

Действительный член АН БССР Н. С. АКУЛОВ,  
О. С. ГАЛКИНА и В. И. ИВАНОВСКИЙ

### К ТЕОРИИ ПЕТЕЛЬ ГИСТЕРЕЗИСА

Со времени классических исследований А. Г. Столетова<sup>(1)</sup> вопросом об установлении закономерностей, которым подчиняется ход кривой магнитной проницаемости, занимался ряд исследователей.

Начальная часть кривой Столетова описывается, как известно, формулами Релея

$$\kappa = a \pm bH_m, \quad I_m = aH_m \pm bH_m^2, \quad (1)$$

где  $\kappa$  — восприимчивость,  $H_m$  — величина магнитного поля,  $I_m$  — интенсивность намагничивания,  $a$  и  $b$  — параметры, зависящие от температуры, от величины упругих напряжений и характера обработки материала.

После того как была дана теория кривых намагничивания монокристаллов и поликристаллов ((<sup>2</sup>), гл. III), было показано, что в области сильных полей для недеформированных поликристаллов кривая Столетова описывается следующим законом приближения к насыщению ((<sup>2</sup>), гл. IV):

$$\frac{dI}{dH} = \kappa_p + \frac{B}{H^3}. \quad (2)$$

Современные представления о проникновении процессов продольной и поперечной инверсии, а также процесса вращения показывают, что кривая Столетова в первом приближении не должна содержать особых точек, где первая производная может испытывать разрыв\*, вследствие этого соотношения (1) и (2) могут быть обобщены на основании формул Тейлора и Лорана. Мы получаем, таким образом:

$$\frac{dI}{dH} = \kappa_p + \frac{A}{H^2} + \frac{B}{H^3} + \frac{C}{H^4} + \dots, \quad (3)$$

$$I_m = aH_m + bH_m^2 + cH_m^3 + \dots \quad (4)$$

Коэффициенты ряда (3) могут быть найдены на основе теории Акулова и Брауна, теоретическое обоснование первых двух коэффициентов ряда (4) (формулы Релея) дано теорией Прейзаха<sup>(3)</sup>, уточненной и развитой далее Е. И. Кондорским<sup>(4)</sup>, а также Т. А. Елкиной<sup>(5)</sup>.

Что касается восходящей и нисходящей ветвей петли гистерезиса, то для слабых полей Релеем были получены следующие эмпирические формулы:

\* То, что в отдельных случаях такие точки возможны, показывает, например, анализ хода кривых намагничивания для монокристаллов с положительной константой анизотропии, при намагничении параллельно диагонали куба (так называемые „пики Герлаха“).

$$I^+ = I_m - a(H_m - H) - \frac{b}{2}(H_m - H)^2, \quad (5)$$

$$I^- = I_m - a(H_m - H) + \frac{b}{2}(H_m - H)^2,$$

где  $I^+$  — нисходящая ветвь,  $I^-$  — восходящая ветвь,  $I_m$  и  $H_m$  — координаты вершин петли, а  $I$  и  $H$  — координаты точек на нисходящей и восходящей ветвях соответственно.

Применяя разложение в ряд Тейлора по степеням разности  $(H_m - H)$ , мы получаем следующие более общие выражения для нисходящей и восходящей ветвей петли:

$$I^+ = \alpha_0 - \alpha_1(H_m - H) - \alpha_2(H_m - H)^2 - \alpha_3(H_m - H)^3 - \dots, \quad (6)$$

$$I^- = \beta_0 - \beta_1(H_m - H) - \beta_2(H_m - H)^2 - \beta_3(H_m - H)^3 - \dots \quad (7)$$

Между входящими сюда коэффициентами может быть установлена связь. Для получения этой связи мы должны учесть, что каждой точке на восходящей ветви соответствует симметричная относительно центра петли точка на нисходящей ветви. Математически это может быть выражено условием, заключающимся в том, что если мы изменим знак одновременно и у  $I^+$ , и у  $(H_m - H)$ , то мы получим  $I^-$ . Следовательно:

$$I^+ = \alpha_0 - \alpha(H_m - H) - \beta(H_m - H)^2 - \gamma(H_m - H)^3 - \dots, \quad (8)$$

$$I^- = -\alpha_0 - \alpha(H_m - H) + \beta(H_m - H)^2 - \gamma(H_m - H)^3 + \dots, \quad (9)$$

