

## АВТОКОЛЕБАТЕЛЬНЫЙ РЕЖИМ ОДНОФАЗНОГО АСИНХРОННОГО ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЯ

Докт. техн. наук, проф. ЛУКОВНИКОВ В. И.,  
канд. техн. наук, доц. ТОДАРЕВ В. В.,  
асп. ВЕППЕР Л. В.

*Гомельский политехнический институт*

Условия возникновения устойчивых угловых колебаний подпружиненного вала асинхронного электродвигателя (АД) при однофазном включении в сеть теоретически исследовались Н. П. Власовым более 60 лет назад [1]. Затем А. Г. Ивахненко [2] и В. И. Антипенко [3] изучали возможность управления автоколебаниями за счет введения в статорную цепь активно-реактивных сопротивлений.

Предлагаемая нами замена пружины на валу АД регулируемым по длине и массе маятником существенно упрощает техническую реализацию механической части автоколебательного электропривода, что позволяет рассматривать его в качестве альтернативного редукторным электроприводам циклического действия, например с кривошипно-шатунным механизмом [4].

Уравнение движения автоколебательного маятникового асинхронного электропривода, нагруженного на моменты сухого и жидкостного трения, можно записать в виде

$$I \frac{d^2\varphi}{dt^2} + H \frac{d\varphi}{dt} + M_c \operatorname{sign} \left( \frac{d\varphi}{dt} \right) + Gl \sin \varphi = M_{\text{эм}} \left( \frac{d\varphi}{dt} \right), \quad (1)$$

где  $\varphi$  — угол колебаний вала электродвигателя;

$I$  — момент инерции колеблющихся масс;

$H$  — коэффициент жидкостного трения;

$M_c$  — момент сухого трения;

$M_{\text{эм}}$  — электромагнитный момент электродвигателя;

$G, l$  — вес и длина маятника.

Вводя относительные угол колебаний  $x = \frac{\omega}{\omega_0} \varphi$  и время  $\tau = \omega t$ , где  $\omega = \sqrt{Gl/I}$  — собственная угловая частота механической части, а  $\omega_0$  — угловая частота питающей сети, можно уравнение (1) преобразовать к виду

$$\ddot{x} + \mu_1 \sin(x\mu_1^{-1}) + \mu_2 \dot{x} + \mu_3 \operatorname{sign} \dot{x} = \mu_4 \frac{a_1 \dot{x} - \dot{x}^3}{\dot{x}^4 - b_1 \dot{x}^2 + b_2}. \quad (2)$$

Здесь обозначены через  $\ddot{x}$ ,  $\dot{x}$  — вторая и первая производные от относительного угла колебаний  $x$  по относительному времени  $\tau$ ;

$$\mu_1 = \frac{\omega}{\omega_0}; \quad \mu_2 = \frac{H}{I\omega}; \quad \mu_3 = \frac{M_c}{I\omega\omega_0}; \quad \mu_4 = \frac{M_{\text{дв}}}{I\omega\omega_0^2}$$

— коэффициенты относительных моментов маятника, жидкостного и сухого трения, электромагнитного.

Момент  $M_{\text{дв}}$  и коэффициенты  $a_1$ ,  $b_1$ ,  $b_2$  могут быть определены через параметры механической характеристики АД согласно [3] соотношениями

$$\begin{cases} M_{\text{дв}} = (1 + \alpha_0 S_{\text{кр}}) S_{\text{кр}} M_{\text{кр}}; \\ \alpha_0 = r_1 / r_2^2; \quad a_1 = 1 - S_{\text{кр}}^2; \\ b_1 = 2[S_{\text{кр}}^2 - 1 - 2\alpha S_{\text{кр}}^2(1 + \alpha S_{\text{кр}}^2)]; \\ b_2 = [1 + S_{\text{кр}}^2(1 + 2\alpha)]^2. \end{cases} \quad (3)$$

При необходимости их можно рассчитать через величины  $M_{\text{эко}}$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ ,  $e$ , связанные с параметрами схемы замещения уравнениями, представленными в [4, 5],

$$\begin{cases} M_{\text{дв}} = \frac{4M_{\text{эко}}}{a+b}; \\ a_1 = \frac{a+b-d-e}{(a+b)^2}; \\ b_1 = \frac{c^2 + 2(a+b)(a+b+c) - 2(a+b)(d+e)}{(a+b)^2}; \\ b_2 = \left( \frac{a+b+c+d+e}{a+b} \right)^2. \end{cases} \quad (4)$$

Установившееся решение (2) будем искать в виде гармонических автоколебаний  $x = R \cos \tau$  через интеграл невязки по методу Галеркина—Бубнова

$$\int_0^{2\pi} \left[ -R \cos \tau + \mu_1 \sin \left( \frac{R}{\mu_1} \cos \tau \right) - \mu_2 R \sin \tau + \mu_3 \text{sign}(-R \sin \tau) - \mu_4 \frac{R^3 \sin^3 \tau - a_1 R \sin \tau}{R^4 \sin^4 \tau - b_1 R^2 \sin^2 \tau + b_2} \right] \sin \tau d\tau = 0.$$

