

Д. ИВАНЕНКО и В. РОДИЧЕВ

### СТАТИСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЯДЕРНЫХ ОБОЛОЧЕК

(Представлено академиком С. И. Вавиловым 14 XII 1949)

На основании сравнения значений энергии связи, механических, магнитных и квадрупольных моментов ядер и других данных, ряд авторов (<sup>1-4</sup>) приходит к выводу, что группы нейтронов и протонов, содержащие

$$2, 8, 10, 20, 50, 82, 126 \quad (1)$$

частиц, образуют некоторые замкнутые слои в ядрах, подобные электронным оболочкам благородных газов в атомах.

Большинство авторов останавливается на следующей схеме построения оболочек:

$$(1s)^2 (2p)^6 (2s)^2 (3d)^{10} \dots, \quad (2)$$

что соответствует ядрам  $\text{He}^4$ ,  $\text{O}^{16}$ ,  $\text{Ne}^{20}$ ,  $\text{Ca}^{40}$  и т. д. Известна попытка (<sup>5</sup>) теоретического решения вопроса о порядке уровней в ядрах при помощи модели прямоугольной потенциальной ямы, приводящей к последовательности

$$1s, 2p, 3d, 2s, 4f, 3p, 5g, \dots \quad (3)$$

Однако при этом уже в случае легких ядер уровни  $3d$  и  $2s$  приходится менять местами. В случае же тяжелых ядер для получения замкнутых конфигураций, содержащих 50, 82 и 126 частиц (<sup>2</sup>), уровни  $2s$ ,  $3p$ ,  $4d$  и другие с возрастанием  $N$  и  $Z$  также приходится передвигать вверх.

Согласно поэтому последовательность (3) лишь в качестве приближенной основной схемы, желательно подойти к обоснованию схемы уровней также другими путями.

Проследим, например, образование ядерных оболочек с помощью статистического метода Томаса — Ферми, который в случае атомов правильно дает числа электронов, с которых начинают заполняться  $s$ -,  $p$ -,  $d$  оболочки.

Пусть плотности нейтронов и протонов  $\rho_n$  и  $\rho_p$  нормированы так, что

$$Z = \int_{(\tau)} \rho_p d\tau, \quad N = \int_{(\tau)} \rho_n d\tau, \quad Z + N = A, \quad (4)$$

где  $\tau = \frac{4}{3}\pi R^3$ ,  $R = R_0 A^{1/3}$ ,  $R_0 = e^2/2mc^2$ .

Пусть, далее,  $\chi_g$  — скалярный, для первой ориентации, потенциал ядерных сил притяжения,  $\chi_e$  — потенциал кулоновских сил отталкивания, которые удовлетворяют следующим уравнениям:

$$\begin{aligned}\nabla^2 \chi_g - k_0^2 \chi_g &= 4\pi g (\rho_p + \rho_n), \\ \nabla^2 \chi_e &= -4\pi e \rho_p.\end{aligned}\quad (5)$$

За пределами ядра ( $r \geq R$ ), где  $\rho_p = \rho_n = 0$ ,  $\chi_g$  и  $\chi_e$  имеют вид:

$$\chi_g^a = -\frac{Ag}{r} e^{-k_0 r}, \quad \chi_e^a = +\frac{Ze}{r}.\quad (6)$$

Пользуясь статистическим методом, можно  $\rho_p$  и  $\rho_n$  выразить через  $\chi_g$  и  $\chi_e$  и их граничные значения  $\chi_g^R$  и  $\chi_e^R$  при  $r = R$ . Тогда (5) представят систему двух нелинейных дифференциальных уравнений, на решения которой налагаются граничные условия, вытекающие из требования непрерывности функций.

Вводя новую переменную  $x = r/R$  и новые функции

$$\Phi(x) = \frac{1}{Ag} r (\chi_g^R - \chi_g), \quad \Psi(x) = \frac{\gamma}{Ze} r (\chi_e^R - \chi_e), \quad \gamma = \frac{Ze^2}{Ag^2},\quad (7)$$

перепишем систему (5) в виде:

$$\begin{aligned}\Phi'' - (k_0 R)^2 \Phi + x (k_0 R)^2 e^{-k_0 R} + \frac{4}{3} \left(\frac{M}{m}\right)^{1/2} \left(\frac{2\pi g^2}{hc}\right)^2 \frac{A}{Vx} \{(\Phi + \Psi)^{1/2} + \Phi^{1/2}\} &= 0, \\ \Psi'' - \left(\frac{e}{g}\right)^2 \frac{1}{Vx} (\Phi + \Psi)^{1/2} &= 0\end{aligned}\quad (8)$$

при условиях:

$$\Phi(1) = \Psi(1) = 0,$$

$$\left. \frac{d\Phi}{dx} \right|_{x=1} = -(1 + k_0 R) e^{-k_0 R}, \quad \left. \frac{d\Psi}{dx} \right|_{x=1} = \gamma.\quad (9)$$

Численное интегрирование\* для нескольких конкретных значений  $Z$  и  $A$  показывает, что функции  $\Phi(x)$  и  $\Psi(x)$  в интервале  $0 \leq x \leq 1$  можно представить в виде:

$$\Phi(x) = B_1 x^{\lambda_1} (1-x), \quad \Psi(x) = -B_2 x^{\lambda_2} (1-x),\quad (10)$$