Теперь нам остается установить связь между  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , ..., с одной стороны, и  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ , ..., с другой. С этой целью, полагая в (8)  $H = H_m$ , получим:

$$\alpha_0 = I_m.$$

При  $H = -H_m$  мы найдем:

$$I_m = +\alpha H_m + 2\beta H_m^2 + 4\gamma H_m^3 - \dots \quad (10)$$

Сравнивая почленно (10) и (4), получаем:

$$\alpha = +a, \quad \beta = +\frac{b}{2}, \quad \gamma = +\frac{c}{4}, \dots$$

Следовательно, если кривая намагничения дана уравнением

$$I_m = aH_m + bH_m^2 + cH_m^3 + \dots,$$

то нисходящая и восходящая ветви петли гистерезиса выражаются уравнениями:

$$I^+ = I_m - a(H_m - H) - \frac{b}{2}(H_m - H)^2 - \frac{c}{4}(H_m - H)^3 - \dots, \quad (11)$$

$$I^- = I_m - a(H_m - H) + \frac{b}{2}(H_m - H)^2 - \frac{c}{4}(H_m - H)^3 + \dots,$$

где  $H_m$  и  $I_m$  — координаты вершин восходящей и нисходящей ветвей петли гистерезиса.

В дальнейшем мы будем учитывать первые три члена разложения. Мы покажем, что уже при этих условиях мы получаем возможность описать вид петель гистерезиса в значительно более широкой области, чем область Релея.

Рассчитывая интеграл  $\int_{-H_m}^{+H_m} (I^+ - I^-) dH$ , на основании (11) находим

величину потерь на гистерезис за цикл перемагничивания

$$Q_h = \frac{4}{3} bH_m^3 + 2cH_m^4. \quad (12)$$

Полагая в выражении (11)  $H=0$ , находим для остаточного намагничивания

$$I_r = \frac{b}{2} H_m^2 + \frac{3}{4} c H_m^3. \quad (13)$$

Путем сопоставления формул (12) и (13) мы находим весьма простое и весьма важное соотношение, связывающее величину потерь на гистерезис с величиной остаточного намагничивания

$$Q_h = \frac{8}{3} I_r H_m^*. \quad (14)$$

Для того чтобы провести экспериментальную проверку полученных соотношений, нами были взяты образцы сплава Fe—Co. Измерения проводились на статическом магнитометре системы Акулова—Бозорта.

На рис. 1 дана теоретическая кривая интенсивности намагничивания, вычисленная по формуле (4) ( $a=8,7$ ,  $b=1,33$ ,  $c=0,3$ ). Точками представлены экспериментальные данные. Там же пунктиром проведена релеевская кривая, вычисленная по формуле (1). Мы видим, что учет третьего члена разложения дает возможность охватить значительную часть столетовской области (интервал полей между релеевской областью и максимумом проницаемости).

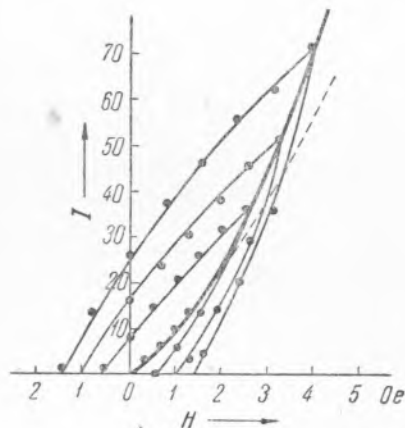


Рис. 1

На том же графике даны кривые восходящих и нисходящих ветвей петель гистерезиса, рассчитанных по формуле (11), и результаты проведенных нами измерений. Если учесть, что для расчета всего семейства кривых потребовалось лишь три эмпирических параметра  $a$ ,  $b$  и  $c$ , то приходится признать весьма важное значение учета дополнительного члена к формулам Релея.

На рис. 2 даны значения потерь на гистерезис, рассчитанные по формуле (14), и экспериментальные данные, полученные нами для указанного сплава. Из графика видно, что учет третьего члена приближения дает возможность охватить область полей значительно более широкую, чем область Релея.

На рис. 3 сопоставлена кривая, рассчитанная по формуле (13), с полученными нами экспериментальными данными для остаточного намагничивания. Из анализа этой кривой мы также видим, насколько важен учет следующего члена приближения.

В литературе иногда высказывалось мнение, что формулы Релея точные, что они не являются первыми двумя членами разложения в ряд. Проведенное здесь исследование, как мы видим, опровергает это мнение. Иными словами, в исследованном нами случае не существует особой точки, отделяющей область Релея от дальнейшего хода столетовской кривой.

