Доклады Академии Наук СССР
1949. Том LXIX, № 2

ФИЗИКА

В. Л. ГИНЗБУРГ

ТЕОРИЯ СВЕРХТЕКУЧЕСТИ И КРИТИЧЕСКАЯ СКОРОСТЬ ГЕЛИЯ II

(Представлено академиком М. А. Леонтовичем 15 IX 1949)

Теория сверхтекучести гелия II, развитая Л. Д. Ландау ([1,2]) (обзор ([3])), хорошо объясняет почти все экспериментальные факты, относящиеся к He II. Имеется, однако, одно очень важное явление, а именно существование критической скорости ([4–12]) для сверхтекучего течения He II, количественно объяснить которое теория не в состоянии.

Это обстоятельство, если оно будет подтверждено новыми экспериментами, в совокупности с рядом соображений, изложенных ниже, указывает, как нам кажется, на необходимость внесения в теорию, точнее, в ее микроскопическую часть, существенных изменений.

В настоящее время накопился уже довольно значительный экспериментальный материал ([4–12]), позволяющий, хотя и ненадежно, судить о значении критической скорости и ее зависимости от ширины щели и температуры.

При ширине щели от $d=5\cdot 10^{-6}$ до 10^{-3} см критическое значение скорости сверхтекучей части жидкости v_c слабо зависит от температуры и примерно пропорционально $1/d$, так что ([10])

$$v_c d \sim 10^{-3} \text{ см}^2/\text{сек}. \tag{1}$$

Вопрос, разумеется, нуждается в дальнейшем экспериментальном исследовании, но сейчас вряд ли можно выбрать какое либо эмпирическое выражение, лучше отвечающее опыту, чем соотношение (1).

Вместе с тем теория Ландау приводит к значениям v_c, превышающим измеренные на 2 и иногда 3 порядка. Имея в виду цели дальнейшего изложения, остановимся на этом вопросе несколько подробнее.

Явление сверхтекучести состоит в том, что сверхтекучая часть He II, а при $T\to 0$ весь гелий может течь в трубке или щели без трения, перемещаясь, насколько известно, как целое (т. е. с постоянной по сечению скоростью). Другими словами, в отличие от обычных жидкостей, тангенциальная составляющая скорости сверхтекучей части He II у стенки не равна нулю. Вместе с тем атомы гелия, насколько известно, всегда прилипают к стенке. Поэтому сам факт сверхтекучести, повидимому, тесно связан с образованием некоторого гидродинамического тангенциального разрыва скорости у стенки. Смысл доказательства возможности сверхтекучести гелия при $T=0$, приводимого в ([1]), состоит в установлении условий механической устойчивости указанного разрыва. Именно, если допустить, что гелий может двигаться по трубке как целое со скоростью $\mathbf{v}$, то в нем не может возникнуть никаких „элементарных возбуждений", если

$$\varepsilon(p) \geqslant \mathbf{vp}, \tag{2}$$

где $\varepsilon(p)$ — энергия возбуждения с импульсом $\mathbf{p}$ (импульс $\mathbf{p}$ измеряется в системе координат, связанной с жидкостью).

Принимая направление оси трубки и скорости $\mathbf{v}$ за ось y, из (2) следует, что возбуждения могут возникать лишь, если $v \geqslant v_c$, где

$$v_c = [\varepsilon(p)/p_y]_{\min} \tag{3}$$

(индекс min указывает, что нужно взять наименьшее значение величины $\varepsilon(p)/p_y$). Если $\varepsilon(p) = p^2/2\mu$, то, полагая $p = p_y$, ясно, что $v_c = 0$ и сверхтекучесть невозможна.

Поэтому в теории Ландау предположено, что при малых p возбуждения носят только фононный характер, т. е. $\varepsilon(p) = cp$, где c — скорость обычного звука в He II; при больших p на кривой $\varepsilon(p)$ имеется минимум, вблизи которого $\varepsilon = \Delta + \frac{(p-p_0)^2}{2\mu}$ (рис. 1, сплошная кривая). Для такого спектра

$$v_c = \frac{1}{\mu}\left(\sqrt{2\mu\Delta + p_0^2} - p_0\right) \simeq 6\cdot10^3 \text{ см/сек.}, \tag{4}$$

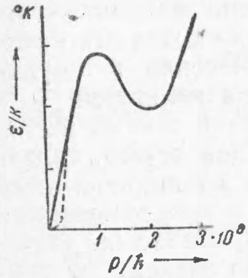

Рис. 1

где переход к численному значению сделан на основании использования принятых в теории значений: $\Delta/k = 9{,}6°$, $p/\hbar = 1{,}95\cdot10^8$ см$^{-1}$ и $\mu = 0{,}75\ m_{\text{He}}$ [2,3].

Значение $v_c = 6\cdot10^3$, не зависящее от d, не имеет ничего общего с опытными данными.

