

Конечно же, применение определенных форм организации обучения зависит от конкретной педагогической ситуации. Однако использование преподавателем нестандартных форм организации обучения наряду со стандартными позволяет создавать мотивирующую учебную среду и развивать познавательные потребности студентов, формировать у них навыки умственной деятельности высокого уровня, развивать творческие способности и исследовательские навыки.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Бутома, А. М.** К вопросу использования различных форм практических занятий по математике для студентов вузов / А. М. Бутома // Кулешовские чтения: материалы Междунар. науч.-практ. конф., Могилев, 26–27 апр. 2007 г. – Могилев: МГУ имени А. А. Кулешова, 2007. – С. 349–351.

УДК 378.147:51

ТЕОРИЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ КАК ИДЕОЛОГИЯ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ В УСЛОВИЯХ СТРУКТУРНО-ИНФОРМАЦИОННОЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ В МАТЕМАТИКЕ

Л. Л. ВЕЛИКОВИЧ

Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого
Гомель, Беларусь

«Все-таки в науке есть что-то захватывающее. Дело пустяковое – количество фактов, а берешь колоссальный дивиденд в виде умозаключений».

Марк Твен «Жизнь на Миссисипи»

Теория принятия решений (ТПР), зародившись в недрах кибернетики, давно уже превратилась в самостоятельную науку, востребованную во многих областях человеческой деятельности (см., например, [1, 2]). Одним из ее основных понятий является понятие операции. «Под словом «операция» следует понимать организованную деятельность в любой области жизни, объединенную единым замыслом, направленную к достижению определенной цели и имеющую характер повторяемости, т. е. многократности В данном определении подчеркиваются две особенности операции: ее целевая направленность и повторяемость» [1, с. 226].

Занимаясь много лет решением математических задач, я, наконец-то, понял, что ТРЗ (мой авторский проект) [3] есть наука, изучающая способы принятия решений в условиях структурно-информационной неопределенности, т. е. когда известна часть всей структуры (остальную часть придется создать) и неполная информация, которую и придется дополнить (воссоздать). Поскольку в ТРЗ речь идет, в первую очередь, о математических задачах, то приведем несколько примеров решения математических задач с анализом моментов принятия решений. Для дальнейшего нам потребуется совершить еще один экскурс в [1, с. 272]: «Задача принятия решений (ЗПР) в условиях неопределенности определялась нами ранее как задача выбора оптимальной стратегии в операции, исход которой помимо стратегий оперирующей стороны и ряда фиксированных факторов (детерминированных или стохастических, или тех и других вместе) зависит также от некоторых неопределенных факторов, неподвластных оперирующей стороне и *неизвестных ей в момент принятия решения*».

Приведем также некоторые сведения из ТРЗ [3]. В качестве первичных (неопределяемых) понятий ТРЗ мы принимаем: объект, субъект, связь, действие. *Операцией* будем называть некоторую последовательность действий (в частности, она может состоять из одного действия). *Ситуацией* будем называть любое множество объектов и связей между ними. Минимальная ситуация содержит два объекта и одну связь. Назовем ее *связной парой*. Под *задачей* будем понимать упорядоченную четверку (Ω, A, B, X) , где Ω – носитель задачи, A – условие (множество посылок), B – заключение (множество следствий), X – решение задачи как процесс добычи информации. Подчеркнем, что A, B – это информационные компоненты задачи, в которых речь идет о свойствах Ω , а X – неизвестное, которое надо найти (создать). Ну, а теперь к примерам задач.

Задача 1. Найти количество целых решений неравенства

$$x^2 + \frac{4x^2}{(x+2)^2} \leq 5. \quad (1)$$

Несмотря на то, что я уже добросовестно вычитал теорию квадратного трехчлена, подчеркнув особенную важность процедуры выделения полного квадрата, у учащихся примеры такого типа вызывают некоторую оторопь: знаем, что что-то надо делать, но не знаем как. Начинаются действия методом проб и ошибок: а) приведем к общему знаменателю и раскроем скобки; б) введем замену $x + 2 = t$ и далее по предыдущему сценарию (и опять – тупик); в) дополним левую часть (1) до полного квадрата суммы (– бесполезно) и, наконец; г) дополним правую часть до полного квадрата разности:

$$x^2 + \frac{4x^2}{(x+2)^2} = \left(x^2 - 2x \cdot \frac{2x}{x+2} + \left(\frac{2x}{x+2} \right)^2 \right) + \frac{4x^2}{x+2} =$$

$$= \left(x - \frac{2x}{x+2} \right)^2 + \frac{4x^2}{x+2} = \left(\frac{x^2}{x+2} \right)^2 + 4 \cdot \frac{x^2}{x+2} \leq 5.$$

Здесь уже над принятием решения думать особо не придется: $\frac{x^2}{x+2} = t$

и далее имеем стандартное квадратное неравенство.

Примечание – Многочисленные примеры на применение указанной процедуры имеются в [4, с. 143–146]. Там также приведен пример № 87, вполне аналогичный (1).

Задача 2. Найти произведение корней уравнения

$$x - \sqrt{x^2 - 100} = \frac{(x-10)^2}{2x+20}. \quad (2)$$

Решение

Первый шаг абсолютно стандартный: находим ОДЗ

$$\begin{cases} x^2 - 100 \geq 0 \\ x \neq -10 \end{cases} \Rightarrow x \in (-\infty; -10) \cup [10; +\infty).$$

А вот теперь предстоит принять решение, что же делать дальше? Поскольку область определения состоит из двух частей, то естественно попытаться разбить решение тоже на две части (интервала).

