

УДК 658.261:621.56

<https://doi.org/10.62595/1819-5245-2024-4-50-57>

## ГИДРОДИНАМИКА И ТЕПЛООБМЕН ПРИ ТЕЧЕНИИ ПЛЕНКИ КОНДЕНСАТА ПО ВЕРТИКАЛЬНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

**А. В. ОВСЯННИК**

*Учреждение образования «Гомельский государственный  
технический университет имени П. О. Сухого»,  
Республика Беларусь*

*Рассмотрена задача гидродинамики и теплообмена ламинарно стекающей пленки конденсата по вертикальной теплоотводящей поверхности при конденсации неподвижного пара. При этом определяются поля скоростей и температур при граничных условиях на теплоотдающей поверхности и на внешней границе пленки конденсата. Получены уравнения для расчета толщины ламинарно стекающей пленки под действием гравитационных сил и коэффициента теплоотдачи при конденсации неподвижного пара.*

**Ключевые слова:** конденсация, пленка конденсата, коэффициент теплоотдачи, гравитационное течение, ламинарный режим, течение, температурное поле, поле скоростей.

**Для цитирования.** Овсянник, А. В. Гидродинамика и теплообмен при течении пленки конденсата по вертикальной поверхности / А. В. Овсянник // Вестник Гомельского государственного технического университета имени П. О. Сухого. – 2024. – № 4 (99). – С. 50–57. <https://doi.org/10.62595/1819-5245-2024-4-50-57>

## HYDRODYNAMICS AND HEAT TRANSFER DURING THE FLOW OF A CONDENSATE FILM ALONG A VERTICAL SURFACE

**A. V. OVSYANNIK**

*Sukhoi State Technical University of Gomel,  
the Republic of Belarus*

*The article considers the problem of hydrodynamics and heat exchange of a laminaarly flowing condensate film over a vertical heat-removing surface during condensation of stationary steam. In this case, the velocity and temperature fields are determined under boundary conditions on the heat-removing surface and on the outer boundary of the condensate film. Obtained equations are used for calculation the thickness of a laminaarly flowing film under the action of gravitational forces and the heat transfer coefficient during condensation of stationary steam.*

**Keywords:** condensation, condensate film, heat transfer coefficient, gravity flow, laminar regime, flow, temperature field, velocity field.

**For citation.** Ovsyannik A. V. Hydrodynamics and heat transfer during the flow of a condensate film along a vertical surface. *Vestnik Gomel'skogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta imeni P. O. Sukhogo*, 2024, no. 4 (99), pp. 50–57 (in Russian). <https://doi.org/10.62595/1819-5245-2024-4-50-57>

### Введение

Задача определения гидродинамики, теплообмена и параметров движущегося слоя жидкости по вертикальной поверхности ставилась исследователями давно и решалась относительно успешно в зависимости от различных факторов, влияющих на течение слоя жидкости.

Однако при расчете толщины гравитационно стекающего слоя жидкости по вертикальной поверхности при конденсации чистых хладагентов возможен различный подход к образованию и гидродинамике гравитационно стекающего слоя конденса-

та. Как подчеркнуто в [1], систематизированные данные для маловязких жидкостей при их течении по поверхностям сложной геометрии и поверхностям, имеющим различную ориентацию в пространстве, отсутствуют либо крайне ограничены. Знание закономерностей гидродинамики течения пленок жидкостей и их теплообмена с поверхностью, знание влияния ориентации поверхности на формирование слоя жидкости и его толщину крайне необходимо для разработки методов повышения эффективности и улучшения технических характеристик оборудования современных холодильных установок, низкотемпературных тепловых насосов, тепловых труб и т. д. Знание условий формирования слоя конденсата и его толщины на поверхностях с различной ориентацией в пространстве позволит проводить проектирование конденсационных устройств с большей эффективностью и с меньшими затратами. Кроме того, эти обстоятельства позволят получать эффективные развитые (оребрённые) поверхности теплообмена в конденсаторах теплоэнергостановок и в теплообменниках конденсационного типа.

В [1] отмечается, что для построения безразмерных комплексов, характеризующих гравитационное течение пленки на гладких поверхностях, в качестве масштабов толщины слоя и скорости используются, как правило, расчетные значения в соответствии с ламинарной теорией Нуссельта. Уравнение для определения толщины слоя служит для оценки средней толщины ламинарно текущей пленки, а уравнение для локальной скорости – для определения зависимости скорости от координаты в поперечном сечении пленки жидкости.

