УДК 539.375

Василевич Ю.В., Остриков О.М.

ВЫПОЛНЕНИЕ УСЛОВИЯ РАВНОВЕСИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА С НЕТОНКИМ ОСТАТОЧНЫМ ДВОЙНИКОМ В СЛУЧАЕ ПЛОСКОНАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ

Белорусский национальный технический университет

Минск, Беларусь

Выполнена постановка задачи о равновесии твердого тела с нетонким остаточным деформационным двойником в случае ненагруженного тела. Для расчета внутренних напряжений у клиновидного двойника в рамках теории упругости использовался принцип суперпозиции напряжений, созданных двойникующими дислокациями на каждой из двойниковых границ. Показано, что в случае плоского напряженного состояния при отсутствии внешних сил условие равновесия остаточного двойника выполняется.

Введение. В настоящее время в механике деформируемого твердого тела назрела важная научная проблема, связанная с необходимостью развития теории двойникования и использования ее результатов в решении задач механики [1]. Решение этой проблемы открывает путь для введения в механике нового раздела, связанного с механикой двойникования и который в научном и практическом направлениях существенно дополнит механику разрушения [1]. Наличие такого раздела, посвященного не рассматривавшимся ранее с позиций механики родственных разрушению явлений, открывает новые возможности для широкого практического использования методов механики деформируемого твердого тела для находящих все более широкое практическое применение материалов нового поколения таких, как, например, материалы с памятью формы [2–4].

Целью данной работы стала проверка выполнения условия равновесия твердого тела с остаточным клиновидным двойником в случае плосконапряженного состояния.

Постановка задачи. Для плоского напряженного состояния при отсутствии внешних сил справедливо условие равновесия [5, 6]:

$$\frac{\partial \sigma_{13}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{23}}{\partial x_2} = 0\,, \tag{1}$$

где 1, 2 и 3 принимают значения x, y или z.

Тогда (1) можно представить в виде

$$\frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial y} = 0\,. \tag{2}$$

В рамках теории упругости возможно использование принципа суперпозиции [1]:

$$\sigma_{xz}(x, y) = \sigma_{xz}^{(1)}(x, y) + \sigma_{xz}^{(2)}(x, y)\,; \tag{3}$$

$$\sigma_{yz}(x,y)=\sigma_{yz}^{(1)}(x,y)+\sigma_{yz}^{(2)}(x,y), \qquad (4)$$

где $\sigma_{xz}^{(1)}(x,y)$, $\sigma_{yz}^{(1)}(x,y)$ и $\sigma_{xz}^{(2)}(x,y)$, $\sigma_{yz}^{(2)}(x,y)$ – сдвиговые компоненты тензора напряжений, обусловленных первой и второй границей двойника соответственно.

В (3) и (4), согласно [1]

$$\sigma_{xz}^{(1)}(x,y)=\int_0^L\sqrt{1+(f_1'(x_0))^2}\,\rho_1(x_0)\sigma_{xz}^{(1,0)}(x,y,x_0)dx_0\,; \qquad (5)$$

$$\sigma_{yz}^{(1)}(x,y)=\int_0^L\sqrt{1+(f_1'(x_0))^2}\,\rho_1(x_0)\sigma_{yz}^{(1,0)}(x,y,x_0)dx_0\,; \qquad (6)$$

$$\sigma_{xz}^{(2)}(x,y)=\int_0^L\sqrt{1+(f_2'(x_0))^2}\,\rho_2(x_0)\sigma_{xz}^{(2,0)}(x,y,x_0)dx_0\,; \qquad (7)$$

$$\sigma_{yz}^{(2)}(x,y)=\int_0^L\sqrt{1+(f_2'(x_0))^2}\,\rho_2(x_0)\sigma_{yz}^{(2,0)}(x,y,x_0)dx_0\,. \qquad (8)$$

Здесь L – длина двойника; f1(x0) и f2(x0) – функции, описывающие форму границ двойника; $\rho_1(x_0)$ и $\rho_2(x_0)$ – плотности двойникующих дислокаций на двойниковых границах; x_0 – параметр интегрирования;

$$\sigma_{xz}^{(1,0)}(x,y,x_0)=-\frac{\mu b_{\text{в}}}{2\pi}\frac{y-f_1(x_0)}{(x-x_0)^2+(y-f_1(x_0))^2}\,;$$

$$\sigma_{yz}^{(1,0)}(x,y,x_0)=\frac{\mu b_{\text{в}}}{2\pi}\frac{x-x_0}{(x-x_0)^2+(y-f_1(x_0))^2}\,;$$

$$\sigma_{xz}^{(2,0)}(x,y,x_0)=-\frac{\mu b_{\text{в}}}{2\pi}\frac{y-f_2(x_0)}{(x-x_0)^2+(y-f_2(x_0))^2}\,;$$

$$\sigma_{yz}^{(2,0)}(x,y,x_0)=\frac{\mu b_{\text{в}}}{2\pi}\frac{x-x_0}{(x-x_0)^2+(y-f_2(x_0))^2}\,,$$

где $b_{\text{в}}$ – модуль винтовой составляющей вектора Бюргерса двойникующей дислокации; μ – модуль сдвига.

