

ИСТОРИЯ ЕСТЕСТВОЗНАНИЯ

Ф. И. ФРАНКЛЬ

**О ПРИОРИТЕТЕ ЭЙЛЕРА В ОТКРЫТИИ ЗАКОНА ПОДОБИЯ
ДЛЯ СОПРОТИВЛЕНИЯ ВОЗДУХА ДВИЖЕНИЮ ТЕЛ
ПРИ БОЛЬШИХ СКОРОСТЯХ**

(Представлено академиком М. В. Келдышем 15 IX 1949)

Как известно, при движении тел в воздухе с большими скоростями, когда влияние вязкости отступает на задний план, решающим критерием является отношение скорости полета к скорости звука w/a . Упомянутый в заглавии закон подобия заключается в утверждении, что в указанных условиях безразмерный коэффициент сопротивления C_x зависит, главным образом, от w/a . Отношение w/a в настоящее время чаще всего называют числом Маха, на том основании, что через него выражается угол между стационарными звуковыми волнами в сверхзвуковом потоке и линиями тока:

$$\alpha = \arcsin \frac{a}{w},$$

которые были, насколько известно, впервые экспериментально исследованы Э. Махом. Однако Э. Мах не первый ученый, у которого встречается параметр w/a . Кроме того, указанные исследования Э. Маха не имеют прямого отношения к теории подобия.

Известно, что профессор Артиллерийской академии русской армии Н. В. Маиевский еще своими опытами 1868—69 г., т. е. до опытов Маха, обнаружил явление так называемого „звукового барьера“, т. е. тот факт, что коэффициент сопротивления воздуха полету остроносых продолговатых снарядов очень резко возрастает вблизи скорости звука, а затем достигает максимума (1)*.

Но нельзя считать общеизвестным тот факт, что приоритет в открытии закона подобия для сил, действующих на тела при движении в воздухе с большими скоростями, принадлежит великому математику, механику и физику XVIII века, академику Петербургской Академии наук Леонарду Эйлеру.

Этот факт, не упоминаемый ни в одной из известных нам книг по аэродинамике и внешней баллистике, был обнаружен нами недавно. Мы имеем в виду два примечания Эйлера к сделанному им в 1745 г. немецкому переводу книги английского баллистика Б. Робинса „New Principles of Gunnery“ (1742 г.)⁽²⁾.

В своем переводе Эйлер разбивает текст Робинса на отдельные отрывки (Sätze), после которых он печатает свои примечания (Anmerkungen). Эти примечания Эйлера, представляющие собой в своей

* Приоритет Маиевского в этом вопросе признается и некоторыми иностранными авторами (см., например, (2)).

совокупности крупный труд их автора, были впоследствии (в 1777 г.) в Англии переведены на английский язык под названием „The True Principles of Gunnery“.

Интересующий нас результат Эйлера содержится в двух примечаниях к одному отрывку книги Робинса, напечатанному на стр. 301 упомянутого нами тома Собрания сочинений Эйлера. Робинс провел опыты по определению сопротивления шарообразных пуль диаметром $\frac{3}{4}$ дюйма со скоростями, доходившими до 1700 фт/сек. При этом он обнаружил, что сопротивление перестает быть пропорциональным квадрату скорости полета. Для определения коэффициента при квадрате скорости он дает на основании своих экспериментов геометрическое правило, эквивалентное, как указывает Эйлер ((³), стр. 304), формуле

$$\theta = \frac{2550}{5100 - 2w}.$$

Здесь θ — вводимый Эйлером коэффициент, полностью совпадающий с ныне употребляемым безразмерным коэффициентом сопротивления

$$C_x = \frac{R_x}{\frac{\rho w^2}{2} F},$$

где F — поперечное сечение пули, а скорость w измеряется в футах в секунду*.

Эйлер указывает на нецелесообразность этой формулы, которая уже при скорости $w = 2550$ фт/сек. дает бесконечное сопротивление, что невозможно.

Вместо нее он предлагает формулу вида ((³), стр. 307)**

$$\theta = \frac{1}{2} + \frac{v}{2H},$$

где v — высота, падая с которой снаряд достиг бы скорости w , т. е.

$$v = \frac{w^2}{2g},$$

а H — постоянная размерности длины.

Вычисляя константу H на основании трех опытов Робинса и средняя, Эйлер получает значение

$$H = 24012 \text{ фт.}$$

Эйлер замечает теперь, что это значение близко к высоте столба воздуха, имеющего плотность нормальной атмосферы, вес которой на

* Значение $\theta = \frac{1}{2}$ при $w = 0$ объясняется тем, что Робинс интерполировал непрерывную кривую между значением $C_x = \frac{1}{2}$ для малых скоростей, найденном экспериментально Ньютоном, и собственными экспериментальными значениями при больших скоростях. Но современные эксперименты подтверждают значение $C_x = 0,5$ лишь при числе Рейнольдса $2 \cdot 10^4 < Re < 2 \cdot 10^5$, а при $Re > 2 \cdot 10^5$ после турбулизации пограничного слоя получается при малых скоростях $C_x \cong 0,2$. Опыты Робинса, однако, относились к большим числам Рейнольдса ($Re > 4 \cdot 10^5$). Поэтому такая интерполяция ошибочна.