Значительную роль при рассмотрении вопросов гидродинамики и теплообмена стекающей пленки жидкости по вертикальным поверхностям играет определение режимов течения [2–4]. В большинстве работ [5, 7] обоснованно рассматривается три режима течения: ламинарный, ламинарно-волновой и турбулентный. В свое время Капица предсказал значение критического числа Рейнольдса волнообразования – появление первых волн:  $Re_{пл.в} = 0,61Ka^{1/11}$  [1]. Теоретические исследования волнового движения на поверхности стекающих пленок в ламинарно-волновом режиме, выполненные Капицей, показали, что относительная амплитуда волн является постоянной величиной и не зависит от расхода жидкости, а относительная длина волны составляет  $\lambda / \delta_0 \geq 13,7$  [1]. Из этого следует, что для коротких вертикальных поверхностей течение пленки жидкости будет ламинарным и ламинарно-волновое движение не успеет развиться из-за короткой длины пробега, следовательно, режим течения пленки – число Рейнольдса – будет гораздо меньше критического и гидродинамика, а также теплообмен в пленке будут определяться гравитационными силами и зависеть от числа Грасгофа и Прандтля. При построении теории пленочной конденсации на вертикальной поверхности Нуссельт предполагал, что конвективная теплоотдача при ламинарном движении пленки мала и ею можно пренебречь, однако это справедливо не для всего диапазона режимных параметров и при малых значениях плотности теплового потока конвективной теплоотдачей пренебрегать нельзя.

Таким образом, при движении пленки конденсата по вертикальной и наклонной поверхностям будет иметь место конвективная теплоотдача между поверхностью и стекающим конденсатом и передача теплоты теплопроводностью через слой конденсата. Поэтому тепловой поток, воспринимаемый поверхностью конденсации, будет:

$$q = q_{конв} + q_{конд} = (\alpha_{конв} + \alpha_{конд}) \vartheta_c,$$

где  $\vartheta_c = t_n - t_c$  – температурный напор. Здесь  $t_n$  – температура насыщения, а  $t_c$  – температура стенки. Конвективная теплоотдача будет зависеть от гидродинамики гравитационно движущегося слоя конденсата.

Цель работы – определение коэффициента теплоотдачи и толщины пленки жидкости при изототермическом гравитационном течении по вертикальной поверхности.

### Решение поставленной задачи и полученные результаты

На основании вышеизложенного будем полагать, что на вертикальной или наклонной продольно-ребренной трубе осуществляется конденсация неподвижного пара. Поверхность ребер составляет основную площадь поверхности теплообмена конденсирующегося пара, а межреберные каналы служат не только для конденсации пара, но и для отвода образующейся жидкой фазы. Движение пленки конденсата по поверхности продольных ребер ламинарное или ламинарно-волновое (рис. 1) и тогда температура в движущемся слое конденсата изменяется по уравнению [6]:

$$\vartheta = \vartheta_c \left(1 - \frac{y}{2\delta}\right)^2, \quad (1)$$

где  $\vartheta = t - t_n$ ,  $\vartheta_c = t_c - t_n$ ;  $t_c = \text{const}$ ;  $t_n = \text{const}$ . (1a)

Граничные условия:  $\vartheta = \vartheta_c$  при  $y = 0$  и  $\vartheta = 0$  при  $y = \delta$ .

Кривые температур и скоростей представлены на рис. 2.

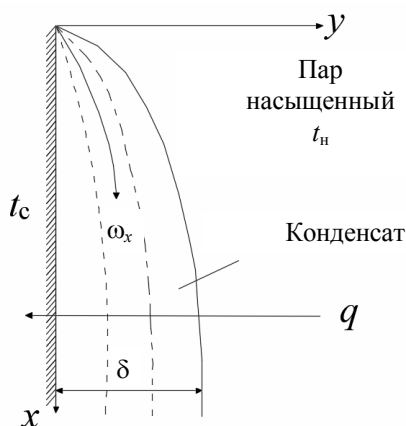
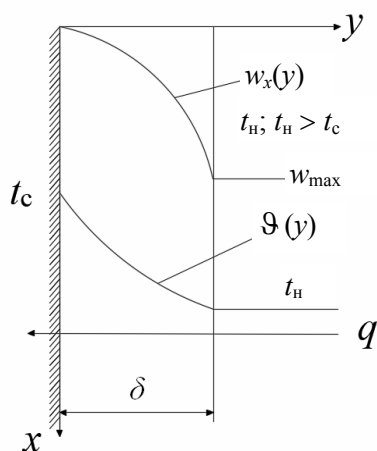


