Доклады Академии Наук СССР
1949. Том LXIX, № 5

ФИЗИКА

Л. В. КИРЕНСКИЙ и Л. И. СЛОБОДСКОЙ

УЧЕТ ВТОРОЙ КОНСТАНТЫ МАГНИТНОЙ АНИЗОТРОПИИ В ЗАКОНЕ ПРИБЛИЖЕНИЯ К НАСЫЩЕНИЮ

(Представлено академиком С. И. Вавиловым 14 X 1949)

Еще Вейссом и его сотрудниками ([1,2]) было экспериментально установлено, что в области сильных магнитных полей

$$I = I_0\left(1 - \frac{a}{H}\right), \tag{1}$$

где I — интенсивность намагничения ферромагнетика в поле напряженности H, I_0 — интенсивность спонтанного намагничения при данной температуре, a — эмпирическая постоянная.

В 1931 г. Н. С. Акуловым ([3]) впервые был проведен теоретический расчет, согласно которому:

$$I = I_0\left(1 - \frac{b}{H^2}\right) + \chi_p H, \tag{2}$$

где χ_p — восприимчивость парапроцесса,

$$b = \frac{8}{105}\,\frac{k_1^2}{I_0^2}, \tag{3}$$

k_1 — первая энергетическая константа магнитной анизотропии. Соотношения (2) и (3) неоднократно использовались для экспериментального определения k_1 ([4–7]).

Соотношение (3) справедливо в случае отсутствия упругих напряжений в образце. При наличии таковых расчет приводит вновь к формуле (2), однако b является уже функцией как k_1, так и величины напряжений F ([8]).

В настоящее время можно считать установленным ([9]), что в области сильных магнитных полей ($I > 0{,}97\, I_0$)

$$I = I_0\left(1 - \frac{a}{H} - \frac{b}{H^2} - \frac{c}{H^3}\right) + \chi_p H, \tag{4}$$

причем в отсутствие напряжений

$$c = \frac{192}{5005}\,\frac{k_1^3}{I_1^3}. \tag{5}$$

В ([10]) приводится уточнение коэффициента b с учетом второй константы магнитной анизотропии k_2. Что касается коэффициента a, то, согласно Броуну ([11]), его величина зависит от пластической деформации образца.

В настоящей работе дается расчет коэффициента c с учетом константы k_2 в отсутствие напряжений.

Величина энергии анизотропии имеет вид:

$$U_e = U_0 + k_1 (s_1^2 s_2^2 + s_2^2 s_3^2 + s_1^2 s_3^2) + k_2 s_1^2 s_2^2 s_3^2, \tag{6}$$

где s_1, s_2, s_3 — направляющие косинусы углов вектора спонтанного намагничения с тетрагональными осями кристалла.

Энергия кристалла во внешнем магнитном поле H имеет вид:

$$U_a = -HI_0 (s_1 h_1 + s_2 h_2 + s_3 h_3), \tag{7}$$

где h_1, h_2, h_3 — направляющие косинусы углов вектора поля с тетрагональными осями кристалла.

Значение полной энергии

$$U = U_e + U_a, \tag{8}$$

очевидно, должно обратиться в минимум при добавочном уславии:

$$\sum_i s_i^2 = 1 \quad (i = 1, 2, 3). \tag{9}$$

Применяя правило неопределенных множителей Лагранжа, получим следующую систему уравнений:

$$\frac{\partial U_e}{\partial s_i} - HI_0 h_i + 2\lambda s_i = 0, \quad \sum_i s_i^2 = 1.$$

Пусть $\eta = 1/HI_0$, $\nu = 2\lambda/HI_0$; тогда система уравнений перепишется так:

$$\eta \frac{\partial U_e}{\partial s_i} + \nu s_i = h_i, \quad \sum_i s_i^2 = 1. \tag{10}$$

При $H \to \infty$, $s_i \to h_i$, $\eta \to 0$, и из уравнений (10) следует, что $\nu \to 1$. Указанное обстоятельство дает возможность представить s_i и ν в виде бесконечных рядов:

$$\begin{aligned} s_i &= h_i + \eta A_i + \eta^2 B_i + \eta^3 C_i + \ldots, \\ \nu &= 1 + \eta\nu^{(1)} + \eta^2\nu^{(2)} + \ldots \end{aligned} \tag{11}$$

Используя соотношение $\sum_i s_i^2 = \sum_i h_i^2 = 1$, получим, ограничиваясь третьей степенью разложения относительно η:

$$\sum_i h_i A_i = 0, \quad \sum_i (2h_i B_i + A_i^2) = 0, \quad \sum_i 2(A_i B_i + h_i C_i) = 0. \tag{12}$$

