Очевидно, что повышение точности сборки может быть осуществлено ужесточением допусков на изготовление комплектующих деталей либо применением дополнительных сборочных операций. На этапе сборки следует подобрать шлицевую втулку и шлицевой конец так, чтобы значение зазора было оптимальным, что потребует значительных затрат времени. Добиться требуемого зазора можно разбиением сопрягаемых деталей на определенное количество размерных групп, т.е. провести групповую сборку. Таким образом можно минимизировать возможность появления в шлицевом соединении критических нагрузок, которые могут привести к остаточным деформациям и разрушению деталей.

Литература

1. Анухин, В.И. Допуски и посадки. Учебное пособие. 5-е изд. – СПб.: Питер, 2012. – 256 с.: ил.
2. Корсаков, В.С. Сборка и монтаж изделий машиностроения: Справочник / под ред. В.С.Корсакова. – М.: Машиностроение, 1983. – 480 с.
3. Новиков, М.П. Основы технологии сборки машин и механизмов / М.П. Новиков. – М.: Машиностроение, 1980. – 592 с.
4. Левин, Г.М. Декомпозиционные методы оптимизации проектных решений / Г.М. Левин, В.С. Танаев. – Мн., «Наука и техника», 1978. – 240 с.

К.Д. Поляков (ГГТУ имени П.О. Сухого, Гомель)
Науч. рук. **В.Ю. Гавриш,** ст. преподаватель

ВЫЧИСЛЕНИЕ ПЕТЕЛЕВЫХ ИНТЕГРАЛОВ В *d*-ИЗМЕРЕНИЯХ

Введение. Хорошо известно, что вычисление квантово-полевых амплитуд в высших порядках теории возмущений сводится к вычислению петлевых интегралов с последующей процедурой перенормировки массы и заряда частиц. Из наиболее известных подходов по вычислению петлевых интегралов, в так называемых ультрафиолетовых областях, следует отметить процедуру регуляризации Паули-Виларса [1], сведение к мастер-интегралам методом Ткачёва и Четыркина [2] и др.

Данная работа посвящена, по мнению авторов, наиболее рациональному методу расчета петлевых интегралов – методу размерной регуляризации [3], в котором осуществляется аналитическое продолжение к нецелым размерностям пространства. Поскольку изложение всех методов достаточно громоздко, зададимся целью продемонстрировать технику расчета методом размерной регуляризации в простейшем случае скалярного интеграла.

Постановка задачи. Простейший случай расходящегося в верхнем пределе интеграла имеет вид

$$I=\int\frac{d^4q}{(2\pi)^4}\frac{1}{(q^2-C)^2} \tag{1}$$

где $q=(q^0,\vec{q})$, а пределы интегрирования, для краткости, опущены. Для вычисления данного интеграла, расходящегося логарифмически, перейдем к d – мерному пространству времени, в котором

$$q=(q^0,|\vec{q}|,\varphi,\theta_1,\theta_2,...) \tag{2}$$

и, соответственно, выражение (1) примет вид:

$$I=\int\frac{d^dq}{(2\pi)^d}\frac{1}{(q^2-C)^\alpha}=\int\frac{d^{d-1}q}{(2\pi)^d}\int dq^0\frac{1}{((q^0)^2-|\vec{q}|^2-C)^\alpha}. \tag{3}$$

Вычисление интеграла (3) будем проводить после поворота Вика [1]

$$q^0\to iq_E^0,\qquad \int dq^0\to i\int dq_E^0, \tag{4}$$

в результате которого $q^2=-q_E^2$, а выражение (3), соответственно, примет вид

$$I=i(-1)^{-\alpha}\int\frac{d^dq_E}{(2\pi)^d}\frac{1}{(q_E{}^2+C)^\alpha}. \tag{5}$$

Дальнейшая процедура вычисления связана с интегрированием по сферическим координатам и сведению выражения (5) к табличному интегралу, что мы и продемонстрируем.

Интегрирование по телесному углу. В выражении (5) интегрирование по $d-$мерному пространству можно представить в виде

$$\int d^dq_E=\int d\bar{q}\ \bar{q}^{d-1}\ d\Omega_{d-1}, \tag{6}$$

где $\bar{q}=\sqrt{(q_E^0)^2+|\vec{q}|^2}$ $-$модуль вектора q_E, а $d\Omega_{d-1}$ $-$элемент телесного угла. Для вычисление последнего воспользуемся следующим трюком: известно, что

$$\int e^{-x^2}dx=\frac{\sqrt{\pi}}{2}. \tag{7}$$

Переходя к $d-$мерному интегрированию из выражения (7) получаем

$$\int e^{-(x_1^2+x_2^2+...+x_d^2)}dx_1dx_2...dx_d=\frac{\pi^{\frac{d}{2}}}{2}, \tag{8}$$

или, с учетом того, что

$$|\vec{r}|=\sqrt{x_1^2+x_2^2+...+x_d^2},\quad dx_1dx_2...dx_d=|\vec{r}|^{d-1}\,d|\vec{r}|\,d\Omega_{d-1} \tag{9}$$

из выражения (8) получаем

$$\int e^{-|\vec{r}|^2}\,|\vec{r}\,|^{d-1}\,d\,|\vec{r}\,|\,d\Omega_{d-1}=\frac{\pi^{\frac{d}{2}}}{2},\qquad(10)$$

откуда

$$\int d\Omega_{d-1}=2\frac{\pi^{\frac{d}{2}}}{\Gamma\left(\frac{d}{2}\right)},\qquad(11)$$

где $\Gamma(z)$ – гамма-функция Эйлера.