Рис. 1. Движение пленки конденсата на вертикальной поверхности



$$t_n = w_x, \vartheta(y)$$

Рис. 2. Распределение температуры и скорости в пленке конденсата

Коэффициент теплоотдачи движущегося слоя конденсата определяется уравнением теплоотдачи

$$\alpha_{\text{конв}} = \frac{\lambda}{\vartheta_c} \left( \frac{d\vartheta}{dy} \right)_{y=0}. \quad (2)$$

Из уравнения (1) следует, что

$$\frac{d\vartheta}{dy} = \frac{2\vartheta_c}{2\delta} + \frac{2\vartheta_c}{2\delta^2} y = -\frac{2\vartheta_c}{2\delta} \left( 1 - \frac{y}{\delta} \right),$$

$$\frac{d\vartheta}{dy}_{y=0} = -\frac{2\vartheta_c}{2\delta} = -\frac{\vartheta_c}{\delta}.$$

Подставив значение  $\left( \frac{d\vartheta_c}{dy} \right)_{y=0}$  в уравнение (2), получим [6]:

$$\alpha_{\text{конв}} = \frac{\lambda}{\delta}. \quad (3)$$

Толщина гравитационно движущегося слоя конденсата переменна по высоте и связана со скоростью движения для стационарного течения при условии, что движение пленки происходит только в направлении оси  $x$ , и тогда уравнение движения запишется [6]:

$$\mu \left( \frac{d^2 w_x}{dy^2} \right) = -g(\rho_0 - \rho). \quad (4)$$

Так как  $\rho = \rho_0(1 - \beta\vartheta)$ , то при  $\beta = \text{const}$

$$\rho_0 - \rho = \rho_0\beta\vartheta. \quad (4б)$$

Подставив значение  $\vartheta$  по формуле (1) в уравнение (4), учитывая соотношение (4б) для плотности, уравнение движения запишется [6]:

$$\left( \frac{d^2 w_x}{dy^2} \right) = \frac{\rho_0 g \beta \vartheta_c}{\mu} \left( 1 - \frac{y}{\delta} \right)^2 \quad (4в)$$

или

$$\frac{d^2 w_x}{dy^2} = -D \left( 1 - 2\frac{y}{\delta} + \frac{y^2}{\delta^2} \right), \quad (4г)$$

где  $D = \frac{\rho_0 g \beta \vartheta_c}{\mu}$ .

Интегрирование уравнения движения дает:

$$\frac{dw_x}{dy} = -D \left( y - \frac{1}{\delta} y^2 + \dots - \frac{1}{3\delta^2} y^3 \right) + C_1; \quad (5)$$

$$w_x = -D \left( \frac{y^2}{2} - \frac{1}{3\delta} y^3 + \frac{1}{12\delta^2} y^4 \right) + C_1 y + C_2. \quad (6)$$

Граничные условия для скорости  $w_x$ : при  $y = 0$   $w_x = 0$ ; при  $y = \delta$   $w_x = w_{\max}$  и  $\vartheta = 0$ . Это объясняется действием сил вязкости при  $y \geq \delta$  на границе с областью насыщенного пара и в области насыщенного пара. Для этих условий  $ds = \mu \frac{dw_x}{dy} = 0$ , что может быть только при  $w_x = w_{\max} = \text{const}$ .

При принятых граничных условиях  $C_2 = 0$ ,  $C_1 = \frac{1}{3} D \delta$ .

