Доклады Академии Наук СССР
1950. Том LXX, № 3

ГИДРОЛОГИЯ

Член-корреспондент АН СССР М. А. ВЕЛИКАНОВ

МОДЕЛИРОВАНИЕ РУСЛОВОГО ПРОЦЕССА

Моделирование какого-либо явления природы требует прежде всего установления соответствующего этой категории явлений принципа подобия. В гидродинамике установлено, что для геометрически подобных потоков тождество чисел $\mathrm{Re} \equiv vl/\nu$ и $\mathrm{Fr} \equiv gl/v^2$ (v — стандартная скорость, l — стандартная длина) в натуре и на модели обеспечивает для них и кинематическое и динамическое подобие. Но применение этого положения к моделированию руслового потока, и в частности равнинной реки, встречает три затруднения: во-первых, для водных потоков со свободной поверхностью соблюдение равенства числа Рейнольдса для натуры и модели вообще невыполнимо; во-вторых, естественные русловые потоки имеют столь малое отношение глубины к ширине (h/b) — и тем меньшее, чем больше размеры реки,— что соблюдение геометрического подобия и для горизонтальных и для вертикальных размеров в огромном большинстве случаев приводит к ламинарному (на модели) потоку, и приходится итти на геометрическое искажение формы русла; и, в-третьих, для равнинных рек с песчаным дном уменьшение на модели размера песчинок, в соответствии с размерами самого потока, фактически привело бы к полному искажению всего процесса, даже в качественном отношении.

Все попытки преодоления указанных затруднений привели современную лабораторную практику к моделированию «по Фруду», т. е. с сохранением постоянства числа $\mathrm{Fr} = gl/v^2$, но с одновременным искажением вертикального масштаба и с сохранением размеров наносов в натуре. Ниже будет доказано, что эти три практически применяемых правила друг другу противоречат и являются несовместимыми.

Некоторые исследования последнего времени не только указывают путь для преодоления указанных трудностей, но и позволяют весь вопрос о моделировании руслового процесса поставить по-новому,

Уже упомянутое выше свойство всех природных русловых потоков уменьшать отношение глубины к ширине с возрастанием размеров потоков мы должны теперь рассматривать не как отступление от геометрического подобия, а как некую новую закономерность, количественное выражение которой формулируется ([1]) в виде:

$$\sqrt{b}/h = K,$$

причем тогда же было обнаружено, что постоянная K для мелкопесчаных русел равна (в метрических мерах) 5,5, а для русел из среднего песка 2,75.

Но указанное отношение обладает весьма существенным дефектом; оно не удовлетворяет принципу размерностей: константа отношения имеет размерность $[L^{-1/2}]$, что, очевидно, лишено какого бы то ни было смысла. Для удовлетворения этому принципу необходимо ввести под радикал в числителе какую-то длину, а так как, по сказанному, эта константа убывает с размером наносов, то естественнее всего ввести под радикал именно средний диаметр наносов.

Примем вышеупомянутую зависимость окончательно в следующем виде:

$$\sqrt{bD}/h = A. \tag{1}$$

Далее, для решения поставленной задачи моделирования руслового процесса нам необходимо установить те исходные гидродинамические (теоретические или эмпирические) зависимости, которым подчиняются, как на модели, так и в натуре, основные характеристики изучаемого явления: скорость потока, жидкий и твердый расходы и т. д.

Для зависимости средней скорости от уклона, глубины и шероховатости мы принимаем формулу, полученную нами из формулы Маннинга путем некоторых преобразований и использования новейших экспериментальных данных ((2), стр. 270):

$$u = B(h/D)^{1/6}\sqrt{ghi}. \tag{2}$$

Далее, для учета изменений горизонта воды и расхода при прохождении паводка мы примем вполне строгое уравнение баланса водных масс (иначе, уравнение неразрывности, (2), стр. 408) в виде:

$$\frac{\partial q}{\partial x} + \frac{\partial \omega}{\partial t} = 0 \tag{3}$$

q — жидкий расход, ω — площадь живого сечения), а для изменения твердого расхода и отметок русла соответственное уравнение баланса твердых масс ((2), стр. 294):

$$\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial (bz)}{\partial t} = 0 \tag{4}$$

(p — твердый расход, z — отметка дна).

И, наконец, для зависимости твердого расхода от скорости потока примем эмпирическую зависимость, полученную нами ((2), стр. 289) путем анализа и обобщения эмпирических данных:

$$p = CbDu^3(u - u_0) \tag{5}$$

(u_0 — начальная скорость размыва).

Приведенных пяти зависимостей (1), (2), (3), (4), (5) достаточно для установления связей между всеми масштабами длин и скоростей.

Отказ от чисто геометрического подобия между натурным и лабораторным потоками приводит к необходимости установления, в общем случае, трех линейных масштабов: 1) для горизонтальных размеров русла λ_1, 2) для вертикальных размеров русла λ_2 и 3) для поперечных размеров подвижных твердых частиц русла — наносов λ_3.

Далее, мы должны установить три масштаба и для скоростей: φ_1 — масштаб продольных скоростей; φ_2 — масштаб скорости нарастания горизонта воды при паводке; φ_3 — масштаб скорости руслового процесса, определяемой как скорость повышения отметки дна потока.

