Доклады Академии Наук СССР
1949. Том LXIX, № 4

АСТРОНОМИЯ

Т. А. АГЕКЯН

К ДИНАМИКЕ ЗВЕЗДНЫХ ПРОХОЖДЕНИЙ СКВОЗЬ ОБЛАКА МЕТЕОРНОЙ МАТЕРИИ

(Представлено академиком О. Ю. Шмидтом 12 X 1949)

1. Рассмотрим звезду, проходящую около метеорно-пылевого облака или сквозь него. Если светимость звезды не превосходит светимости Солнца, то сила притяжения звездой частиц, радиусы которых превосходят $3 \cdot 10^{-5}$ см, будет больше силы светового давления на эти частицы и последней можно пренебречь. Рассмотрим именно такие частицы и обозначим плотность их в единице объема через ρ.

В 1909 г. Нольке (1) и в 1922 г. Море (2) рассмотрели возможность захвата частиц, притягиваемых массивным телом, в результате их неупругих столкновений на оси движения. Однако им не удалось решить задачу количественно. В 1932 г. Н. Д. Моисеев (3), рассмотрев распределение плотностей в облаке с первоначально неподвижными частицами, высказал предположение о малой вероятности столкновений на оси движения. После открытия в Галактике большого числа метеорно-пылевых облаков этот вопрос стал весьма актуальным.

В настоящей работе, в отличие от упомянутых выше авторов: а) рассматривается реальное пылевое облако с частицами, скорости которых заданы некоторой функцией распределения; б) вместо симметрического случая прохождения звезды сквозь облако рассмотрен общий случай; в) задача захвата частиц близ оси движения решена количественно; г) рассмотрены и исключены столкновения с большой относительной скоростью, при которых частицы обращаются в газ.

Пусть скорость звезды относительно облака — v_0. Будем считать ρ в облаке до сближения со звездой постоянным и радиусы r_1 частиц одинаковыми. Световым давлением звезды пренебрегаем. Если скорость всех частиц относительно звезды на бесконечности равна v_0, то все они пройдут через ось движения звезды.

Пусть

$$r = \frac{p}{1 + e\cos\theta} \tag{1}$$

есть уравнение траектории каждой частицы относительно звезды. На оси движения, как известно, справедливы равенства

$$r = \frac{1}{2}p; \quad v_r = v_0; \quad v_\theta = \sqrt{\frac{2\gamma M}{r}}, \tag{2}$$

где γ — постоянная тяготения, M — масса звезды.

Количество материи, пересекающей в единицу времени единицу длины оси движения при прохождении звезды около облака на расстоянии h от его плоского края, равно

$$A = \frac{2\rho\gamma M\beta}{v_0}, \tag{3}$$

а при прохождении сквозь облако

$$A = \frac{2\rho\gamma M(\pi-\beta)}{v_0}, \quad \beta = \arccos\sqrt{\frac{b}{r}}, \quad b = \frac{h^2 v_0^2}{2\gamma M}. \tag{4}$$

2. При неупругих столкновениях на оси движения условие захвата определится неравенством

$$v_0^2 + \frac{2\gamma M}{r}\cos^2\frac{\alpha}{2} < \frac{2\gamma M}{r}, \tag{5}$$

где α — угол между плоскостями траекторий столкнувшихся частиц.

Обозначим $2v_m$ минимальную относительную скорость двух частиц, при которой они после столкновения еще не обращаются в газ. Тогда другим условием захвата будет

$$v_m^2 > \frac{2\gamma M}{r}\sin^2\frac{\alpha}{2}. \tag{6}$$

Из (5) и (6) следуют условия захвата

$$v_0 < v_m, \tag{7}$$

$$2\arcsin\sqrt{kr} = 2\varphi < \alpha < 2\psi = 2\arcsin\sqrt{lr}, \tag{8}$$

где $k = v_0^2/2\gamma M$, $l = v_m^2/2\gamma M$.

3. Так как метеорные частицы на самом деле не неподвижны относительно центроида облака, то они не будут проходить через ось движения. Пусть функция распределения пекулиарных скоростей по заданному направлению до сближения есть $F(u)$ и от направления не зависит. Если u малы в сравнении с v_0, то наименьшим расстоянием от частицы до оси движения будет $z = ur/v_0$. Функция распределения этих расстояний будет иметь вид

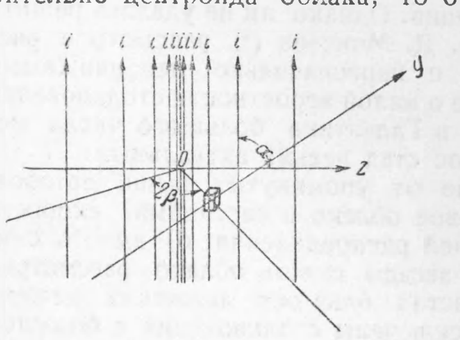

Рис. 1

$$f(z) = F\left(\frac{zv_0}{r}\right)\frac{v_0}{r}. \tag{9}$$

Плоскость рис. 1 перпендикулярна оси движения, обозначенной точкой O. Стрелками y и i обозначены проекции на плоскость рисунка траекторий частиц: y-й, для которой определяется вероятность столкновения, и i — тех, плоскости траекторий которых составляют угол α с плоскостью траектории испытуемой частицы. Вдоль оси z плотность частиц, летящих по направлению i, распределяется согласно закону (9).