Скорость v_c, определяемая согласно (3), указывает на границу механической устойчивости сверхтекучести. К вопросу можно подойти и термодинамически [13]. Именно, в He II в силу наличия двух скоростей (скорости сверхтекучей части v_s и скорости нормальной части v_n) часть кинетической энергии движения жидкости может переходить в тепло без нарушения закона сохранения импульса. Эта часть энергии равна $\frac{\rho_s\rho_n}{2\rho}(\mathbf{v}_s - \mathbf{v}_n)^2$, где $\rho = \rho_s + \rho_n$, ρ_s — плотность сверхтекучей части и ρ_n — плотность нормальной части жидкости.

Если вблизи λ-точки, в которой имеет место фазовый переход 2-го рода, можно воспользоваться общей теорией таких переходов [14], то термодинамический потенциал $\Phi_{\text{He II}}$ запишется в виде:

$$\Phi_{\text{He II}} = \Phi_{\text{He I}} + \alpha\rho_s + \frac{\beta}{2}\rho_s^2 + \frac{\rho_s v_s^2}{2}, \tag{5}$$

где $\alpha = (d\alpha/dT)_\lambda (T - T_\lambda)$ и $\beta_\lambda > 0$ (кроме того, в (5) учтено, что вблизи λ-точки $\rho_s \ll \rho_n \simeq \rho$, и для простоты положено $v_n = 0$). Тогда в состоянии равновесия в He II

$$\rho_s = \frac{|\alpha|}{\beta} - \frac{v_s^2}{2\beta} = \left(\frac{d\alpha}{dT}\right)_\lambda \frac{T_\lambda - T}{\beta_\lambda} - \frac{v_s^2}{2\beta_\lambda} =$$

$$= \rho_{s0} - \frac{v_s^2}{2\beta_\lambda} = \rho_{s0} - \frac{(d\rho_{s0}/dT)_\lambda^2\, T_\lambda\, v_s^2}{2\Delta c_\lambda}, \tag{6}$$

так как скачок теплоемкости в λ тоже равен $\Delta c_\lambda = \frac{T_\lambda}{\beta_\lambda}\left(\frac{d\alpha}{dT}\right)^2_\lambda$. Из (6) ясно, что при некоторой скорости v_{ct} сверхтекучесть исчезает, так как $\rho_s = 0$; при этом

$$v_{ct}^2 = \frac{2\rho_{s0}\,\Delta c_\lambda}{|d\rho_{s0}/dT|_\lambda T_\lambda} = \frac{2\Delta c_\lambda\,(T_\lambda - T)}{|d\rho_{s0}/dT|_\lambda T_\lambda}. \tag{7}$$

Нужно, однако, иметь в виду, что при $T < T_\lambda$ фазовый переход в обычном смысле не может иметь места, так как после исчезновения скорости v_s фаза He II сразу опять становится стабильной. Поэтому при $v_s > v_{ct}$ должно возникать какое-то неравновесное нестационарное состояние. Если не говорить о температурах, очень близких к T_λ, значения v_{ct} порядка v_c по формуле (4) и на $1 \div 3$ порядка больше экспериментальных значений критической скорости, не говоря уже о том, что v_{ct} не зависит от d (так, при $\Delta c_\lambda = 2$ кал/град., $T_\lambda = 2{,}19°$, $T_\lambda - T = 0{,}1°$ и $|d\rho_{s0}/dT|_\lambda = 0{,}25$ $v_{ct} \simeq 2\cdot 10^3$ см/сек.).

Целью настоящей статьи является указать на возможность весьма простого и, как нам кажется, убедительного объяснения соотношения (1). Дело в том, что если учесть ограниченность объема He II, то утверждение о том, что зависимость $\varepsilon(p) = p^2/2\mu$ приводит к невозможности существования сверхтекучести, верно лишь в рамках классической теории.

Действительно, рассмотрим движение He II при низкой температуре в щели с шириной d. Тогда, согласно (3), $v_c = \left[\frac{p_y^2 + p_z^2}{2\mu p_y}\right]_{\min}$, где ось z направлена перпендикулярно щели (по оси x щель не ограничена). Рассматривая возбуждение квантово и принимая, что средний квадрат его импульса по оси z минимален, мы видим, что $\overline{p_z^2} = \frac{\pi^2\hbar^2}{d^2}$, ($\Psi$ — функция возбуждения, рассматриваемого как свободная частица с массой μ, предполагается обращающейся в нуль на границах щели, что является, конечно, дополнительным предположением).