Из наших основных зависимостей (1) — (5) теперь нетрудно получить и выражения связи между шестью введенными нами масштабами (λ_1, λ_2, λ_3, φ_1, φ_2, φ_3). Принимая во внимание, что масштаб уклонов i

выражается, очевидно, через отношение вертикального масштаба к горизонтальному, получим непосредственно из уравнения (1):

$$\lambda_2 = \sqrt{\lambda_1 \lambda_3}; \qquad (6)$$

из уравнения (2):

$$\varphi_1 = \lambda_1^{-1/2} \lambda_2^{7/6} \lambda_3^{-1/6}. \qquad (7)$$

Далее, из уравнения (3), поскольку масштаб расходов равен $(\varphi_1 \lambda_1 \lambda_2)$, масштаб живого сечения $(\lambda_1 \lambda_2)$, а масштаб его производной по времени, соответственно, $(\lambda_1 \varphi_2)$, получим:

$$\varphi_1 \lambda_2 = \lambda_1 \varphi_2. \qquad (8)$$

И, наконец, объединяя уравнения (4) и (5), пренебрегая величиной u_0 по сравнению с u_1 и принимая масштаб производной $\partial z/\partial t$ за φ_3, получим:

$$\varphi_1^4 \lambda_3 = \lambda_1 \varphi_3. \qquad (9)$$

Мы получили четыре уравнения для шести масштабов; следовательно, два из них оказываются независимыми. Эти два, очевидно, будут: λ_1 — масштаб плановых размеров модели, обусловленный размерами экспериментальной площадки, и λ_3 — масштаб наносов, зависящий от выбора песка для эксперимента. Выражая все остальные четыре масштаба через эти два, получим, после элементарных операций с равенствами (6), (7), (8), (9), следующие четыре:

$$\lambda_2 = \sqrt{\lambda_1 \lambda_3}, \quad \varphi_1 = \lambda_1^{1/12} \lambda_3^{5/12}, \quad \varphi_2 = \lambda_1^{-5/12} \lambda_3^{11/12}, \quad \varphi_3 = \lambda_1^{-2/3} \lambda_3^{8/3}. \qquad (10)$$

Равенства (10) охватывают все возможные вариации отдельных масштабов. Плановый масштаб λ_1 от нас, очевидно, мало зависит: в условиях данной лаборатории мы, очевидно, постараемся придать модели максимальный возможный размер, так как от этого будет зависеть качество эксперимента и точность результатов. Поэтому единственный масштаб, в выборе которого мы обладаем некоторой относительной свободой,— это масштаб наносов. И от выбора именно этого масштаба будут зависеть все остальные; в частности, будет зависеть искажение вертикального масштаба по сравнению с горизонтальным. И если до сих пор принималось, что размер этого искажения зависит лишь от нашего произвола, то теперь мы видим, что он теснейшим образом связан с тем, какой песок мы выбираем для нашей модели и каково отношение его среднего диаметра к среднему диаметру наносов в натуре.

Таблица 1

	I $\lambda_3 = 1$	II $\lambda_3 = \lambda_1$
λ_2	$\lambda_1^{1/2}$	λ_1
φ_1	$\lambda_1^{1/12}$	$\lambda_1^{1/2}$
φ_2	$\lambda_1^{-5/12}$	$\lambda_1^{1/2}$
φ_3	$\lambda_1^{-2/3}$	λ_1^{2}

Представляет интерес остановиться на двух предельных случаях моделирования наносов:

I. Наносы на модели те же, что и в натуре, т. е. $\lambda_3 = 1$.

II. Наносы на модели уменьшены во столько же раз, как и размеры самого потока, т. е. $\lambda_3 = \lambda_1$.

Представим результаты подстановки этих двух указанных частных значений λ_3 в общие равенства (10) в форме таблицы производных масштабов (см. табл. 1).

Первый вариант моделирования должен соответствовать равнинным рекам с песчаным дном, так как уменьшать размеры песчинок (например, путем истирания их в мельнице), очевидно, нельзя: мы получили бы нечто вроде пудры, взаимодействие которой с потоком носило бы даже качественно отличный характер. В лабораторной практике обычно и применяется для моделирования равнинных рек естественный речной песок, но при этом размеры всего потока проводят „по Фруду" и с неизбежным искажением вертикального масштаба. Наш анализ показывает, что одно с другим несовместимо.

Зато второй вариант, с моделированием наносов, именно и приводит в точности к Фруду, но без искажения вертикального масштаба; этот метод можно применять к лабораторному исследованию горных потоков, влекущих по дну камни и крупную гальку; искусственное воспроизведение таких „наносов" в уменьшенном (даже в 100 или 200 раз) масштабе технически вполне возможно; а уменьшенные на модели скорости, по Фруду в ($\lambda_1^{1/2}$) раз, окажутся вполне достаточными для приведения в движение камней, соответственно уменьшенных в (λ_1) раз. Практика моделирования горных потоков с каменистым дном и без искажения вертикального масштаба вполне подтверждает эту часть полученных нами выводов. Достаточно сослаться на лабораторное изучение ереванского селя 1946 г., проведенное действительным членом АН Арм.ССР И. В. Егиазаровым в лаборатории Водно-энергетического института в Ереване и давшее вполне удовлетворительные результаты.

Для моделирования же равнинных рек с песчаным руслом наш анализ приводит к совершенно иному, чем до сих пор применявшийся, методу, сочетающему в себе значительное искажение вертикального масштаба $\lambda_2 = \sqrt{\lambda_1}$ с сохранением размеров песка в натуре $\lambda_3 = 1$ и с очень незначительным уменьшением скоростей $\varphi_1 = \lambda_1^{1/12}$.

Институт географии
Академии наук СССР

Поступило
22 XI 1949

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Тр. 1-го Всеросс. гидролог. съезда, 1924 г., Л., 1925, стр. 286—287. [2] М. А. Великанов, Динамика русловых потоков, 1949.