После вычисления интеграла получим уравнение для предельных радиусов автоколебательных циклов на фазовой плоскости

$$\mu_{2,0} R^5 + 1,2(1 - b_1 \mu_{2,0}) R^3 + 1,6(b_2 \mu_{2,0} - a_1) R + \frac{32}{5\pi} b_2 \mu_{3,0} = 0, \quad (5)$$

где

$$\mu_{2,0} = \mu_2 / \mu_4; \quad \mu_{3,0} = \mu_3 / \mu_4.$$

Для упрощения анализа пронормируем (5) и представим его как

$$\rho^5 + \alpha \rho^3 + \beta \rho + 1 = 0, \quad (6)$$

где

$$\rho = R \sqrt[5]{\frac{5\pi \mu_{2,0}}{32 b_2 \mu_{3,0}}}; \quad \alpha = \frac{6\pi(1 - b_1 \mu_{2,0})}{\sqrt[5]{32^2 \pi^3 b_2^2 \mu_{3,0}^2 \mu_{2,0}^3 \cdot 5^3}}; \quad \beta = \frac{8\pi(b_2 \mu_{2,0} - a_1)}{\sqrt[5]{32^4 \pi b_2^4 \mu_{3,0}^4 \mu_{2,0} \cdot 5}}.$$

Приближенно:

$$\rho = 0,86735 \sqrt[3]{\mu_{2,0} / b_2 \mu_{3,0}} R;$$

$$\alpha = 0,90275 (1 - b_1 \mu_{2,0}) / \sqrt[3]{b_2^2 \mu_{3,0}^2 \mu_{2,0}^3}; \quad (7)$$

$$\beta = 0,90552 (b_2 \mu_{2,0} - a_1) / \sqrt[3]{b_2^4 \mu_{3,0}^4 \mu_{2,0}}.$$

Исследование решений нормированного уравнения (6) при различных вариантах нагрузки ( $\mu_{2,0} = \mu_{3,0} = 0$ ;  $\mu_{2,0} \neq 0$ ,  $\mu_{3,0} = 0$ ;  $\mu_{2,0} = 0$ ,  $\mu_{3,0} \neq 0$ ;  $\mu_{2,0} \neq 0$ ,  $\mu_{3,0} \neq 0$ ) в точках бифуркации ( $\alpha = 0$  или  $\mu_{2,0} = b_1^{-1}$ ;  $\beta = 0$  или  $\mu_{2,0} = a_1 b_2^{-1}$ ) и вне их позволило получить математическое обеспечение для разработки методики инженерного проектирования автоколебательного маятникового асинхронного электропривода.

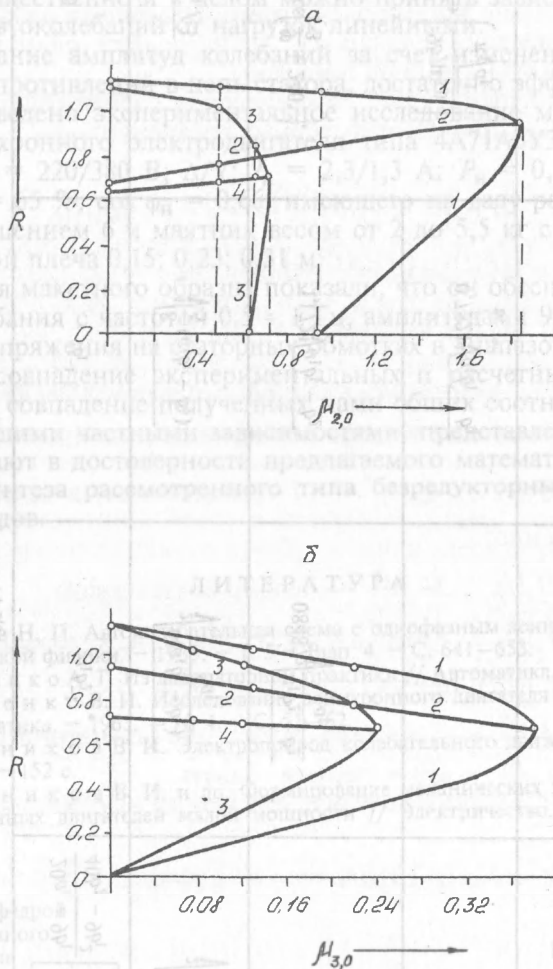


Рис. 1. Зависимости радиусов предельных циклов колебаний  $R$  от нагрузки

жидкостным  $\mu_{2,0}$  и сухим трением  $\mu_{3,0}$ :

- |                             |  |
|-----------------------------|--|
| а — $\mu_{3,0} = 0$ (1, 3); | $\mu_{3,0} \rightarrow \text{lim}$ (2, 4); |
| $\alpha_0 = 1$ (1, 2);      | $\alpha_0 = 3$ (3, 4);                     |
| б — $\mu_{2,0} = 0$ (1, 3); | $\mu_{2,0} \rightarrow \text{lim}$ (2, 4); |
| $\alpha_0 = 1$ (1, 2);      | $\alpha_0 = 3$ (3, 4)                      |