Более точно можно сказать, что $\varepsilon(p) = \frac{p_y^2}{2\mu} + \frac{\pi^2\hbar^2}{2\mu d^2}$ и, следовательно,

$$v_c = \left[\frac{p_y^2}{2\mu} + \frac{\pi^2\hbar^2}{2\mu d^2 p_y}\right]_{\min}, \text{ т. е.}$$

$$v_c d = \frac{\pi\hbar}{\mu} = \frac{5{,}0\cdot 10^{-4}}{(\mu/m_{\text{He}})} \text{ см}^2/\text{сек.}, \tag{8}$$

так как минимум написанного выше выражения достигается при $p_y = \pi\hbar/d$ (величина p_y, очевидно, произвольна, так как щель считается бесконечно длинной; в (8) $\hbar = 1{,}05\cdot 10^{-27}$ и $m_{\text{He}} = 6{,}7\cdot 10^{-24}$ — масса атома гелия). Если вместо щели имеется круглый капилляр, то в формуле (8) нужно заменить d на радиус капилляра r и вместо π стоит множитель 2,4048. Из (1) следует, что $\mu \sim m_{\text{He}}$, как этого и нужно ожидать *.

* Заметим, что, применяя аналогичные соображения к сверхпроводимости, где роль d играет глубина проникновения магнитного поля $\delta \sim 10^{-5}$ и $m \sim 10^{-27}$, получаем $v_c \sim \pi\hbar/m\delta \sim 10^5$ см/сек.; это значение по порядку величины совпадает с максимальной скоростью „сверхпроводящей жидкости", достигаемой при критическом магнитном поле (см. ([15])).

Таким образом, если учесть квантовый эффект (т. е. учесть нулевую энергию), то сверхтекучее течение будет устойчиво и при $\varepsilon(p) = p^2/2\mu$. Поскольку получаемая на основе этого последнего предположения формула (8), повидимому, находится в согласии с опытом, предполагать ([1–3]), что при малых p имеются одни фононы, не только нет общих оснований, но и, повидимому, нельзя.

Разумеется, формула (8) может быть справедлива лишь при достаточно низкой температуре, так как вблизи λ-точки понятие о газе „возбуждений" становится непригодным. Заметим также, что при низкой температуре критической является скорость сверхтекучей части He II v_s относительно стенок, а не, например, разность $v_s - v_n$.

Спектр возбуждений, изображенный на рис. 1 (сплошная линия), подобран ([2,3]) так, чтобы получались правильные значения термодинамических величин. Однако с этой точки зрения изменение кривой $\varepsilon(p)$, указанное на рис. 1 пунктиром, вполне допустимо, если область справедливости закона $\varepsilon(p) = p^2/2\mu$ достаточно мала. Подобное изменение представляется тем не менее неудовлетворительным, так как противоречит возможности существования в He II длинных звуковых волн. Поэтому может быть, в согласии с первоначальной идеей Л. Д. Ландау ([1]), имеются два типа возбуждений, один из которых при малых p отвечает фононам, а другой (тоже при малых p) — частицам с энергией $p^2/2\mu$.

Другая возможность, кажущаяся нам более привлекательной, состоит в том, что возбуждения типа $\varepsilon(p) = p^2/2\mu$ присутствуют только вблизи поверхности гелия, т. е. отвечают каким-то поверхностным движениям. При измерении термодинамических величин в достаточно большом объеме гелия эти возбуждения не будут играть роли, и для соответствующих вычислений можно пользоваться спектром рис. 1 (сплошная кривая). Если это предположение справедливо, то, например, значения ρ_s и ρ_n в щелях и вообще в малых объемах могут заметно отличаться от значений этих же величин в достаточно большом объеме. Кроме того, в этом случае естественно ожидать отклонений от зависимости $v_c d = \text{const}$ для широких щелей (при очень малом d эти отклонения естественны с любой точки зрения). Впрочем, весь этот круг вопросов тесно связан с проблемой скачка скорости на границе He II с твердой стенкой и остается неясным. Дальнейший прогресс здесь вряд ли возможен без тщательных измерений критической скорости v_c в различных условиях, а также измерения ρ_n/ρ в щелях.

Физический институт им. П. Н. Лебедева
Академии наук СССР

Поступило
29 VIII 1949

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Л. Ландау, Journ. of Phys., **5**, 71 (1941). [2] Л. Ландау, Journ. of Phys., **11**, 91 (1947). [3] Е. Лифшиц, Усп. физ. наук, **34**, 512 (1948). [4] J. G. Daunt and K. Mendelssohn, Proc. Roy. Soc., **170**, 439 (1939). [5] K. R. Atkins, Nature, **161**, 925 (1948). [6] П. Л. Капица, ЖЭТФ, **11**, 581 (1941). [7] W. H. Keesom and G. Duyckaerts, Physica, **13**, 153 (1947). [8] J. H. Mellink, Physica, **13**, 180 (1947). [9] L. Meyer and J. H. Mellink, Physica, **13**, 197 (1947). [10] F. London and P. R. Zilsel, Phys. Rev., **74**, 1148 (1948). [11] A. Bijl, J. de Boer and A. Michels, Physica, **8**, 655 (1941). [12] J. F. Allen and A. D. Misener, Proc. Roy. Soc., **172**, 467 (1939). [13] В. Л. Гинзбург, ЖЭТФ, **14**, 134 (1944). [14] Л. Ландау и Е. Лифшиц, Статистическая физика, § 69, 1943. [15] В. Л. Гинзбург, Journ. of Phys., **11**, 93 (1947).