В случае прохождения звезды около облака, количество массы ν частиц, летящих по направлению i в прямоугольном параллелепипеде с ребрами di, dz и dr, определится из пропорции $\dfrac{\nu}{A\,dr\,dz\,f(z)\,d\alpha/2\beta} = \dfrac{di}{v_0}$.

Плотность этой материи, учитывая (2) и (3), равна $\dfrac{\rho f(z)\sqrt{2\gamma Mr}}{2v_0}\,d\alpha$.

Математическое ожидание числа столкновений, которое испытает частица на участке $dy/\sin\xi$, равно $\dfrac{4\pi\rho f(z)\sqrt{2\gamma Mr}\,r_1^2}{v_0 m_1}\sin\dfrac{\alpha}{2}\sin\xi\,\dfrac{dy}{\sin\xi}\,d\alpha$,

где ξ — угол между осью движения и вектором скорости частицы близ нее; m_1 и r_1 — масса и радиус метеорных частиц.

Заменяя $dy = dz/\sin\alpha$ и интегрируя по всему пути частицы, находим математическое ожидание числа ее столкновений с частицами, плоскости траекторий которых наклонены к плоскости ее траектории под углом α:

$$dn = \frac{2\pi\rho r_1^2 \sqrt{2\mu r}}{v_0 m_1} \frac{d\alpha}{\cos \alpha / 2}. \tag{10}$$

Для интегрирования по всем α следует учесть, что а) α ограничено неравенством (8), б) α ограничено величиной угла 2β.

Среднее для всех частиц математическое ожидание приводящих к захвату столкновений на расстоянии r равно:

для зоны I, где $\beta > \psi$:

$$\overline{n}_1 = \frac{2\pi \sqrt{2\gamma M r}\rho r_1^2}{\beta v_0 m_1} \left[\int\limits_{2\psi}^{2\beta} d\gamma \int\limits_{2\varphi}^{2\psi} \frac{d\alpha}{\cos\frac{\alpha}{2}} + \int\limits_{2\varphi}^{2\psi} d\gamma \int\limits_{2\varphi}^{\gamma} \frac{d\alpha}{\cos\frac{\alpha}{2}} \right] =$$

$$= \frac{2\pi \sqrt{2\gamma M r}\rho r_1^2}{\beta v_0 m_1} \int\limits_{2\varphi}^{2\psi} \frac{2\beta - \alpha}{\cos\frac{\alpha}{2}} d\alpha;$$

для зоны II, в которой $\varphi < \beta < \psi$:

$$\overline{n}_2 = \frac{2\pi \sqrt{2\gamma M r}\rho r_1^2}{\beta v_0 m_1} \int\limits_{2\varphi}^{2\beta} \frac{2\beta - \alpha}{\cos\frac{\alpha}{2}} d\alpha;$$

Рис. 2

в зоне III, где $\beta < \varphi$:

$$\overline{n}_3 = 0.$$

Упомянутые зоны располагаются вдоль оси движения согласно рис. 2, на котором $r_{1,4} = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4lb}}{2l}$, $r_{2,3} = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4kb}}{2k}$.

Полное количество захватываемой звездой в единицу времени метеорной материи будет равно

$$\frac{dM}{dt} = \frac{4\pi \sqrt{2}\gamma^{3/2} M^{3/2} \rho^2 r_1^2}{v_0^2 m_1} \left[\int\limits^{\mathrm{I}} \sqrt{r}\, dr \int\limits_{2\varphi}^{2\psi} \frac{2\beta - \alpha}{\cos\frac{\alpha}{2}} d\alpha + \int\limits^{\mathrm{II}} \sqrt{r}\, dr \int\limits_{2\varphi}^{2\beta} \frac{2\beta - \alpha}{\cos\frac{\alpha}{2}} d\alpha \right]. \tag{11}$$

Из соображений симметрии очевидно, что главный вектор G момента количества движения захваченных частиц параллелен поверхности облака и перпендикулярен оси движения звезды.

