3. Справочник конструктора оптика-механических приборов. / В. А. Панов, М. Я. Кругер, В. В. Кулагин и др.; под общ. Ред. В. А. Панов. – 3-е изд., перераб. и доп. – Л.: Машиностроение, Ленингр. отд-ние, 1980. – 742 с., ил.

А.В. Ухтин (УО «ГГТУ им. П.О. Сухого», Гомель)
Науч. рук. **Е.В. Лозовская**, ассистент

РАСЧЕТ ИЗГИБА ТОНКОЙ ПЛАСТИНЫ

Многие механические устройства содержат составные части, которые могут быть рассмотрены как тонкие пластины. Поэтому получение результатов расчета нагруженных тонких пластин является актуальной задачей.

Пластину можно рассматривать как трехмерный объект, но в этом случае необходимо будет решать трехмерную задачу упругости. Однако учитывая то, что пластина тонкая, трехмерная задача может быть сведена к двухмерной, т.е. другими словами будем считать, что деформации срединной поверхности однозначно определяют деформированное и напряженное состояние рассматриваемого тела. Таким образом, мы будем использовать следующие упрощения:

– перемещения точек срединной поверхности малы по сравнению с толщиной пластины;

– справедлива гипотеза Киргофа, т.е. считаем, что точки пластины, расположенные на нормали к срединной поверхности в процессе приложения нагрузки остаются на нормали к деформируемой срединной поверхности;

– слои пластины, параллельные срединной поверхности, не надавливают друг на друга.

Рассмотрим решение задачи изгиба тонкой пластины методом конечных элементов. Примем, что пластина изготовлена из изотропного материала, её срединная поверхность S_+ совпадает с плоскостью x, y (рисунок 1).

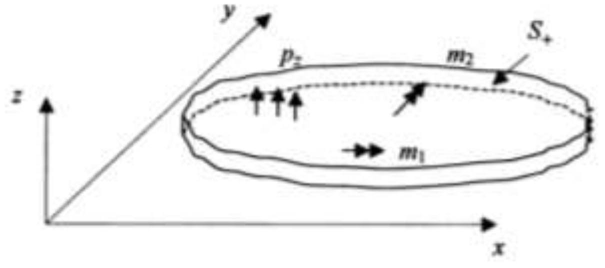

Рисунок 1 – Изгиб пластины

Введем обозначения: h – толщина пластины, Ω– область, занимая пластиной, S_+ – верхняя поверхность пластины, внешняя нормаль к которой совпадает с ортом оси Z. На поверхности S_+ задается нагрузка приложена нагрузка, состоящая из распределенных сил p_z и моментов m_1 и m_2. Нижняя поверхность пластины свободна от внешних сил. Такая нагрузка вызывает только изгиб срединной поверхности, деформации удлинения и сдвига оказывается равными нулю. Поэтому степени свободы точек x, y, расположенных на срединной поверхности S задаются величинами; $w(x,y)$– перемещение по оси z; $\Theta_1 = \partial w / \partial y$ – угол поворота сечения $y = const$ относительно оси x; $\Theta_2 = -\partial w / \partial x$ – угол поворота сечения $x = const$ относительно оси y.

В соответствии с методом конечных элементов [1] срединную поверхность представим совокупностью четырехугольных элементов.

В результате получаем систему уравнений в виде:

$$K\beta = R \tag{1}$$

где K – матрица жесткости пластины; β – искомые деформации узлов пластины; R – вектор узловых нагрузок.

Четырехугольные элементы использовались ввиду простоты вычислений соответствующих элементов матрицы жесткости [2].

Уравнение (1) представляет собой систему $3n$ (n– число узлов) уравнений относительно перемещений и углов поворота узловых точек. Система (1) может быть модифицирована с учетом граничных условий.

На основе вышеуказанного алгоритма была составлена программа на MathCad. Для верификации программы был проведен расчет квадратной свободно опертой пластины под действием равномерно распределенной нагрузки. Полученные результаты с погрешностью не более 0,5 % соответствуют расчету, приведенному в [2].

Литература

1. Бате, К. Численные методы анализа и метод конечных элементов / К. Бате, Е. Вилсон. – М.: Стройиздат, 1982. – 448 с.

2 Варвак, П. М. Справочник по теории упругости / П. М. Варвак, А. Ф. Рябов – Киев.: Будівельник, 1971. – 418 с.