При $w = 0$ следовало брать значение $\theta = 0,2$, как это и показывают опыты Маиевского 1868—69 г.

** Вместо H у Эйлера стоит g . Мы пишем H во избежание путаницы с ускорением силы тяжести.

единицу площади равен давлению нормальной атмосферы, а именно

$$h = 28845 \text{ фт,}$$

причем, очевидно, $h = p/g\rho$.

Различие между H и h Эйлер относит к неточности экспериментов Робинса.

Итак, по гипотезе Эйлера получается ((³), стр. 311) $\theta = \frac{1}{2} + \frac{v}{2h}$, или, что то же,

$$\theta = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\rho w^2}{2p} \right).$$

Поясняя эту формулу, Эйлер пишет: „.... Можно было бы сообразить заранее, что поправка $v^2/2h$ должна определяться упругостью воздуха. Ибо, поскольку это увеличение сопротивления воздуха происходит частью от уплотнения воздуха перед пулей, частью от разрежения за нею, а оба эти обстоятельства основываются на упругости воздуха, то нельзя приписать указанное увеличение сопротивления какой-либо иной причине, чем упругости“. А упругость воздуха, как поясняет Эйлер, выражается через пьезометрическую высоту h .

Итак, Эйлер относит поправку к коэффициенту сопротивления, появляющуюся при больших скоростях, за счет влияния сжимаемости (упругости) воздуха.

Таким образом, Эйлер дает коэффициент сопротивления в виде

$$\theta = f \left(\frac{\rho w^2}{2p} \right),$$

или, что то же,

$$\theta = g \left(\frac{w}{a} \right).$$

Необходимо иметь в виду, что формула для скорости звука

$$a = c \sqrt{\frac{p}{\rho}}$$

была дана еще Ньютоном. Различие между формулой Ньютона и современной формулой заключается лишь в том, что Ньютон считал, что $c = 1$, а теперь известно, что $c = \sqrt{\kappa}$, где κ — показатель адиабаты. Эйлер использовал формулу вида $a = c \sqrt{p/\rho}$ еще в своей ранней работе „Dissertatio physica de sono“ (⁴).

Впоследствии он доказал строго формулу Ньютона в предположении пропорциональности давления первой степени плотности ((⁴), стр. 443).

Итак, формулы вида

$$\theta = f \left(\frac{\rho w^2}{2p} \right)$$

и

$$\theta = g \left(\frac{w}{a} \right)$$

эквивалентны не только для нас, но были эквивалентны и для Эйлера*.

Таким образом, приоритет Эйлера в рассматриваемом вопросе установлен. Следует, однако, указать на то, что Эйлер еще не предвидел, что закон сопротивления при сверхзвуковой скорости должен меняться; он полагал, что зависимость

* Отметим, что впоследствии при дозвуковых скоростях подтвердилась и форма зависимости, предложенная Эйлером, но с другими коэффициентами. Согласно опытам Маиевского и Бэшфорта (¹), имеем при $w/a < 1,1$

$C_x = 0,192[1 + 3,34(w/a)^2]$.

$$\theta = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\rho \omega^2}{2p} \right)$$

имеет место при любых достаточно больших скоростях.

Качественное изменение закона сопротивления при скорости звука выявилось лишь в опытах Маиевского.

На этом основании мы предполагаем назвать „числом Эйлера“ и обозначить Eu тот критерий, которым непосредственно пользовался Эйлер, т. е. отношение скоростного напора к давлению невозмущенного воздуха *

$$Eu = \frac{v}{a} = \frac{\rho \omega^2}{2p}$$

Непосредственно связанное с этим критерием отношение скорости полета к скорости звука ω/a следовало бы называть „числом Эйлера — Маиевского“. Общераспространенное его обозначение через M можно было бы тогда сохранить.

Поступило
31X 1949

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ Н. В. Маиевский, Курс внешней баллистики, СПб, 1870, стр. 130.
² Stanz, Lehrbuch der Ballistik, Berlin, 1925, 1, S. 43. ³ L. Euler, Opera omnia, ser. II, 14. ⁴ L. Euler, Opera omnia, ser. III, 1, 186. ⁵ А. А. Гухман, Физические основы теплопередачи, 1934. ⁶ С. Г. Попов, Вестн. МГУ, № 8, 14 (1949).
⁷ Л. Г. Лойцянский, Аэродинамика пограничного слоя, 1941, стр. 49.

* В 1934 г. было предложено (⁵) назвать числом Эйлера параметр $\Delta p / \rho \omega^2$, где Δp — разность между давлениями в двух точках жидкости. Нам это кажется мало целесообразным, так как этот параметр — не критерий подобия, а вторичная величина, переменная для данной задачи. В недавно вышедшей заметке С. Г. Попов (⁶) предлагает назвать числом Эйлера отношение $\rho \omega^2 / p$, но без упоминания о фактическом употреблении этого критерия Эйлером. Л. Г. Лойцянский (?) употребляет название числа Эйлера (Eu_a) для обратной величины $p / \rho \omega^2$, также не упоминая о том, что она фактически встречается у Эйлера.