Подставив значения  $C_1$  и  $C_2$  в уравнение (4б) и произведя преобразования, получим уравнение распределения скоростей в движущемся слое конденсата:

$$w_x = D \left( \frac{\delta}{3} y - \frac{1}{2} y^2 + \frac{1}{3\delta} y^3 - \frac{1}{12\delta^2} y^4 \right). \quad (7)$$

Распределение скоростей, согласно уравнению (5), представлено на рис. 2. Максимум скорости соответствует значениям:

$$y = \delta; \quad w_x = w_{\max}. \quad (8)$$

Среднеинтегральная скорость равна:

$$w_x = \frac{1}{\delta} \int_0^{\delta} w_x dy = \frac{\rho g \beta \vartheta_c \delta^2}{15\mu}. \quad (9)$$

Среднеинтегральная температура в слое конденсата будет:

$$\vartheta = \frac{1}{\delta} \int_0^{\delta} \vartheta dy = \frac{1}{\delta} \int_0^{\delta} \vartheta_c \left( 1 - \frac{y}{2\delta} \right)^2 dy = \frac{\vartheta_c}{2}. \quad (10)$$

Необходимо отметить, что средняя температура слоя не зависит от координаты  $x$  [6].

Расход жидкости через поперечное сечение слоя  $\delta l$  равен [6]:

$$G = \rho w_x \delta l; \quad (11)$$

$$dG = d(\rho w_x \delta). \quad (12)$$

Подставляя в (12) значение  $w_x$  по уравнению (6), получим:

$$dG = d \left( \frac{\rho^2 \delta^3 g \beta \vartheta_c}{15\mu} \right) = \frac{3\rho^2 \delta^3 g \beta \vartheta_c}{15\mu} d\delta = \frac{\rho^2 g \beta \vartheta_c}{5\mu} \delta^3 d\delta. \quad (13)$$

Отводимая конвекцией теплота будет:

$$dQ = c_p \vartheta_c dG = \alpha \vartheta_c dxl = \frac{\lambda}{\delta} \vartheta_c dxl. \quad (14)$$

Из уравнения (14) следует, что

$$dG = \frac{\lambda}{\delta c_p} \frac{\vartheta_c}{\vartheta} dx = \frac{\lambda}{\delta c_p} \frac{2\vartheta_c}{\vartheta_c} dx = \frac{2\lambda}{\delta c_p} dx. \quad (15)$$

Приравняв правые части (13) и (15), получим дифференциальное уравнение, описывающее изменение температуры в слое:

$$\frac{\rho^2 g \beta \vartheta_c}{5\mu} \delta^3 d\delta = \frac{2\lambda}{c_p} dx. \quad (16)$$

Интегрируя уравнение (16), получаем:

$$\frac{\rho^2 g \beta \vartheta_c}{20\mu} \delta^4 = \frac{2\lambda}{c_p} x + C. \quad (17)$$

Постоянная интегрирования  $C$  находится из условия, что при  $x = 0$   $\delta = 0$ . Отсюда  $C = 0$ .

Из уравнения (17) следует, что толщина слоя конденсата, гравитационно стекающего по вертикальной поверхности при условии  $\alpha_{\text{конв}}$  и ламинарном или ламинарно-волновом течении будет:

$$\delta = \sqrt[4]{\frac{40\mu\lambda x}{c_p \rho^2 g \beta \vartheta_c}} = 2,5 \sqrt[4]{\frac{\mu\lambda x}{c_p \rho^2 g \beta \vartheta_c}}. \quad (18)$$

По уравнению (18) определяются локальные значения  $\delta$ . Средние значения толщины пленки могут быть определены при  $x = l$ .

Коэффициент теплоотдачи при конденсации неподвижного пара на вертикальной поверхности при ламинарном и ламинарно-волновом движении пленки конденсата будет:

$$\alpha_{\text{конв}} = 0,40 \sqrt[4]{\frac{c_p \rho^2 g \beta \vartheta_c \lambda^3}{\mu x}}. \quad (19)$$

Уравнение (19) в безразмерной форме:

$$\text{Nu}_x = \frac{\alpha_{\text{конв}} x}{\lambda} = 0,40 \sqrt[4]{\frac{g \beta \vartheta_c x^3 \mu c_p}{(\mu^2 / \rho^2) \lambda}} = 0,40 (\text{Gr}_x \text{Pr})^{0,25}, \quad (20)$$

где  $\text{Gr}_x = \frac{g \beta \vartheta_c x^3}{\nu^2}$  и  $\text{Pr} = \frac{\mu c_p}{\lambda} = \frac{\nu}{a}$ .

Средний коэффициент теплоотдачи

$$\alpha_{\text{конв}} = \frac{4}{3} \alpha_{x=l} = \frac{4}{3} 0,40 \sqrt[4]{\frac{c_p \rho^2 g \beta \vartheta_c \lambda^3}{\mu l}} = 0,533 \sqrt[4]{\frac{c_p \rho^2 g \beta \vartheta_c \lambda^3}{\mu l}}, \quad (21)$$

где  $\alpha_{x=l}$  – местный коэффициент теплоотдачи в точке, определяемой координатой  $x = l$ .