где  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  — очень малые положительные дроби. Ввиду малости  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  в первом приближении можно положить  $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$  и заменить  $\Phi$  и  $\Psi$  отрезками прямых

$$\Phi(x) = B_1 (1-x), \quad \Psi = -B_2 (1-x).\quad (11)$$

Теперь плотности  $\rho_p$  и  $\rho_n$ , нормированные согласно (4), будут иметь вид:

$$\rho_p = \frac{4Z}{\pi^2 R^{3/2}} \left(1 - \frac{r}{R}\right)^{1/2} \frac{1}{r^{3/2}}, \quad \rho_n = \frac{4N}{\pi^2 R^{3/2}} \left(1 - \frac{r}{R}\right)^{1/2} \frac{1}{r^{3/2}}.\quad (12)$$

\* Отмечаем с благодарностью содействие А. Н. Тихонова и А. А. Самарского в анализе численного интегрирования.

Как обычно, для числа нейтронов в ядре с моментом количества движения в пределах  $\mathfrak{M}$ ,  $\mathfrak{M} + d\mathfrak{M}$  и в некотором заданном направлении получим:

$$\Delta N_{\mathfrak{M}} = \frac{32\pi^2}{h^2} \int_{r_1}^{r_2} \left\{ P_n^2 - \frac{\mathfrak{M}^2}{r^2} \right\}^{1/2} dr \mathfrak{M} d\mathfrak{M}, \quad (13)$$

где следует положить:

$$P_n^2 = 2MAg^2 \frac{\Phi(r)}{r}, \quad \mathfrak{M} = \frac{h}{2\pi} \left( l + \frac{1}{2} \right), \quad d\mathfrak{M} = \frac{h}{2\pi} dl, \quad dl = 1.$$

Интегрирование дает:

$$\Delta N_l = (2l + 1) \{ (12N)^{1/2} - (2l + 1) \}. \quad (14)$$

Для числа протонов аналогично получим:

$$\Delta Z_l = (2l + 1) \{ (12Z)^{1/2} - (2l + 1) \}. \quad (15)$$

Приравняв  $\Delta Z_l = \Delta N_l = 0$ , найдем числа нейтронов и протонов, с которых начинает заполняться оболочка с данным азимутальным квантовым числом  $l$ :

$$N_l = Z_l = \frac{1}{12} (2l + 1)^2. \quad (16)$$

Полагая  $l = 0, 1, 2, \dots$ , получим числа частиц, с которых начинается заполнение  $s$ -,  $p$ -,  $d$ -оболочек, приведенные в табл. 1, где для сравнения указаны также соответствующие числа для электронных оболочек атома.

Таблица 1

$l$	Уровень	По формуле (16)	Ближайшее большее целое число	Для электронов
0	$s$	0,08	1	1
1	$p$	2,25	3	5
2	$d$	10,42	11	21
3	$f$	28,58	29	58
4	$g$	60,75	61	—
5	$h$	110,92	111	—

На основании данных табл. 1 и формул (14) и (15) мы приходим к следующему порядку заполнения уровней:

$$\begin{array}{ll} 2 & (1s)^2 \quad K\text{-оболочка,} \\ 10 & (1s)^2 (2p)^6 (2s)^2 \quad K + L\text{-оболочка,} \\ 28 & (1s)^2 (2p)^6 (2s)^2 (3d)^{10} (3p)^6 (3s)^2 \quad K + L + M\text{-оболочка.} \end{array} \quad (17)$$

Поэтому числа частиц, образующих замкнутые оболочки, равняются при данных предварительных предположениях

$$2, 10, 28, 60, 110. \quad (18)$$

Из (17) мы видим, что порядок следования уровней и оболочек напоминает структуру электронных оболочек, отличаясь от нее, во-первых, обратным порядком уровней в каждой оболочке, во-вторых,

строгой очередностью в заполнении оболочек, поскольку каждая последующая оболочка начинает заполняться после того, как заполнены все предыдущие. Последнее обстоятельство, повидимому, связано с тем, что, в противоположность электронам, между нуклеонами действуют в основном силы притяжения.

В заключение заметим, что, поскольку схема (17) получена с помощью статистического метода, не представляется возможным установить порядок заполнения при большом числе частиц, ибо (14), (15), (16) представляют собой усредненные закономерности, не учитывающие индивидуальных особенностей ядер; поэтому, хотя при больших  $A$  относительная погрешность и уменьшается, но абсолютная может превосходить десяток единиц. Кроме того, мы взяли предварительно простейший закон ядерных сил (6) и не учли их известного спинowego, нецентрального и обменного характера.

Физический факультет  
Московского государственного университета  
им. М. В. Ломоносова

Поступило  
1 XII 1949

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> L. Nordheim, Phys. Rev., 75, 1894 (1949). <sup>2</sup> E. Feenberg, Phys. Rev. 75, 1877 (1949). <sup>3</sup> M. Goerpert-Mayer, Phys. Rev., 74, 235 (1948). <sup>4</sup> М. А. Левитская, ДАН, 64, 61 (1949); С. А. Шукарев, ЖОХ (№№ 1, 3 (1949); А. П. Знойко, ДАН, 69, № 5 (1949). <sup>5</sup> W. Eisasser, Journ. d. Phys., 5, 389 (1934).