

Д. ИВАНЕНКО и В. РОДИЧЕВ

СТАТИСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЯДЕРНЫХ ОБОЛОЧЕК

(Представлено академиком С. И. Вавиловым 14 XII 1949)

На основании сравнения значений энергии связи, механических, магнитных и квадрупольных моментов ядер и других данных, ряд авторов (¹⁻⁴) приходит к выводу, что группы нейтронов и протонов, содержащие

$$2, 8, 10, 20, 50, 82, 126 \quad (1)$$

частиц, образуют некоторые замкнутые слои в ядрах, подобные электронным оболочкам благородных газов в атомах.

Большинство авторов останавливается на следующей схеме построения оболочек:

$$(1s)^2 (2p)^6 (2s)^2 (3d)^{10} \dots, \quad (2)$$

что соответствует ядрам He^4 , O^{16} , Ne^{20} , Ca^{40} и т. д. Известна попытка (⁵) теоретического решения вопроса о порядке уровней в ядрах при помощи модели прямоугольной потенциальной ямы, приводящей к последовательности

$$1s, 2p, 3d, 2s, 4f, 3p, 5g, \dots \quad (3)$$

Однако при этом уже в случае легких ядер уровни $3d$ и $2s$ приходится менять местами. В случае же тяжелых ядер для получения замкнутых конфигураций, содержащих 50, 82 и 126 частиц (²), уровни $2s$, $3p$, $4d$ и другие с возрастанием N и Z также приходится передвигать вверх.

Согласно поэтому последовательность (3) лишь в качестве приближенной основной схемы, желательно подойти к обоснованию схемы уровней также другими путями.

Проследим, например, образование ядерных оболочек с помощью статистического метода Томаса — Ферми, который в случае атомов правильно дает числа электронов, с которых начинают заполняться s -, p -, d оболочки.

Пусть плотности нейтронов и протонов ρ_n и ρ_p нормированы так, что

$$Z = \int_{(\tau)} \rho_p d\tau, \quad N = \int_{(\tau)} \rho_n d\tau, \quad Z + N = A, \quad (4)$$

где $\tau = \frac{4}{3}\pi R^3$, $R = R_0 A^{1/3}$, $R_0 = e^2/2mc^2$.

Пусть, далее, χ_g — скалярный, для первой ориентации, потенциал ядерных сил притяжения, χ_e — потенциал кулоновских сил отталкивания, которые удовлетворяют следующим уравнениям:

$$\begin{aligned}\nabla^2 \chi_g - k_0^2 \chi_g &= 4\pi g (\rho_p + \rho_n), \\ \nabla^2 \chi_e &= -4\pi e \rho_p.\end{aligned}\quad (5)$$

За пределами ядра ($r \geq R$), где $\rho_p = \rho_n = 0$, χ_g и χ_e имеют вид:

$$\chi_g^a = -\frac{Ag}{r} e^{-k_0 r}, \quad \chi_e^a = +\frac{Ze}{r}.\quad (6)$$

Пользуясь статистическим методом, можно ρ_p и ρ_n выразить через χ_g и χ_e и их граничные значения χ_g^R и χ_e^R при $r = R$. Тогда (5) представят систему двух нелинейных дифференциальных уравнений, на решения которой налагаются граничные условия, вытекающие из требования непрерывности функций.

Вводя новую переменную $x = r/R$ и новые функции

$$\Phi(x) = \frac{1}{Ag} r (\chi_g^R - \chi_g), \quad \Psi(x) = \frac{\gamma}{Ze} r (\chi_e^R - \chi_e), \quad \gamma = \frac{Ze^2}{Ag^2},\quad (7)$$

перепишем систему (5) в виде:

$$\begin{aligned}\Phi'' - (k_0 R)^2 \Phi + x (k_0 R)^2 e^{-k_0 R} + \frac{4}{3} \left(\frac{M}{m}\right)^{1/2} \left(\frac{2\pi g^2}{hc}\right)^2 \frac{A}{\sqrt{x}} \{(\Phi + \Psi)^{1/2} + \Phi^{1/2}\} &= 0, \\ \Psi'' - \left(\frac{e}{g}\right)^2 \frac{1}{\sqrt{x}} (\Phi + \Psi)^{1/2} &= 0\end{aligned}\quad (8)$$

при условиях:

$$\Phi(1) = \Psi(1) = 0,$$

$$\left. \frac{d\Phi}{dx} \right|_{x=1} = -(1 + k_0 R) e^{-k_0 R}, \quad \left. \frac{d\Psi}{dx} \right|_{x=1} = \gamma.\quad (9)$$

Численное интегрирование* для нескольких конкретных значений Z и A показывает, что функции $\Phi(x)$ и $\Psi(x)$ в интервале $0 \leq x \leq 1$ можно представить в виде:

$$\Phi(x) = B_1 x^{\lambda_1} (1-x), \quad \Psi(x) = -B_2 x^{\lambda_2} (1-x),\quad (10)$$

