Доклады Академии Наук СССР
1950. Том LXXI, № 1

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

Г. М. БАРТЕНЕВ

ЗАВИСИМОСТЬ ПРОЧНОСТИ ОТ ВРЕМЕНИ ДЕЙСТВИЯ НАГРУЗКИ ПРИ ХРУПКОМ РАЗРЫВЕ

(Представлено академиком А. И. Некрасовым 4 I 1950)

1. Современное состояние вопроса о явлении хрупкого разрыва подробно изложено в ряде работ ([1–3]). Из результатов экспериментальных исследований вытекает, что прочность (разрывное напряжение) является главной, но не единственной характеристикой разрыва материала под действием внешних сил. При статических испытаниях было замечено, что при уменьшении разрывающей нагрузки время действия нагрузки от начального момента до момента разрушения образца возрастает. Это явление было названо статической усталостью материала и объяснялось, главным образом, действием химических процессов на поверхности материала, приводящих к понижению прочности, а не физическими факторами. В этой статье мы постараемся показать, что явление статической усталости может быть объяснено чисто физическими причинами.

2. Хорошо известно, что теоретическая прочность материала $P_{теор}$, определяемая межмолекулярными силами, намного больше, чем наблюдаемая техническая прочность P. Установлено, что техническая прочность зависит, главным образом, от наличия в материале структурных пороков и неоднородностей в виде трещин или механически ослабленных мест.

Наличие трещин приводит, по Гриффиту ([4]), к появлению у краев трещин перенапряжений, которые могут значительно превосходить среднее напряжение в образце. Разрыв, по Гриффиту, это быстрое (со звуковой скоростью) прорастание наиболее опасной трещины в образце в тот момент, когда напряжение у ее краев достигает теоретического значения прочности материала.

Гриффит произвел расчет прочности в случае разрыва тонкой пластинки, у которой имеется сквозная по толщине трещина длины l (рис. 1), и получил следующую формулу

$$P_{gr}=\sqrt{\frac{2ET}{\pi\mu l}}, \qquad (1)$$

где P_{gr} — разрывное напряжение; E — модуль Юнга; μ — коэффициент Пуассона; T — поверхностное натяжение; l — длина трещины, расположенной нормально к направлению растяжения. Глубина трещины совпадает с толщиной пластинки. Для тонкой пластинки допускалось при расчете, что она находится в состоянии „плоского напряжения“.

Хотя формула (1) строго не приложима к общему случаю, когда о плоском напряженном состоянии не может быть речи и трещина характеризуется не только длиной, но и глубиной, тем не менее эта формула может рассматриваться во многих случаях как приближенное выражение, дающее представление о характере влияния различных факторов на прочность материала.

3. Гриффит проверил формулу (1), изучая разрыв тонких полых стеклянных цилиндров и колб. При этом он не обнаружил влияния времени действия нагрузки на прочность, так как время испытания изменялось в небольших пределах.

Мюллер и др. в последующих опытах убедительно показали, что имеются две стадии разрыва. Первая — это медленный рост трещины, приводящий к образованию „зеркальной“ поверхности; вторая — это быстрое (практически мгновенное) прорастание трещины через образец. Скорость роста трещины в первой стадии зависит от нагрузки, температуры и среды.

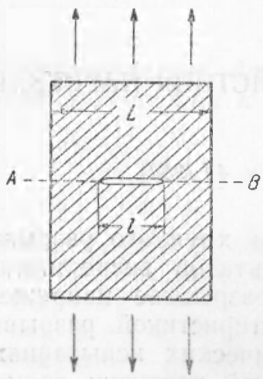

Рис. 1

А. П. Александровым в последнее время, при изучении разрыва застеклованных полимеров, было показано, что трещины образуются и растут при любой нагрузке на образец *.

Эти факты указывают на то, что прочность материала зависит не только от упругих постоянных, поверхностного натяжения и линейных размеров опасной трещины, но также от времени действия нагрузки (разрывного времени τ).

4. Для установления зависимости между разрывным напряжением (прочностью) и разрывным временем рассмотрим, как и в случае Гриффита, разрыв тонкой пластинки. Подвергнем пластинку растяжению под нагрузкой и рассмотрим сечение AB (рис. 1). При отсутствии трещины в любой точке этого сечения имелось бы одинаковое напряжение P. При наличии трещины напряжение в этом сечении имеет величину σ, большую, чем P.

Пусть σ_1 — то напряжение, которое возникает непосредственно у краев трещины. Скорость роста трещины можно считать с некоторым приближением пропорциональной σ_1

$$\frac{dl}{dt} = 2k\sigma_1 \quad (\text{при } \sigma_1 < P_{теор}),$$

или, обозначая $\alpha = l/L$, получим

$$\frac{d\alpha}{dt} = \frac{2k\sigma_1}{L},$$

где L — ширина пластинки; k — постоянная.

В дальнейшем будем исходить из предположения, что относительное увеличение σ пропорционально относительному увеличению σ_1, что дает $d\sigma_1/\sigma_1 = \gamma\, d\sigma/\sigma$, где постоянная γ зависит от природы материала и температуры. Отсюда следует, что

$$\sigma_1 = \beta\sigma^{\gamma}, \tag{2}$$

---

* Основной причиной роста трещин при любом напряжении в материале является, повидимому, тепловое движение частиц. При низких температурах трещины растут при тех же нагрузках крайне медленно. Поэтому обычно наблюдаемая прочность при низких температурах больше, а зеркальная часть разрыва меньше, чем при повышенных температурах.

