2. Капшай, В. Н., Прохождение плоских электромагнитных волн через биизотропный слой в биизотропной среде / В. Н. Капшай, А. А. Шамына, А. Н. Годлевская // Известия ГГУ им. Ф. Скорины. – 2011. – № 6 (69). − С. 80–87.

Е.П. Шельманова (УО «ГГТУ им. П.О. Сухого», Гомель)
Науч. рук. **В.Б. Попов**, к.т.н., доцент

МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ РАСТИТЕЛЬНОГО МАТЕРИАЛА, ИЗМЕЛЬЧАЕМОГО НОЖАМИ КОРМОУБОРОЧНОГО КОМБАЙНА

Резание растительного материала (РМ) представляет собой процесс, при котором воздействие кромок и фасок лезвия ножа на РМ сопровождается его переходом за предел упругих деформаций. Поэтому следует учитывать такие свойства РМ, как упругость, вязкость и пластичность. Упругость – свойство РМ восстанавливать свою форму и размеры после прекращения действия внешней нагрузки, под влиянием которой они были изменены. Поэтому, обрабатываемые лезвием ножа РМ не могут рассматриваться как только упругие. Присутствие таких явлений, как релаксация – падение напряжения при неизменной деформации и ползучесть - рост деформаций при постоянных нагрузках, позволяет отнести РМ к упруговязким или вязкопластическим. Для таких РМ характерна зависимость деформации не только от ее размеров, но также и от скорости, с которой она развивается.

Модель упруговязкого тела может быть представлена как твердый скелет и полужидкое или жидкое вещество, которое заполняет промежутки между твердыми элементами. Большинство из РМ представляет собой ткани, образованные волокнистой системой, в полостях которой содержатся жидкость и газы. При деформации волокна РМ давят на жидкую или газообразную среду, окружающую их, заставляя ее перемещаться в менее напряженные зоны. По законам гидродинамики сопротивление среды при таком перемещении зависит от скорости ее перемещения. Данная модель объясняет причины, по которым в упруговязких телах деформация является функцией нагрузки и времени ее действия. В реологических схемах, характеризующих свойства материала, принято упругость изображать в виде пружины, деформирование которой подчиняется закону Гука, а вязкость – в виде цилиндра с жидкостью, в котором перемещение поршня подчинено закону Ньютона. Последовательное и параллельное соединения этих базовых элементов позволяют моделировать деформацию материалов со сложными свойствами. Чтобы различать эти свойства, в реологии используются такие термины, как вязкоупругость, динамическая пластичность, а телам присваиваются имена их авторов, например, «тело Гука», «тело Максвелла», «тело Кельвина» и т. п.

Максвелл получил закон деформации упруговязкого тела при последовательном соединении упругого и вязкого элементов. Их общая деформация ε представит собой сумму деформаций $\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$ каждого из элементов и деформация упругого элемента подчиняется закону Гука $\sigma_1 = \varepsilon_1 \text{Å}$ (E – модуль упругости), а течение вязкой жидкости – закону Ньютона $\sigma_2 = \eta \dfrac{d\varepsilon_2}{dt}$ (η – коэффициент трения), поэтому справедливо уравнение:

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{\sigma}{\eta} + \frac{1}{E}\frac{d\sigma}{dt}.$$

Если предположить, что $\varepsilon = \text{const}$, то левая часть выражения будет равна нулю. Интегрируя его в пределах от σ_0 до σ и от 0 до t, получим закон изменения напряжения во времени:

$$\sigma = \sigma_0 e^{-\frac{E}{\eta}\cdot t} \qquad (1)$$

Величина E/η представляет собой время релаксации. Если подставить в выражение (1) $E/\eta = \infty$, то напряжение σ обратится в нуль. При условии $\sigma = \text{const}$, т.е. при постоянном напряжении вследствие постоянства скорости деформации,

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{\sigma}{\eta}.$$

«Тело Максвелла» течет как вязкая жидкость. РМ, подобный этому телу, иллюстрирует значение продолжительности воздействия силы для его механических свойств. Если эта продолжительность мала, то РМ ведет себя как твердое «тело Гука», если продолжительность слишком велика, материал ведет себя как вязкая жидкость Ньютона. РМ, подвергаемые резанию лезвием ножа, не могут быть уподоблены «телу Максвелла», хотя и являются упруговязкими. Описывая свойства своей модели, Максвелл предложил уравнение, объясняющее вязкость газа релаксацией упругих напряжений.