I. $x \in [10; +\infty)$. Непосредственной проверкой убеждаемся, что $x = 10$ не является корнем уравнения (2). Следовательно, $x \in (10; +\infty)$. Хотя, по-видимому, это лишнее. А вот теперь ключевой момент в ЗПР – и здесь не обойтись без догадки. Введем замену:

$$\sqrt{x-10} - \sqrt{x+10} = z. \quad (3)$$

Именно по этому поводу Ричард Беллман (Bellman), американский математик, профессор математики, электротехники и медицины в Южнокалифорнийском университете утверждал: «В математике изобретательность никогда не будет вытеснена аксиоматикой». Равенство (3) не является непосредственным следствием (2), но два его радикала в (2) все же имеются.

Возводя обе части (3) в квадрат, получаем очень продуктивную связь:

$$2x - 2\sqrt{x^2 - 100} = z^2. \quad (4)$$

Дальнейшее не требует больших умственных усилий, ибо (3) с точностью до двойки, совпадает с левой частью (2).

$$2\left(x - \sqrt{x^2 - 100}\right) = \frac{(x-10)^2}{x+10} \Rightarrow \left(\sqrt{x-10} - \sqrt{x+10}\right)^2 = \frac{(x-10)^2}{x+10}.$$

Откуда

$$\left|\sqrt{x+10} - \sqrt{x-10}\right| = \frac{|x-10|}{\sqrt{x+10}}.$$

Учитывая, что $x \in (10; +\infty)$, получаем

$$\begin{aligned} \sqrt{x+10} - \sqrt{x-10} &= \frac{x-10}{\sqrt{x+10}} \Rightarrow x+10 - \sqrt{x^2-100} = x-10 \Rightarrow \\ \Rightarrow \sqrt{x^2-100} &= 20 \Rightarrow x^2 = 500 \Rightarrow \begin{cases} x = \pm\sqrt{500} \\ x > 10 \end{cases} \Rightarrow x_1 = \sqrt{500}. \end{aligned}$$

II. $x \in (-\infty; -10)$. Опять перед нами ЗПР и опять придется чего-то придумывать. Введем замену:

$$x = -t. \tag{5}$$

Имеем

$$x < -10 \Rightarrow -t < -10 \Rightarrow t > 10.$$

Подставляя (5) в (2), получаем

$$\begin{aligned} -t - \sqrt{t^2 - 100} &= \frac{(-t-10)^2}{2(-t)+20} \Rightarrow t + \sqrt{t^2 - 100} = \frac{(t+10)^2}{2(t-10)} \Rightarrow \\ \Rightarrow 2\left(t + \sqrt{t^2 - 100}\right) &= \frac{(t+10)^2}{t-10} \Rightarrow \left(\sqrt{t+10} + \sqrt{t-10}\right)^2 = \frac{(t+10)^2}{t-10} \Rightarrow \\ \Rightarrow \sqrt{t+10} + \sqrt{t-10} &= \frac{t+10}{\sqrt{t-10}} \Rightarrow \sqrt{t^2 - 100} + t - 10 = t + 10 \Rightarrow \\ \Rightarrow \sqrt{t^2 - 100} &= 20 \Rightarrow t^2 = 500 \Rightarrow \begin{cases} t = \sqrt{500} \\ t = -x \end{cases} \Rightarrow \\ \Rightarrow -x = \sqrt{500} &\Rightarrow x_2 = -\sqrt{500}. \end{aligned}$$

Ответ: $x_1 x_2 = \sqrt{500} \cdot (-\sqrt{500}) = -500$.

Замечания

1. При решении задачи 2 можно обойтись и без изобретательства, если в левой части уравнения использовать формулу сложного радикала.
2. В заключение хочется еще раз подчеркнуть, что ТРЗ можно рассматривать как ТПР в математике.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Теория прогнозирования и принятия решений: учебное пособие / С. А. Саркисян [и др.]; под ред. С. А. Саркисяна. – Москва: Высшая школа, 1977. – 351 с.: ил.
2. **Люба Верт.** Экономическая психология. Теоретическое и практическое применение: пер. с нем. / Люба Верт. – Харьков: Гуманитарный центр, 2013. – 432 с.
3. **Великович, Л. Л.** Теория решения задач : новый взгляд на старые истины : брошюра для математиков: студентов, репетиторов, профессионалов / Л. Л. Великович. – Москва: БИЛИНГВА, 2023. – 72 с.
4. **Великович, Л. Л.** Подготовка к экзаменам по математике: учебное пособие для абитуриентов и учащихся 9–11 классов / Л. Л. Великович. – Москва: Народное образование, 2006. – 610 с.

УДК 378.147

МЕТОД НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ В СИСТЕМАХ КОМПЬЮТЕРНОЙ МАТЕМАТИКИ

В. Э. ГАРИСТ

Могилевский государственный университет имени А. А. Кулешова
Могилев, Беларусь

Метод наименьших квадратов (сокращённо МНК) используется в двух контекстах. Во-первых, это важнейший инструмент регрессионного анализа при построении моделей на основе зашумленных экспериментальных данных. Во-вторых, МНК работает как метод аппроксимации, вне связи с математической статистикой.

В классической модели парной линейной регрессии $y(x) = \beta_0 + \beta_1 x$ по экспериментальному набору значений $(x_i; y_i)$, где $i = 1, 2, \dots, n$, расчёт коэффициентов модели МНК традиционно производится как решение нормальной системы алгебраических уравнений

$$\left\{ \begin{array}{l} \beta_0 \cdot n + \beta_1 \cdot \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n y_i; \\ \beta_0 \cdot \sum_{i=1}^n x_i + \beta_1 \cdot \sum_{i=1}^n x_i^2 = \sum_{i=1}^n x_i \cdot y_i. \end{array} \right. \quad \text{С учётом принятых}$$