

Б. Д. ТАРТАКОВСКИЙ

СФЕРИЧЕСКАЯ АБЕРРАЦИЯ ЗВУКОВЫХ ЛИНЗ

(Представлено академиком С. И. Вавиловым 6 IX 1949)

1. В экспериментальной и ультразвуковой технике за последнее время нашло применение фокусирование звука при помощи звуковых линз (¹⁻⁴). В зависимости от соотношения скоростей звука в среде и в материале линзы собирательные звуковые линзы делаются утолщенными в центре ($n > 1$) или утолщенными на краях ($n < 1$)^{*}.

При изготовлении звуковых линз приходится считаться с невозможностью увеличивать их геометрические размеры пропорционально длине звуковой волны. Поэтому для увеличения коэффициента усиления звуковых линз увеличивают угол раскрытия. Это может вызвать появление значительных aberrаций, которые следует принимать во внимание при выборе материала и формы линзы.

Ниже мы ограничимся рассмотрением зависимости сферических aberrаций однородных линз от их формы и показателей преломления.

2. При одинаковых углах падения на поверхность, разделяющую две среды с разными скоростями звука, угол преломления при переходе луча в среду 1 с меньшей скоростью меньше, чем в обратном случае, при переходе луча в среду 2 с большей скоростью. В связи с этим aberrация изображения, получаемого в среде 1, меньше, чем в среде 2. Из выражения для продольной сферической aberrации при преломлении на одной сферической поверхности (⁵) может быть найдено, что отношение соответственных продольных сферических aberrаций 3-го порядка имеет вид:

$$\frac{\delta S'_1}{\delta S'_2} = \left(\frac{c_1}{c_2} \right)^2, \quad (1)$$

где c_1 и c_2 — соответственно скорости распространения в средах 1 и 2.

Соотношение (1) справедливо также и для плоскосферических линз, обращенных плоскостью к пространству предметов. Отсюда видно, что сферическая aberrация уменьшается до нуля, когда показатель преломления $n \rightarrow 0$.

3. Представляет интерес рассмотреть влияние величины коэффициента преломления на эффект сферической aberrации для линз с двумя

* Показателем преломления линзы (n) мы будем называть отношение скорости распространения звуковых волн в жидкости, окружающей линзу, к скорости звуковых волн в жидкой линзе или к скорости продольных волн в твердой линзе.

сферическими поверхностями и, в частности, сопоставить aberrации линз, имеющих показатели преломления $n > 1$ и $n < 1$. Для этого введем понятие эквивалентных линз. Будем считать две линзы эквивалентными, если у них равны фокусные расстояния и абсолютные значения радиусов кривизны, например $r_1^* = r_2$ и $r_2^* = r_1$. Из известного выражения фокусного расстояния бесконечно тонких линз получаем для эквивалентных линз

$$n^* + n = 2. \quad (2)$$

Расчет $\delta S'$ по обычным формулам показывает, что у линз с показателями преломления $0,1 < n^* < 1$ $\delta S'$ меньше, чем у эквивалентных им линз с $n > 1$. В частном случае плоскосферических линз с плоскостью со стороны предметов:

$$\frac{\delta S^*}{\delta S'} = \left(\frac{n^*}{2 - n^*} \right)^2.$$

В табл. 1 приведены величины, пропорциональные продольной сферической aberrации 3-го порядка для бесконечно тонких линз с эквивалентными показателями преломления (для бесконечно удаленной точки предмета). Aberrации вычислены для линз, имеющих оптимальную форму кривизны (при которой получается наименьшая для данной величины n сферическая aberrация), и для плоскосферических линз.

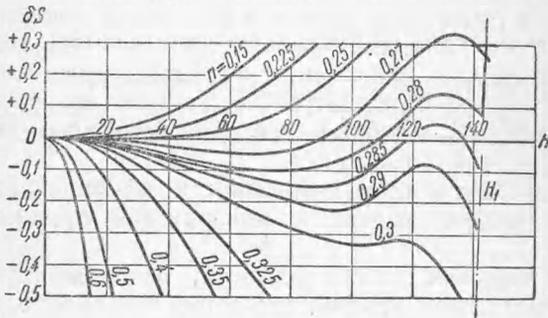


Рис. 1

Сопоставление aberrаций вогнутой и выпуклой линз, имеющих оптимальную форму кривизны, показывает преимущество вогнутых собирающих линз перед выпуклыми**. Сравнивая aberrацию линзы оптимальной формы с aberrацией плосковогнутой линзы при одинаковых показателях преломления $n^* < 1$, мы видим, что первая на порядок меньше второй во всем диапазоне n^* . Таким образом, использование вогнутых собирающих линз оптимальной формы дает возможность значительно уменьшить сферическую aberrацию по сравнению с aberrацией плоскосферической линзы, тогда как применение линз оптимальной формы, имеющих $n > 1$, не может дать заметных преимуществ по сравнению с простыми плосковыпуклыми линзами.

4. Точная, вычисленная тригонометрически, величина сферической aberrации δS для линз оптимальной формы с $n < 1$ может быть выражена с достаточным приближением сферической aberrацией 3-го порядка $\delta S'$ при всех значениях n , кроме области $0,2 < n < 0,3$.