Расчетные соотношения для радиусов устойчивых циклов автоколебаний на фазовой плоскости

Таблица 1

	Жидкостное трение, $\mu_{2,0}$		Сухое трение, $\mu_{3,0}$	
	$a_1 b_2^{-1}$	$b_1^{-1}$	0	0
	$\sqrt{\frac{6(a_1 b_1 - b_2)}{5a_1}}$	$\sqrt{\frac{8}{5}}(a_1 b_1 - b_2)$	$\sqrt[3]{4a_1/3}$	0
	$0,84872 \sqrt{\frac{a_1 b_2 - b_2}{a_1}}$	$1,1724 \sqrt{a_1 b_1 - b_2}$	$0,1442 \sqrt{\frac{(a_1 b_1 - b_2)^5}{a_1^3 b_2^4}}$	$0,4724 \sqrt{\frac{(a_1 b_1 - b_2)^5}{a_1^4 b_2^4}}$
	—	—	—	$\frac{\pi \sqrt[3]{a_1}}{9b_2}$
	—	—	—	$\sqrt[3]{4a_1/9}$
	—	—	—	$\varphi = \arccos \rightarrow \left( \frac{9b_2 \mu_{3,0}}{\pi \sqrt[3]{a_1}} \right)$
	—	—	—	где

Оно представлено в табл. 1 соотношениями для относительных амплитуд  $R$  устойчивых автоколебаний с частотой  $\omega = \sqrt{Gl/I}$  при различных предельных нагрузках  $\mu_{2,0}$  и  $\mu_{3,0}$ .

На рис. 1 приведены зависимости  $R$  ( $\mu_{2,0}$ ,  $\mu_{3,0}$ ), рассчитанные по полученным соотношениям АД средней мощности нормального исполнения, имеющим при  $\alpha_0 = 1$  величины:

$$a_1 = 0,996; b_1 = 2,007; b_2 = 1,022,$$

а при  $\alpha_0 = 3 -$

$$a_1 = 0,997; b_1 = 2,05; b_2 = 1,34.$$

Устойчивым циклам колебаний соответствуют верхние части графиков (над точкой перегиба). Из анализа зависимостей следует, что амплитуда колебаний наиболее сильно зависит от нагрузки сухим трением и менее заметно — от жидкостного трения.

Бифуркации проявляются только при варьировании нагрузки жидкостным трением  $\mu_{2,0}$ . Они отмечены на рис. 1а штриховыми линиями, их влияние несущественно и в целом можно принять зависимости амплитуд устойчивых автоколебаний от нагрузок линейными.

Регулирование амплитуд колебаний за счет изменения  $\alpha_0$ , например введением сопротивлений в цепь статора, достаточно эффективно.

Было проведено экспериментальное исследование макетного образца на базе асинхронного электродвигателя типа 4А71А6УЗ с паспортными данными:  $U_n = 220/380$  В;  $\Delta/Y$ ;  $I_n = 2,3/1,3$  А;  $P_n = 0,37$  кВт;  $n_n = 915$  об./мин;  $\eta_n = 65$  %;  $\cos \varphi_n = 0,66$ , имеющего на валу редуктор с передаточным отношением 6 и маятник весом от 2 до 5,5 кг с дискретно изменяемой длиной плеча 0,15; 0,23; 0,31 м.

Испытания макетного образца показали, что он обеспечивает устойчивые автоколебания с частотой  $0,5 \div 1$  Гц, амплитудами  $90-120^\circ$  при регулировании напряжения на статорных обмотках в диапазоне 80—110 В.

Хорошее совпадение экспериментальных и расчетных результатов, а также полное совпадение полученных нами общих соотношений табл. 1 с соответствующими частными зависимостями, представленными в работах [1—3], убеждают в достоверности предлагаемого математического обеспечения для синтеза рассмотренного типа безредукторных колебательных электроприводов.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. В л а с о в Н. П. Автоколебательная схема с однофазным асинхронным мотором // Журнал технической физики. — 1935. — Т. 5 — Вып. 4. — С. 641—653.
2. И в а х н е н к о А. Г. Из лабораторной практики // Автоматика. — 1956. — № 2.
3. А н т и п е н к о В. И. Исследование асинхронного двигателя в автоколебательном режиме // Автоматика. — 1963. — № 4. — С. 51—62.
4. Л у к о в н и к о в В. И. Электропривод колебательного движения. — М.: Энергоатомиздат, 1984. — 152 с.
5. Л у к о в н и к о в В. И. и др. Формирование механических характеристик управляемых асинхронных двигателей малой мощности // Электричество. — 1985. — № 1. — С. 37—42.

Представлена кафедрой  
автоматизированного  
электропривода

Поступила 14.10.1997