad \beta_2 = \alpha_2 t_b, \quad \beta_3 = \alpha_3 \frac{t_b^3}{y_b^2}.$$

Переохлаждение расплава ΔT всюду указано в градусах Кельвина. Числовые значения теплофизических параметров соответствуют известным в литературе справочным данным:

Никель, Ni: $T_c = 1728\text{K}$, $L = 2,14 \cdot 10^9 \text{ Дж/м}^3$, $U = 0,38 \text{ Дж/м}^2$, $\gamma = 1,3804 \cdot 10^{-7}$ с, $c = 5,62 \cdot 10^6 \text{ Дж/(м}^3 \cdot \text{K)}$, $\lambda = 69 \text{ Вт/(м} \cdot \text{K)}$, $\mu = 9,53 \text{ м/(K} \cdot \text{с)}$, $T_s = 1562\text{K}$, $N_b = 5,3 \text{ м/с}$.

Медь, Cu: $T_c = 1357\text{K}$, $L = 1,77 \cdot 10^9 \text{ Дж/м}^3$, $U = 0,26 \text{ Дж/м}^2$, $\gamma = 4,755 \cdot 10^{-8}$ с, $c = 4,17 \cdot 10^6 \text{ Дж/(м}^3 \cdot \text{K)}$, $\lambda = 317 \text{ Вт/(м} \cdot \text{K)}$, $\mu = 10,06 \text{ м/(K} \cdot \text{с)}$, $T_s = 1177\text{K}$, $N_b = 11 \text{ м/с}$.

Для всех рассматриваемых здесь вариантов принимаем $K_0 = 10^7 \text{ м}^{-1}$.

Стоячая волна возмущения

Незатухающая стоячая волна возмущения имеет вид

$$f(y,t)/H = \cos ky \sin mt, \quad t \geq 0, \quad y \in [0, y_1], \quad (6)$$

$$k^2 = \frac{\beta_1 \beta_2}{\beta_3 - \beta_0 \beta_2}, \quad m^2 = \frac{\beta_1 \beta_3}{\beta_3 - \beta_0 \beta_2},$$

$$w_2 = m/k = (\beta_3 / \beta_2)^{1/2}, \quad (7)$$

где m/k – скорость стоячей волны, перемещающейся со скоростью звука w_2 . Результаты расчета (рис. 1) этого режима возмущения демонстрируют отчетливые различия между никелем и медью. Для меди имеем:

$$\frac{\partial(2\pi/m)}{\partial(\Delta T)} < 0, \quad \frac{\partial(m/k)}{\partial(\Delta T)} > 0.$$

Для никеля хорошо видна немонотонная, имеющая максимум зависимость скорости волны (7) от ΔT , рис. 1 б.

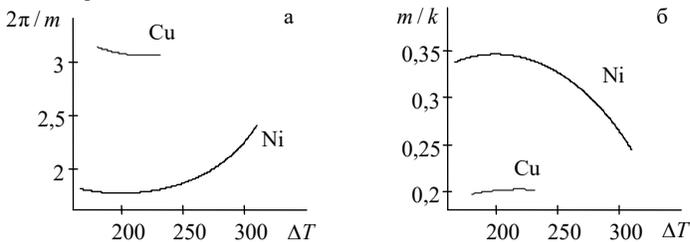


Рис. 1. Незатухающая стоячая волна возмущения: а – период колебаний во времени; б – скорость волны

Стоячая волна, затухающая с течением времени, определяется решением уравнений (4), (5):

$$f(y,t)/H = \exp(-rt)\cos k y \sin m t, \tag{8}$$

$$k^2 = H_1/H_0, \quad m^2 = H_2/H_0, \quad H_0 = \beta_3 - \beta_0\beta_2 + 2\beta_0r,$$

$$H_1 = 9\beta_2r^2 + \beta_1\beta_2 - r(3\beta_1 + 9r^2 + 2\beta_2^2),$$

$$H_2 = \beta_1\beta_3 + r[r(\beta_0\beta_2 + 3\beta_3) - 2\beta_0r^2 - 2\beta_2\beta_3].$$

При $r = 0$ данное решение принимает вид (6).