Важно отметить, что полученная формула (14) для расчета потерь на гистерезис справедлива не только для случая, когда начальное намагничивание отсутствует, но и для поляризованных магнитных материалов, т. е. когда ферромагнетик находится в пульсирующем

\* Особенно важно отметить, что это соотношение справедливо не только с учетом релеевских членов, но и при учете следующего члена разложения (третьего порядка). Если, однако, мы будем учитывать следующие члены приближения, то это соотношение уже нарушится.

магнитном поле (в этом случае под  $I_r$  понимается остаточная намагниченность частного цикла). Справедливость этого вытекает из того, что для получения указанного соотношения нам пришлось учесть лишь симметричность верхней и нижней ветвей гистерезиса относительно центра петли. Для не слишком больших амплитуд эта симмет-

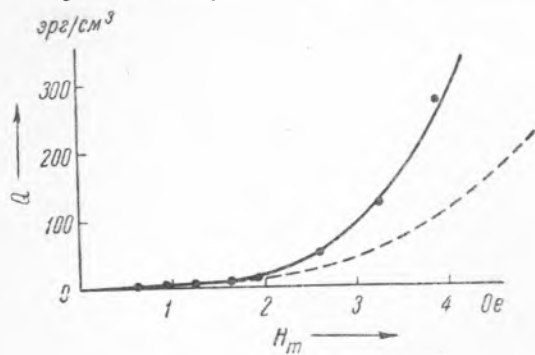


Рис. 2

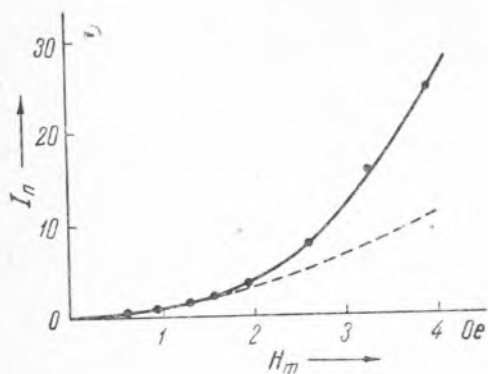


Рис. 3

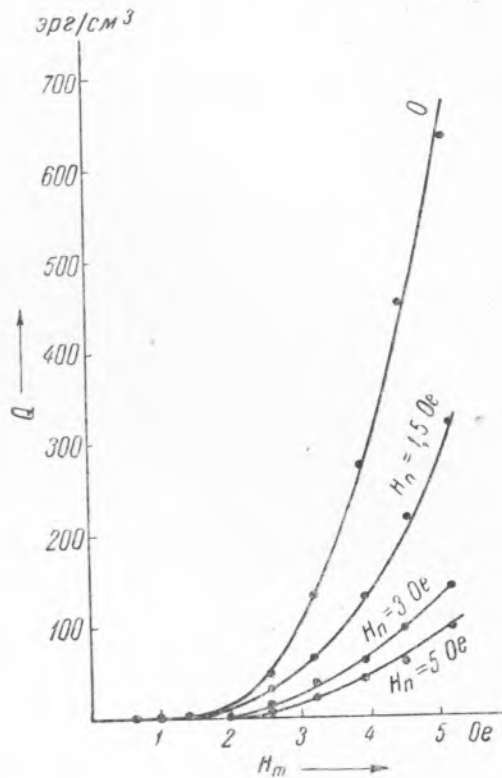


Рис. 4

ричность действительно имеет место. На рис. 4 мы даем кривые величины потерь в функции амплитуды магнитного поля для различных подмагничивающих полей.

Из полученных соотношений (11) и (4) вытекает известная формула

$$I = I_m - 2f\left(\frac{H_m - H}{2}\right),$$

где  $f(H_m)$  — кривая намагничивания. Это соотношение было получено ранее Е. И. Кондорским<sup>(4)</sup> на основе уточнения модели Прейзаха.

Поступило  
16 VIII 1949

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> А. Г. Столетов, Собр. соч., 1, стр. 81, 1939. <sup>2</sup> Н. С. Акулов, Ферромагнетизм, 1939. <sup>3</sup> F. Preisach, Zs.f.Phys., 94, 277 (1935). <sup>4</sup> Е. И. Кондорский, ДАН, 30, 598 (1941). <sup>5</sup> Н. С. Акулов и Т. А. Елкина, ДАН, 59, № 6 (1948).