* Параметры эквивалентной линзы, показатель преломления которой меньше единицы, обозначаются индексом *.

** Преимущество вогнутых линз сохраняется также при сопоставлении их с выпуклыми линзами, имеющими показатель преломления больше 2. Если задаться, например, условием $n^* = 1/n$, то в диапазоне $n > 2$ и, соответственно, $n^* < 0,5$ aberrация вогнутых линз по крайней мере на порядок меньше aberrации выпуклых линз.

	$n^* < 1$					$n > 1$				
Значения сопоставляемых показателей преломления $n^* < 1$; $n > 1$	0,25	0,4	0,5	0,6	0,8	1,75	1,6	1,5	1,4	1,2
Линза с оптимальной формой кривизны $n^* < 1$; $n > 1$	0	0,069	0,2	0,5	4	1,32	1,67	2,14	2,96	8,92
Плосковыпуклая линза $n^* < 1$	0,112	0,445	1	2,25	16	—	—	—	—	—
Выпуклоплоская линза $n > 1$	—	—	—	—	—	1,26	1,69	2,33	3,67	1,77

Особенностью этих линз является лишь то, что при значениях $n < 0,75$ точное значение aberrации меньше приближения 3-го порядка, тогда как точное значение aberrации собирательных линз с коэффициентом преломления больше единицы больше приближения 3-го порядка.

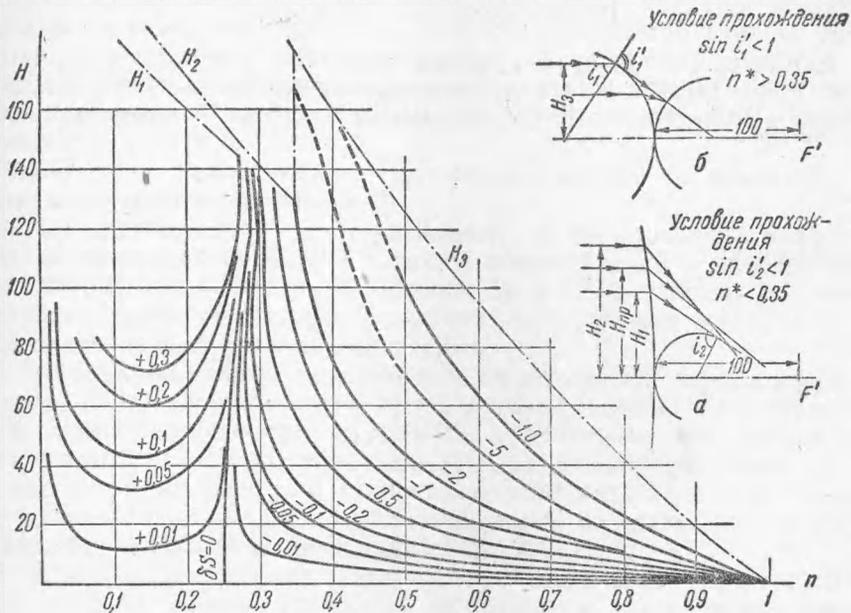


Рис. 2

В области значений $0,2 < n < 0,3$ приближение 3-го порядка недостаточно, чтобы судить о точной величине aberrации, и потому для этой области нами был проделан тригонометрический расчет. На рис. 1 приведены результаты вычисления. Для каждого значения n бралась оптимальная форма линзы. По горизонтальной оси отложена высота линзы H , а по вертикальной оси величина продольной сферической aberrации δS , выраженные в долях фокусного расстояния, принятого за 100.

Как видно из графика, существуют значения n и H , при которых aberrация обращается в нуль. Стоит напомнить, что у выпуклых линз сферическая aberrация может быть исправлена лишь при сочетании двух линз.

5. Соображения, изложенные выше, показывают, что при возможности выбора звуковых линз с показателями преломления больше или

меньше единицы следует отдавать предпочтение последним. С этой точки зрения твердые линзы оказываются удобнее жидких из-за возможности получения широкого выбора значений n , в частности в области $0,25 \div 0,3$, при которых может быть исправлена сферическая aberrация линзы. Для удобства выбора линз оптимальной формы с показателем преломления меньше единицы построена номограмма, дающая зависимость высоты линзы (H) от показателя преломления для заданной величины точного значения продольной сферической aberrации δS (рис. 2). Высота линзы и величина aberrации отнесены к фокусному расстоянию, принятому за 100. Кривые H_1, H_2, H_3 показывают ограничения, накладываемые на высоту линзы условиями преломления луча на обеих поверхностях.

Автор приносит благодарность проф. Л. Д. Розенбергу за обсуждение относящихся к статье вопросов и проф. Л. П. Мороз за сделанные им замечания.

Физический институт
им. П. Н. Лебедева
Академии наук СССР

Поступило
2 IX 1949

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ R. Pohlman, Zs. f. Phys., 13, 697 (1939). ² P. F. Ernst, Journ. Sc. Instr., 22, 238 (1945). ³ G. W. Willard, Bell. Lab. Record, 25, 194 (1947). ⁴ Л. Д. Розенберг, ЖТФ, 18, 11 (1948). ⁵ Г. Г. Слюсарев, Геометрическая оптика, 1946, стр. 158.