Учитывая (3) и (4), (2) можно записать в виде

$$\frac{\partial(\sigma_{xz}^{(1)}+\sigma_{xz}^{(2)})}{\partial x}+\frac{\partial(\sigma_{yz}^{(1)}+\sigma_{yz}^{(2)})}{\partial y}=0. \qquad (9)$$

Проверка выполнения условия равновесия. Подставляя (5) - (8) в (9), получим

$$\frac{\partial}{\partial x}\int_0^L\sqrt{1+(f_1'(x_0))^2}\,\rho_1(x_0)\sigma_{xz}^{(1,0)}(x,y,x_0)dx_0+$$

$$+\frac{\partial}{\partial x}\int_0^L\sqrt{1+(f_2'(x_0))^2}\,\rho_2(x_0)\sigma_{xz}^{(2,0)}(x,y,x_0)dx_0+$$

$$+\frac{\partial}{\partial y}\int_0^L\sqrt{1+(f_1'(x_0))^2}\,\rho_1(x_0)\sigma_{yz}^{(1,0)}(x,y,x_0)dx_0+$$

$$+\frac{\partial}{\partial y}\int_0^L\sqrt{1+(f_2'(x_0))^2}\,\rho_2(x_0)\sigma_{\mathrm{yz}}^{(2,0)}(x,y,x_0)dx_0=0. \qquad (10)$$

По правилу дифференцирования определенного интеграла по параметру [7] из (10) получим

$$\int_0^L\sqrt{1+(f_1'(x_0))^2}\,\rho_1(x_0)\frac{\partial\sigma_{xz}^{(1,0)}(x,y,x_0)}{\partial x}dx_0+$$

$$+\int_0^L\sqrt{1+(f_2'(x_0))^2}\,\rho_2(x_0)\frac{\partial\sigma_{xz}^{(2,0)}(x,y,x_0)}{\partial x}dx_0+$$

$$+\int_0^L\sqrt{1+(f_1'(x_0))^2}\,\rho_1(x_0)\frac{\partial\sigma_{yz}^{(1,0)}(x,y,x_0)}{\partial y}dx_0+$$

$$+\int_0^L\sqrt{1+(f_2'(x_0))^2}\,\rho_2(x_0)\frac{\partial\sigma_{yz}^{(2,0)}(x,y,x_0)}{\partial y}dx_0=0\,. \qquad (11)$$

В более компактной форме (11) примет вид

$$\int_0^L \sqrt{1+(f_1'(x_0))^2}\,\rho_1(x_0)\left[\frac{\partial\sigma_{xz}^{(1,0)}(x,y,x_0)}{\partial x}+\frac{\partial\sigma_{yz}^{(1,0)}(x,y,x_0)}{\partial y}\right]dx_0 +$$

$$+\int_0^L \sqrt{1+(f_2'(x_0))^2}\,\rho_2(x_0)\left[\frac{\partial\sigma_{xz}^{(2,0)}(x,y,x_0)}{\partial x}+\frac{\partial\sigma_{yz}^{(2,0)}(x,y,x_0)}{\partial y}\right]dx_0 = 0. \tag{12}$$

Подставляя в (12) следующие соотношения

$$\frac{\partial\sigma_{xz}^{(1,0)}}{\partial x}=\frac{\mu b_в}{\pi}\frac{(x-x_0)(y-f_1(x_0))}{(x-x_0)^2+(y-f_1(x_0))^2}, \tag{13}$$

$$\frac{\partial\sigma_{xz}^{(2,0)}}{\partial x}=\frac{\mu b_в}{\pi}\frac{(x-x_0)(y-f_2(x_0))}{(x-x_0)^2+(y-f_2(x_0))^2}, \tag{14}$$

$$\frac{\partial\sigma_{yz}^{(1,0)}}{\partial y}=-\frac{\mu b_в}{\pi}\frac{(x-x_0)(y-f_1(x_0))}{(x-x_0)^2+(y-f_1(x_0))^2}, \tag{15}$$

$$\frac{\partial\sigma_{yz}^{(2,0)}}{\partial y}=-\frac{\mu b_в}{\pi}\frac{(x-x_0)(y-f_2(x_0))}{(x-x_0)^2+(y-f_2(x_0))^2} \tag{16}$$