Рассмотрим, в какой мере модель Кельвина может характеризовать упруговязкие свойства РМ. При принятом в модели параллельном соединении элементов их деформация будет одинаковой, а полное напряжение σ представится как сумма напряжений каждого из элементов, т. е. $\sigma = \sigma_1 + \sigma_2$. Закон деформации для этого случая будет иметь вид

$$\sigma = \varepsilon \cdot E + \eta \frac{dE}{dt}. \qquad (2)$$

При постоянной деформации $\varepsilon = \text{const}$ напряжение будет также постоянным, т. е. материал модели Кельвина не релаксирует. Если такому материалу сообщить постоянное напряжение $\sigma = \text{const}$, то уравнение (2) примет вид

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E}\left(1 - e^{-\frac{E}{\eta} \cdot t}\right),$$

согласно которому деформация в пределе стремится к постоянной величине σ / E.

При полной разгрузке, т. е. при $\sigma = 0$, деформация исчезает. Значит, модель Кельвина не может быть использована для установления общего закона деформации во времени РМ, так как при их сжатии наблюдается релаксация напряжений и обязательно наблюдаются остаточные деформации. Очевидно, что более реальная модель РМ, показывающая их поведение под нагрузкой, должна содержать большее число базовых элементов, нежели модель Максвелла или Кельвина.

В. И. Особов [1] полагает, что для отражения картины поведения волокнистых РМ под нагрузкой больше подходит физическая модель, содержащая три последовательно соединенных элемента: элемента E_1 мгновенной упругости, элемента E_2 запаздывающей упругости, соединенного параллельно с элементом вязкости η_2, и элемента течения η_1, соединенного с первыми двумя элементами последовательно.

Упростить задачу можно, полагая, что деформация каждого из элементов E в данной модели подчиняется закону Гука, а элементов η – закону Ньютона. При таком допущении эта модель позволяет объяснить сущность процесса деформации упруговязких РМ под нагрузкой. Так, при быстром нагружении модели полная ее деформация произойдет главным образом за счет сжатия пружины (элемента) E_1. При фиксации модели в сжатом состоянии пружина E_1 станет перемещать поршень элемента η_1. По мере продвижения последнего пружина E_1 будет разжиматься и напряжение уменьшаться. Получится картина релаксации напряжения при постоянной деформации.

Явление ползучести может быть получено на указанной модели при условии приложения к ней постоянной нагрузки. Под ее действием вначале произойдет быстрая деформация модели за счет сжатия пружины элемента E_1 ,а затем – постепенная деформация за счет сжатия пружины элемента E_2 вместе с перемещением поршня элемента η_2. При снятии нагрузки пружина элемента E_1 разожмется мгновенно, а E_2 может разжаться только постепенно, действуя при этом на поршень элемента η_2. Положение же поршня элемента η_3 зафиксирует остаточную деформацию.