Средняя теплоотдача вертикальной стенки для  $t_c = \text{const}$  при ламинарном и ламинарно-волновом гравитационном течении пленки конденсата в критериальной форме будет:

$$\text{Nu}_l = 0,533(\text{Gr}_l \text{Pr})^{0,25}. \quad (22)$$

Все теплофизические параметры в формулах (18)–(22) принимаются для конденсата.

Расчетное значение плотности теплового потока

$$q = \alpha_0 \vartheta_c. \quad (23)$$

Здесь  $\alpha_0 = \alpha_{\text{конв}} + \alpha_{\text{конд}} = 0,533 \sqrt[4]{\frac{c_p \rho^2 g \beta \vartheta_c \lambda^3}{\mu l}} + \alpha_{\text{конд}}$  – общий коэффициент теплоотдачи поверхности теплообмена.

### Заключение

В результате решения задачи гидродинамики и теплообмена гравитационно стекающей пленки конденсата по вертикальной поверхности при ламинарном и ламинарно-волновом режиме течения при конденсации неподвижного пара получены уравнения для определения локальных и средних по высоте стенки толщины пленки конденсата и конвективных коэффициентов теплоотдачи.

### Литература

1. Павленко, А. Н. Теплообмен и кризисные явления в стекающих пленках жидкости при испарении и кипении / А. Н. Павленко, Н. И. Печеркин, О. А. Володин. – Новосибирск, Изд-во Сибир. отд-ния Рос. акад. наук. – Новосибирск, 2016. – 190 с.
2. Гогонин, И. И. Теплообмен при кипении жидкости в пленке, движущейся под действием силы тяжести / И. И. Гогонин // ИФЖ. – 2010. – № 4. – С. 821–826.
3. Гимбутис, Г. Теплообмен при гравитационном течении пленки жидкости / Г. Гимбутис. – Вильнюс : Москлас, 1988. – 232 с.
4. Hydrodynamics and heat transfer of vertical falling liquid films / S. Ishigai, S. Nakanisi, T. Koizumi, Z. Oyabi // Bull. JSME. – 1972. – Vol. 15. – N 83. – P. 594.
5. Ягов, В. В. Теплообмен в однофазных средах и при фазовых превращениях / В. В. Ягов. – М. : МЭИ, 2014. – 542 с.
6. Исаченко, В. П. Теплопередача / В. П. Исаченко, В. А. Осипова, А. С. Сукомел. – М. : Энергоиздат, 1981. – 415 с.
7. Лабунцов, Д. А. Механика двухфазных систем / Д. А. Лабунцов, В. В. Ягов. – М. : МЭИ, 2007. – 384 с.

### References

1. Pavlenko A. N., Pecherkin N. I., Volodin O. A. *Heat transfer and crisis phenomena in falling liquid films during evaporation and boiling*. Novosibirsk, House of the Siberian branch of the Russian Academy of Sciences Publ., 2016. 190 p. (in Russian).
2. Gogonin I. I. Heat transfer during liquid boiling in a film moving under the action of gravity. *Inzhenerno-fizicheskij zhurnal*, 2010, no. 4, pp. 821–826 (in Russian).
3. Gimbutis G. *Heat transfer during gravitational flow of a liquid film*. Vil'njus, Mosklas Publ., 1988, 232 p. (in Russian).

4. Ishigai S., Nakanisi S., Koizumi T., Oyabi Z. Hydrodynamics and heat transfer of vertical falling liquid films. *Bull. JSME*, 1972, vol. 15, no. 83, p. 594.
5. Yagov V. V. *Heat exchange in single-phase media and in phase transformations*. Moscow, Moskovskij jenergeticheskij institut, 2014. 542 p. (in Russian).
6. Isachenko V. P., Osipova V. A., Sukomel A. S. *Heat Transfer*. Moscow, Energoizdat Publ., 1981. 415 p. (in Russian).
7. Labuntsov D. A., Yagov V. V. *Mechanics of Two-Phase Systems*. Moscow, Moskovskij jenergeticheskij institut, 2007. 384 p. (in Russian).

Поступила 13.11.2024