и учитывая

$$\frac{\partial\sigma_{xz}^{(1,0)}(x,y,x_0)}{\partial x}+\frac{\partial\sigma_{yz}^{(1,0)}(x,y,x_0)}{\partial y}=$$

$$=\frac{\mu b_в}{\pi}\left[\frac{(x-x_0)(y-f_1(x_0))}{(x-x_0)^2+(y-f_1(x_0))^2}-\frac{(x-x_0)(y-f_1(x_0))}{(x-x_0)^2+(y-f_1(x_0))^2}\right]=0, \tag{17}$$

$$\frac{\partial\sigma_{xz}^{(2,0)}(x,y,x_0)}{\partial x}+\frac{\partial\sigma_{yz}^{(2,0)}(x,y,x_0)}{\partial y}=$$

$$=\frac{\mu b_в}{\pi}\left[\frac{(x-x_0)(y-f_2(x_0))}{(x-x_0)^2+(y-f_2(x_0))^2}-\frac{(x-x_0)(y-f_2(x_0))}{(x-x_0)^2+(y-f_2(x_0))^2}\right]=0, \tag{18}$$

получим тождество $0+0\equiv 0$. Что и требовалось доказать.

Заключение. Таким образом, показано выполнение условия равновесия твердого тела с остаточным деформационным двойником в случае плосконапряженного состояния при отсутствии внешних сил.

ЛИТЕРАТУРА

1. Остриков, О.М. Механика двойникования твердых тел / О.М. Остриков. – Монография. – Гомель: Учреждение образования «Гомельский государственный технический университет имени П.О. Сухого», 2008. – 301 с.

2. Tellinen, J. Basic properties of magnetic shape memory actuators / J. Tellinen, I. Suorsa, A. Jääskeläinen, I. Aaltio, K. Ullakko // AdaptaMat Ltd., Helsinki. Published in 8th Int. Conf. “Actuator 2002”, Germany. – 2002. – P. 4.

3. Chernenko, V.A. Giant two-way shape memory effect in high-tenperature Ni-Mn-Ga single crystal / V.A. Chernenko, E. Villa, S. Besseghini, J.M. Barandiaran // 3rd Int. Symposium on Shape Mem. Mat. Smart Systems. – 2010. – P. 94–98.

4. Классен-Неклюдова, М.В. Механическое двойникование кристаллов / М.В. Классен-Неклюдова // Москва: АН СССР. – 1960. – С. 262.

5. Волчков, Ю.М. Механика деформируемого твердого тела (теория пластичности) / Ю.М. Волчков. – Новосибирск: НГУ, 2009. – 80 с.

6. Астафьев, В.И. Нелинейная механика разрушения / В.И. Астафьев, Ю.Н. Радаев, Л.В. Степанова // Самара: Изд-во «Самарский университет». – 2001. – 562 с.

7. Корн, Г. Справочник по математике. Для научных работников и инженеров / Г. Корн, Т. Корн // М.: Наука. – 1973. – 832 с.

УДК 60.001.11:531.8

Кудин В.В., Авсиевич А.М., Довнар С.С., Качанов И.В.

КРИТЕРИИ ДИНАМИЧЕСКОГО КАЧЕСТВА СЛОЖНОСОСТАВНЫХ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ И ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ ИХ ПАРАМЕТРЫ

Белорусский национальный технический университет,

Минск, Беларусь

Представлены общие подходы к созданию структурной схемы и динамической модели сложносоставной технологической системы, объединяющей в себе элементы, обладающие различными свойствами и характеристиками. Рассмотрены критерии и факторы, определяющие надежность систем с точки зрения вибробезопасности. Показано, что обеспечение надежности и безопасности сложносоставных систем сводится к управлению инерциоными, жесткостными и диссипативными параметрами их элементов.

Понятие динамического качества систем и оборудования включает в себя комплексную оценку не только функциональных и потребительских свойств отдельных механизмов, устройств, подсистем, изделия или технологической системы, но и комплексных технологических и эксплуатационных их свойств с учетом влияния параметров внешней окружающей среды. При этом к оцениваемым параметрам отдельных элементов или системы в целом следует отнести кинематические характеристики, мощностные затраты, быстродействие, производительность, параметры, характеризующие колебательные процессы на различных технологических режимах работы. Комплексными характеристиками системы являются надежность, долговечность, ремонтопригодность, и, главное, стабильность показателей качества работы или реализуемого технологического процесса.

Весь перечисленный комплекс параметров динамического качества сложносоставных систем и оборудования может быть решен в рамках системного анализа [1].

Таким образом, сложносоставную систему или оборудование на любом уровне представляют сложные гетерогенные системы [2], различные части которых функционируют, используя различные физические законы, и обладают различными свойствами. Соединение двух разнородных систем в единую может приводить к двум прямо противоположным результатам. По разным критериям система может оказаться хуже или лучше, чем ее отдельные элементы и подсистемы.