Аналитическое описание данной модели приводит к дифференциальному уравнению

$$T\ddot{\sigma} + H\dot{\sigma} + K\sigma = \eta_2\ddot{\varepsilon} + E_2\dot{\varepsilon}, \tag{3}$$

где T, H, K – некоторые константы;

$$T = \frac{\eta_2}{E_2}; \quad H = 1 + \frac{E_2}{E_1} + \frac{\eta_2}{\eta_1}; \quad K = \frac{E_2}{\eta_2}$$

Анализ решений частных случаев уравнения (3) позволяет установить, в какой мере принятая модель обладает свойствами упруговязкого тела и, в частности, явлениями ползучести и релаксации напряжений. Так, если в момент времени $t = 0$ начинает действовать постоянное напряжение $\sigma = \mathrm{const}$, то уравнение (3) примет вид:

$$\sigma = \eta_3\left(\frac{\eta_2}{E_2}\frac{d^2\varepsilon}{dt^2} + \frac{d\varepsilon}{dt}\right) \tag{4}$$

Решение данного уравнения даст закон изменения деформации во времени, т. е. уравнение ползучести:

$$\varepsilon = \sigma\left[\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2}\left(1 - e^{-kt}\right) + \frac{t}{\eta_1}\right].$$

Согласно этому уравнению при $\mathrm{t} = 0$ материал получает мгновенную деформацию ε, а при увеличении t деформация растет, чем и характеризуется ползучесть.

При условии же $\varepsilon = \mathrm{const}$ правая часть уравнения (3) обращается в нуль, т. е.

$$T\ddot{\sigma} + H\dot{\sigma} + K\sigma = 0 \tag{5}$$

Общим решением этого уравнения является

$$\sigma = Ae^{-\alpha t} + Be^{-\beta t} \tag{6}$$

характеристическое уравнение будет

$$\alpha^2 + \frac{H}{T}\alpha + \frac{K}{T} = 0$$

на основании решения которого определятся коэффициенты α и β. Произвольные постоянные A и B уравнения (4) определятся из начальных условий

$$B = \varepsilon \cdot E_1 - A; \quad A = \varepsilon \cdot \frac{E_1^2\left(\frac{1}{\eta_2} + \frac{1}{\eta_1}\right) - \beta \cdot E_1}{\alpha - \beta}$$

из которых следует, что постоянные A и B зависят от конечного значения деформации ε.

Решение уравнения (5) дает закон релаксации напряжений (6). Из анализа последнего следует, что при t = 0 напряжение имеет значение $\sigma = A + B$, а при возрастании t напряжение уменьшается по экспоненциальному закону. Таким образом, как логический, так и математический анализ рассмотренной модели упруговязкого РМ указывают на ее достаточную физическую обоснованность.

Сформированная модель позволяет объяснить характер поведения упруговязкого РМ в процессе его нагружения. Это важно для математического моделирования процесса взаимодействия лезвия ножа с РМ, с учетом скорости резания, меняющейся для измельчающих аппаратов кормоуборочных комбайнов в широком диапазоне.

Литература

1. Особов, В. И. Теоретические основы уплотнения волокнистых растительных материалов. Труды ВИСХОМа. Вып. 55. М., 1967.

Е.Н. Шпылёв (УО «ГГУ им. Ф. Скорины», Гомель)
Науч. рук. **В.И. Кондратенко**, ст. преподаватель

СЛОИСТАЯ СТРУКТУРА В РЕЗОНАТОРЕ БЕГУЩЕЙ ВОЛНЫ

В настоящее время широкое распространение получили устройства, принцип действия которых основан на интерференционных явлениях в тонкослойных структурах, таких как полу- и четвертьволновые пластинки, толщина которых сопоставима с длинной волны света. Особенностью СВЧ – диапазона является то, что в нем возможно создание элементов, толщина которых может быть намного меньше длины волны в волноводе. Это реализуется как выбором толщины элемента, так и выбором параметра сечения волновода близким к критическому. Кроме того, интенсивное развитие современных технологий, связанных с формированием тонкопленочных слоистых структур, приводит нас к необходимости определения интегрированных параметров образующихся структур – интегрального пропускания и отражения. В СВЧ - диапазоне решение данных задач сводится к определению комплексного коэффициента передачи и комплексного коэффициента. При большом затухании характер ослабления соответствует закону Бугера, при котором можно пренебречь переотражением внутри образца. Однако при достаточно малом ослаблении в отдельном элементе характер