Математическое ожидание возрастания этого вектора за счет одной частицы, проходящей близ оси движения, в результате возможного столкновения с частицами, траектории которых наклонены под углом α к траектории рассматриваемой частицы, равно

$$dg = dn\, m_1 \sqrt{2\gamma M r} \cos\frac{\alpha}{2} \cos\left(\gamma - \beta - \frac{\alpha}{2}\right).$$

Используя (10) и рассуждая аналогично предыдущему, находим величину возрастания вектора G в единицу времени

$$\frac{dG}{dt} = \frac{32\pi\gamma^2 M^2 \rho^2 r_1^2}{v_0^2 m_1} \left\{ \int\limits^{\mathrm{I}} r \left[\sqrt{\frac{b}{r}} (\sqrt{1 - lr} - \sqrt{1 - kr}) + \sqrt{1 - \frac{b}{r}} (\sqrt{lr} - \right.\right.$$

$$\left.\left. - \sqrt{kr}) dr + \int\limits^{\mathrm{II}} r \left(1 - \sqrt{\frac{b}{r}} \sqrt{1 - kr} - \sqrt{1 - \frac{b}{r}} \sqrt{kr}\right) dr \right\}. \tag{12}$$

При прохождении звезды внутри облака (11) и (12) имеют вид

$$\frac{dM}{dt}=\frac{4\pi\sqrt{2}(\gamma M^{3/2}\rho^2 r_1^2}{v_0^2 m_1}\left[\int\limits_0^{1/k}\sqrt{r}dr\int\limits_{2\varphi}^{2\psi}(2\pi-2\beta-\alpha)\frac{d\alpha}{\cos\frac{\alpha}{2}}+\right.$$

$$\left.+\int\limits^{\mathrm{II}}\sqrt{r}\,dr\int\limits_{2\beta}^{2\psi}(\alpha-2\beta)\frac{d\alpha}{\cos\frac{\alpha}{2}}+\int\limits^{\mathrm{III}}\sqrt{r}\,dr\int\limits_{2\varphi}^{2\psi}\frac{\alpha-\pi}{\cos\frac{\alpha}{2}}\,d\alpha\right], \tag{13}$$

$$\frac{dG}{dt}=\frac{32\pi\gamma^2M^2\rho^2r_1^2}{v_0^2}\left[\int\limits_0^{1/k}\sqrt{1-\frac{b}{r}}\,(\sqrt{lr}-\sqrt{kr})+\right.$$

$$\left.+\sqrt{\frac{b}{r}}\,(\sqrt{1-kr}-\sqrt{1-lr})\right]dr+\int r\left(\sqrt{1-\frac{b}{r}}\,\sqrt{lr}+\right.$$

$$\left.+\sqrt{\frac{b}{r}}\sqrt{1-lr}-1\right)dr+\int\limits^{\mathrm{III}} r\left[\sqrt{1-\frac{b}{r}}\,(\sqrt{lr}-\sqrt{kr})-\right.$$

$$\left.-\sqrt{\frac{b}{r}}\,(\sqrt{1-kr}-\sqrt{1-lr})\right]. \tag{14}$$

В случае касания звездой облака $h=0$, $b=0$, $\beta=\pi/2$ и

$$\frac{dM}{dt}=\frac{32\pi\gamma^3M^3\rho^2r_1^2}{3v_0^5m_1}\left(1-\frac{v_0^3}{v_m^3}\right)\int\limits_0^{\pi}\frac{\pi-\alpha}{\cos\frac{\alpha}{2}}\sin^3\frac{\alpha}{2}\,d\alpha\simeq$$

$$\simeq\frac{93{,}4\gamma^3M^3\rho^2r_1^2}{v_0^5m_1}\left(1-\frac{v_0^3}{v_m^3}\right), \tag{15}$$

$$\frac{dG}{dt}=\frac{12{,}8\pi\gamma^4M^4\rho^2r_1^2}{v_0^6m_1}\left(1-\frac{v_0^4}{v_m^4}\right). \tag{16}$$

В выражении (13) интегралы не расходятся, так как при $\alpha=\pi$ в них, как это легко показать в предположении максвелловского распределения пекулиарных скоростей, $1/\cos(\alpha/2)$ следует заменить посредством $2\gamma M/\sqrt{\pi}v_0r\sigma$, где σ — дисперсия пекулиарных скоростей.

4. Для того чтобы захваченного количества материи было достаточно для построения планетной системы и чтобы эта материя имела требуемый момент количества движения, необходимо осуществление некоторых благоприятных условий при прохождении звезды сквозь облако. Эти условия требуют, прежде всего, малых v_0 и больших ρ.

Так, для Солнца необходимые условия выполнены, например, если $v_m=3\cdot10^5$ см/сек., $v_0=10^5$ см/сек., $r_1=10^{-4}$ см, $m_1=2\cdot10^{-11}$ г, $\rho=3\cdot10^{-22}$ г/см^3, $h=\gamma M/2v_0^2$; путь, проходимый в облаке, равен ½ парсека.

Астрономическая обсерватория
Ленинградского государственного университета
им. А. А. Жданова

Поступило
29 VIII 1949

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] F. Nölke, Abh. d. Nat. Ver. Bremen, 20, 29 (1909). [2] Th. Moreux, Origine et formation des mondes, Paris, 1922. [3] Н. Д. Моисеев, Астр. журн., 9, 30 (1932).