где β — постоянная интегрирования, из физических соображений отличная от 0 и ∞ и зависящая, повидимому, от линейных размеров трещины и ее ориентации.

Подставив (2) в уравнение скорости роста трещины, получим

$$\frac{d\alpha}{dt} = \frac{2k\beta}{L}\sigma^{\gamma}.$$

Учитывая далее, что $PL = \sigma(L - l)$, найдем

$$\sigma = P/(1-\alpha). \qquad (3)$$

После замены σ его выражением получим

$$\frac{L}{2k\beta(l)}(1-\alpha)^{\gamma}\, d\alpha = P^{\gamma} dt,$$

или, после интегрирования,

$$\tau P^{\gamma} = \frac{L}{2k}\int\limits_{\alpha_0}^{\alpha_1}\frac{1}{\beta(l)}(1-\alpha)^{\gamma} d\alpha, \qquad (4)$$

где τ — разрывное время; P — прочность или разрывное напряжение; $\alpha_0 = l_0 / L$, где l_0 — длина трещины до приложения нагрузки; $\alpha_1 = l_1 / L$ соответствует тому моменту роста трещины, когда $\sigma_1 = P_{теор}$.

Случай Гриффита отвечает условию $\sigma_1 = P_{теор}$ при $\alpha = \alpha_1 = \alpha_0$. При этом условии формула (4) дает $\tau = 0$* Этому случаю отвечает максимальное значение технической прочности материала P_{gr}, наблюдаемое при «мгновенных» нагрузках.

С другой стороны, учитывая это условие, найдем из формул (2) и (3), что

$$P_{gr} = (1-\alpha_0)\left\{\frac{P_{теор}}{\beta(l_0)}\right\}^{1/\gamma}. \qquad (5)$$

Максимальное значение технической прочности пластинки определяется по формуле (1). Учитывая это, получим

$$\beta(l_0) = P_{теор}\left(\frac{\pi\mu}{2ET}\right)^{\gamma/2}\left(1 - \frac{l_0}{L}\right)^{\gamma} l_0^{\gamma/2}.$$

Отсюда следует, что вообще

$$\beta(\alpha) = \mathrm{const}\, L^{\gamma/2}\alpha^{\gamma/2}(1-\alpha)^{\gamma}, \text{ где } \alpha = l/L.$$

Произведя соответствующую замену под интегралом (4), получим:

$$\tau P^{\gamma} = \frac{\mathrm{const}}{L^{\frac{\gamma}{2}-1}}\int\limits_{\alpha_0}^{\alpha_1}\alpha^{-\gamma/2}\, d\alpha. \qquad (6)$$

5. Из выражения (6) можно получить два интересных следствия: а) Если допустить, что с увеличением линейных размеров сечения образца L размеры опасных трещин соответственно увеличиваются,

* В расчетах временем прорастания трещины со скоростью звука при второй стадии разрыва пренебрегаем как ничтожно малым по сравнению с единицей времени наблюдения.

т. е. α_0=const, то из выражения (6) следует (так как при этом также α_1=const), что при одинаковых временах испытания (τ = const) прочность уменьшается по закону $P = \mathrm{const}\,\frac{1}{L^{\frac{1}{2}-\frac{1}{\gamma}}}$; или, так как $\gamma \gg 1$, $P = \frac{\mathrm{const}}{\sqrt{L}}$. Для реальных трехмерных образцов, где вместо ширины пластинки берется площадь сечения, необходимо вместо L подставить L^2. Это приводит к зависимости $P \sim 1 / L$, что находится в согласии с эмпирически найденными закономерностями.

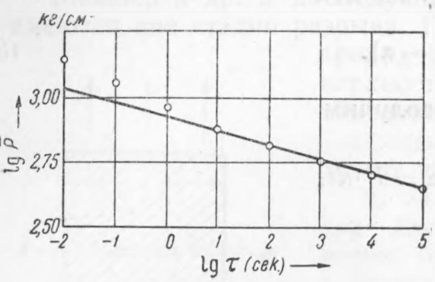

Рис. 2

б) Для больших разрывных времен и малых нагрузок зеркальная часть разрыва является преобладающей. Поэтому $\alpha_1 \approx 1$, и интеграл в выражении (6) можно считать приблизительно постоянной величиной. Это обстоятельство приводит к формуле

$$\lg \tau = a - \gamma \lg P, \tag{7}$$

совпадающей в точности с эмпирической формулой Голланда и Тернера. По данным этих исследователей, для стекла $\gamma = 13$.

Формула (7) сохраняет свое значение для любых других образцов, отличных от пластинки. Различие заключается в численных значениях постоянной a. Для сравнения с экспериментом на рис. 2 приводим данные Престона, полученные при испытании на разрыв стеклянных стержней заданного сечения. Из рис. 2 следует, что $\gamma = 18$. Поэтому можно считать $\gamma \gg 1$.

Таким образом, статическая усталость может быть объяснена чисто механически. Хрупкий разрыв может характеризоваться двумя постоянными: максимальной технической прочностью P_{gr} и статической усталостью $1 / \gamma$.

Научно-исследовательский институт резиновой промышленности

Поступило 6 XII 1949

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] А. Александров и С. Журков, Явление хрупкого разрыва, 1933. [2] J. Murgatroyd, Journ. Soc. Glass Techn., 28, 406 (1944). [3] W. Weyl, Journ. Glass Ind., 27, 17, 74, 126 (1946). [4] A. Griffith, Phil. Trans. Roy. Soc. (A), 221, 163 (1921).