Некоторые результаты расчетов даны на рис. 2. Отсюда следует, что параметр затухания оказывает значительное влияние на пространственно-временные свойства возмущенного состояния вершины дендрита.

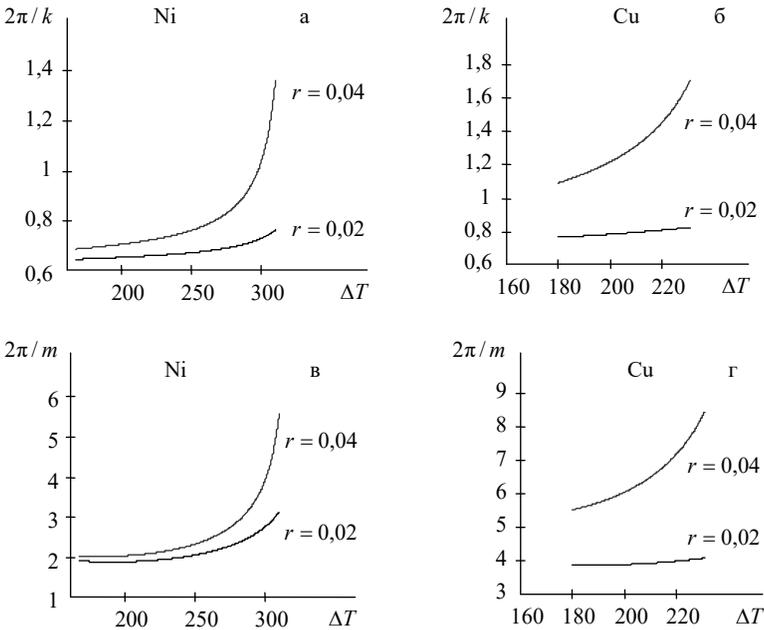


Рис. 2. Затухающая стоячая волна возмущения:
 а, б – период колебаний по координате y ;
 в, г – период колебаний во времени

Заключение. Кинетические свойства фазовой границы высокоскоростной кристаллизации чистых расплавов никеля и меди в значительной степени обусловлены локальной неравновесностью теплопереноса в твердой фазе. Определены условия существования стоячей волны возмущения вершины одиночного дендрита.

Представлены качественные и количественные закономерности поведения линии роста в широких интервалах переохлаждений расплавов никеля и меди.

Список литературы

1. Herlach D. M., Galenko P., Holland-Moritz D. *Metastable Solids from Undercooled Melts*. Oxford: Pergamon, 2007.
2. Шабловский О. Н. Кинетика роста вершины дендрита в глубоко переохлажденном расплаве. Часть 1. Уравнение фазовой границы кристаллизации // *Успехи прикладной физики*. – 2013. – Т. 1, № 6. – С. 680–685.
3. Шабловский О. Н. Кинетика роста вершины дендрита в глубоко переохлажденном расплаве. Часть II. Аналитическая структура возмущений линии роста // *Успехи прикладной физики*. – 2014. – Т. 2, № 1. – С. 12–17.
4. Шабловский О. Н., Кроль Д. Г. Динамика неустойчивости волновых возмущений и боковое ветвление дендрита в переохлажденном расплаве // *Успехи прикладной физики*. – 2022. – Т. 10, № 2. – С.189–202.
5. Mullis, A. M. Deterministic side-branching during thermal dendritic growth / A. M. Mullis // *IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering*. – 2015. – Vol. 84. – 012071. – P. 1–9.
6. Шабловский, О. Н. Область устойчивости возмущенного состояния линии роста дендрита в глубоко переохлажденном расплаве / О. Н. Шабловский // *Вестник ГГТУ им. П. О. Сухого*. – 2023. – №1. – С. 5–12.