где λ_1 и λ_2 — очень малые положительные дроби. Ввиду малости λ_1 и λ_2 в первом приближении можно положить $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$ и заменить Φ и Ψ отрезками прямых

$$\Phi(x) = B_1 (1-x), \quad \Psi = -B_2 (1-x).\quad (11)$$

Теперь плотности ρ_p и ρ_n , нормированные согласно (4), будут иметь вид:

$$\rho_p = \frac{4Z}{\pi^2 R^{3/2}} \left(1 - \frac{r}{R}\right)^{1/2} \frac{1}{r^{3/2}}, \quad \rho_n = \frac{4N}{\pi^2 R^{3/2}} \left(1 - \frac{r}{R}\right)^{1/2} \frac{1}{r^{3/2}}.\quad (12)$$

* Отмечаем с благодарностью содействие А. Н. Тихонова и А. А. Самарского в анализе численного интегрирования.

Как обычно, для числа нейтронов в ядре с моментом количества движения в пределах \mathfrak{M} , $\mathfrak{M} + d\mathfrak{M}$ и в некотором заданном направлении получим:

$$\Delta N_{\mathfrak{M}} = \frac{32\pi^2}{h^2} \int_{r_1}^{r_2} \left\{ P_n^2 - \frac{\mathfrak{M}^2}{r^2} \right\}^{1/2} dr \mathfrak{M} d\mathfrak{M}, \quad (13)$$

где следует положить:

$$P_n^2 = 2MAg^2 \frac{\Phi(r)}{r}, \quad \mathfrak{M} = \frac{h}{2\pi} \left(l + \frac{1}{2} \right), \quad d\mathfrak{M} = \frac{h}{2\pi} dl, \quad dl = 1.$$

Интегрирование дает:

$$\Delta N_l = (2l + 1) \{ (12N)^{1/2} - (2l + 1) \}. \quad (14)$$

Для числа протонов аналогично получим:

$$\Delta Z_l = (2l + 1) \{ (12Z)^{1/2} - (2l + 1) \}. \quad (15)$$

Приравняв $\Delta Z_l = \Delta N_l = 0$, найдем числа нейтронов и протонов, с которых начинает заполняться оболочка с данным азимутальным квантовым числом l :

$$N_l = Z_l = \frac{1}{12} (2l + 1)^2. \quad (16)$$

Полагая $l = 0, 1, 2, \dots$, получим числа частиц, с которых начинается заполнение s -, p -, d -оболочек, приведенные в табл. 1, где для сравнения указаны также соответствующие числа для электронных оболочек атома.

Таблица 1

l	Уровень	По формуле (16)	Ближайшее большее целое число	Для электронов
0	s	0,08	1	1
1	p	2,25	3	5
2	d	10,42	11	21
3	f	28,58	29	58
4	g	60,75	61	—
5	h	110,92	111	—

На основании данных табл. 1 и формул (14) и (15) мы приходим к следующему порядку заполнения уровней:

$$\begin{array}{ll} 2 & (1s)^2 \quad \text{K-оболочка,} \\ 10 & (1s)^2 (2p)^6 (2s)^2 \quad \text{K + L-оболочка,} \\ 28 & (1s)^2 (2p)^6 (2s)^2 (3d)^{10} (3p)^6 (3s)^2 \quad \text{K + L + M-оболочка.} \end{array} \quad (17)$$

Поэтому числа частиц, образующих замкнутые оболочки, равняются при данных предварительных предположениях

$$2, 10, 28, 60, 110. \quad (18)$$

Из (17) мы видим, что порядок следования уровней и оболочек напоминает структуру электронных оболочек, отличаясь от нее, во-первых, обратным порядком уровней в каждой оболочке, во-вторых,

строгой очередностью в заполнении оболочек, поскольку каждая последующая оболочка начинает заполняться после того, как заполнены все предыдущие. Последнее обстоятельство, повидимому, связано с тем, что, в противоположность электронам, между нуклеонами действуют в основном силы притяжения.

В заключение заметим, что, поскольку схема (17) получена с помощью статистического метода, не представляется возможным установить порядок заполнения при большом числе частиц, ибо (14), (15), (16) представляют собой усредненные закономерности, не учитывающие индивидуальных особенностей ядер; поэтому, хотя при больших A относительная погрешность и уменьшается, но абсолютная может превосходить десяток единиц. Кроме того, мы взяли предварительно простейший закон ядерных сил (6) и не учли их известного спинowego, нецентрального и обменного характера.

Физический факультет
Московского государственного университета
им. М. В. Ломоносова

Поступило
1 XII 1949

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ L. Nordheim, Phys. Rev., 75, 1894 (1949). ² E. Feenberg, Phys. Rev. 75, 1877 (1949). ³ M. Goerpert-Mayer, Phys. Rev., 74, 235 (1948). ⁴ М. А. Левитская, ДАН, 64, 61 (1949); С. А. Шукарев, ЖОХ (№№ 1, 3 (1949); А. П. Знойко, ДАН, 69, № 5 (1949). ⁵ W. Eisasser, Journ. d. Phys., 5, 389 (1934).