Вычисление петлевого интеграла. Оставшуюся часть интеграла (5) вычислим путем сведения к табличному: используя интегральное представление B – функции Эйлера

$$\mathrm{B}(n,m)=\frac{\Gamma(n)\Gamma(m)}{\Gamma(n+m)}=\int dt\ \frac{t^{n-1}}{(1+t)^{n+m}}\qquad(12)$$

или, вводя переменную $t=s^a\!\big/\!M^a$, из соотношения (12) получаем

$$\int\frac{ds^a}{M^a}\left(\frac{s}{M}\right)^{a(n-1)}\frac{M^{a(n+m)}}{(s^a+M^a)^{n+m}}=\int\frac{a\,s^{a-1}ds}{M^a}\left(\frac{s}{M}\right)^{a(n-1)}\frac{M^{a(n+m)}}{(s^a+M^a)^{n+m}}=$$

$$=a\,M^{a\,m}\int ds\frac{s^{a\,n-1}}{(s^a+M^a)^{n+m}}.\qquad(13)$$

Переобозначив $x=a\,n-1,\ y=n+m$ окончательно получаем:

$$\int ds\frac{s^x}{(s^a+M^a)^y}=\frac{1}{a\,M^{ay-x-1}}\frac{\Gamma\left(\frac{1+x}{a}\right)\Gamma\left(\frac{ay-x-1}{a}\right)}{\Gamma(y)}.\qquad(14)$$

С учетом выражений (11) и (14) для интеграла (5) окончательно имеем [4]:

$$I=i(-1)^{-\alpha}\int\frac{d^dq_E}{(2\pi)^d}\frac{1}{(q^2+C)^\alpha}=i\frac{(-1)^{-\alpha}}{(2\pi)^d}\int d\Omega_{d-1}\int d\overline{q}\ \frac{\overline{q}^{\,d-1}}{(\overline{q}^{\,2}+C)^\alpha}=$$

$$=i\frac{(-1)^{-\alpha}}{(2\pi)^d}\frac{2\pi^{\frac{d}{2}}}{\Gamma\left(\frac{d}{2}\right)}\int d\overline{q}\ \frac{\overline{q}^{\,d-1}}{(\overline{q}^{\,2}+C)^\alpha}=i\frac{(-1)^{-\alpha}}{(2\pi)^d}\pi^{\frac{d}{2}}\frac{\Gamma\left(-\frac{d}{2}+\alpha\right)}{\Gamma(\alpha)}C^{\frac{d}{2}-\alpha}.\qquad(15)$$

Анализ формулы (15) показывает, что в частном случае интеграла типа (1) для $d=4$ и $\alpha=2$ получаем расходящийся интеграл, дальнейший расчет которого связан с разложением гамма-функции Эйлера вблизи полюсов и использованием постоянной Эйлера – Маскерони; данная процедура достаточно громоздка, поэтому в данной работе проводится не будет.

Заключение. В работе была продемонстрирована процедура расчета петлевых интегралов методом размерной регуляризации, которая, по сути, является простым сведением интегралов к табличным.

Анализ полученных выражений показывает, что расходимость в таком подходе обусловлена наличием полюсов у гамма-функции Эйлера.

Литература

1. Пескин, М.Е., Шрёдер, Д.В. Введение в квантовую теорию поля / М.Е. Пескин, Д. В. Шрёдер. – Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотичная динамика», 2001. – 784 с.

2. Smirnov, A. V., Petukhov, A. V. The number of master integrals is finite / A.V. Smirnov, A. V. Petukhov. – Lett. Math. Phys. – Vol. № 97, 2011. – p. 37–44.

3. Казаков, Д.И. Радиационные поправки, расходимости, регуляризация / Д.И. Казаков. – ОИЯИ – Дубна, 2008. – 93 с.

4. Jorge C. Romao. Modern techniques for one-loop calculation / Romao, J.C. – Departamento de Fisica, Instituto Superior Tecnico, Portugal, 2004. – 81 p.

М.А. Ревенок (ГГУ имени Ф.Скорины, Гомель)
Науч. рук. **О.М. Дерюжкова**, канд. физ.-мат. наук, доцент

ВЕБ-РЕСУРС «МОДЕЛИ АТОМНЫХ ЯДЕР»

Веб-ресурс (веб-сайт) «Модели атомных ядер» – это набор страниц, которые планируется разместить на сайте факультета физики и информационных технологий (http://gsu.by/physfac). Веб-ресурс включает в себя как текстовую, так и графическую информацию. Страницы веб-сайта являются статическими. Для написания сайта использовалась среда HTML. Возможности редактирования в HTML позволяют быстро и легко создавать страницы сайта. HTML сама по себе очень удобная и доступная среда для написания сайтов, в ней достаточно просто самостоятельно разобраться и работать. В нашем случае, за основу сайта взят самый простой код для создания нескольких страниц, на которых и будет размещаться вся необходимая информация по моделям атомных ядер. На рисунке 1 представлен HTML-код главной страницы сайта «Модели атомных ядер».