Если θ — угол между векторами I_0 и H, то, принимая во внимание (11) и (12), получим:

$$\cos\theta = 1 - \frac{1}{2}\eta^2 \sum_i A_i^2 - \eta^3 \sum A_i B_i, \tag{13}$$

$$I = I_0 \cos\theta. \tag{13'}$$

Функцию $U_e(s_i)$ разложим в ряд Тейлора:

$$U_e(s_i) = U_e(h_i) + \sum_i \frac{\partial U_e}{\partial s_i}(s_i - h_i) + \frac{1}{2}\sum_{i,\,j} \frac{\partial^2 U_e}{\partial s_i \partial s_j}(s_i - h_i)(s_i - h_j) + \ldots, \tag{14}$$

где частные производные вычисляются при $s_i = h_i$. Пусть

$$\left(\frac{\partial U_e}{\partial s_i}\right)_{s_i=h_i} = U_i, \quad \left(\frac{\partial^2 U_e}{\partial s_i \partial s_k}\right)_{s_i=h_i} = U_{ik}.$$

Пусть

$$\frac{\partial^2 U_e}{\partial s_i} = U_i + U_{i1}(s_1 - h_1) + U_{i2}(s_2 - h_2) + U_{i3}(s_3 - h_3) + \ldots,$$

причем, используя (11) для s_i с точностью до 1-й степени η, получим $s_i - h_i = \eta A_i$ и, следовательно:

$$\frac{\partial U_e}{\partial s_i} = U_i + \eta(U_{i1}A_1 + U_{i2}A_2 + U_{i3}A_3).$$

Используя (11) и подставив полученные суммы в уравнение (10) получим:

$$\eta[U_i + \eta(U_{i1}A_1 + U_{i2}A_2 + U_{i3}A_3)] + [1 + \eta\nu^{(1)} + \eta^2\nu^{(2)}][h_i + \eta A_i + \eta^2 B_i] = h_i,$$

откуда следует:

$$U_i + \nu^{(1)}h_i + A_i = 0, \tag{15}$$

$$U_{i1}A_1 + U_{i2}A_2 + U_{i3}A_3 + \nu^{(2)}h_i + \nu^{(1)}A_i + B_i = 0. \tag{16}$$

Отсюда, учитывая (12), получим:

$$\nu^{(1)} = -\sum U_i h_i,$$

и уравнение (15) примет вид:

$$A_i = h_i \sum_k U_k h_k - U_i,$$

следовательно:

$$\sum_i A_i^2 = \sum U_i^2 - (\nu^{(1)})^2. \tag{17}$$

Далее, умножив (16) на A_i и просуммировав, получим:

$$\sum_i A_i B_i = -\nu^{(1)} \sum_i A_i^2 - \sum_i (U_{i1}A_1 + U_{i2}A_2 + U_{i3}A_3) A_i. \tag{18}$$

Подставляя значения A_i и $\sum_i A_i^2$, получим:

$$\sum_i A_i B_i = -\sum_{i,\,k} U_i U_k U_{ik} - \nu^{(1)}\left[\sum_i U_i^2 + 2\sum_{i,k} h_i U_k U_{ik}\right] - $$
$$- (\nu^{(1)})^2 \sum_{i,k} h_i h_k U_{ik} + (\nu^{(1)})^3. \tag{19}$$

Вычислим значения U_i и U_{ik}. Используя соотношение (6), получим:

$$U_i = 2\,(k_2 h_i h_j^2 h_k^2 - k_1 h_i^3), \quad U_{ii} = 2k_2 h_j^2 h_k^2 - 6k_1 h_i^2, \quad U_{ij} = 4k_2 h_i h_j h_k^2. \tag{20}$$

Подставляя (20) в (17), получим:

$$\begin{aligned}\sum_i A_i^2 = 4k_1^2 \Big[\sum_i h_i^6 - \sum_i h_i^8 - 2\,(h_1^4 h_2^4 - h_2^4 h_3^4 + h_1^4 h_3^4)\Big] + \\ + 8k_1 k_2\,[3\,(h_1^6 h_2^2 h_3^2 + h_1^2 h_2^6 h_3^2 + h_1^2 h_2^2 h_3^6) - (h_1^4 h_2^2 h_3^2 + h_1^2 h_2^4 h_3^2 + h_1^2 h_2^2 h_3^4)] + \\ + 4k_2^2\,(h_1^2 h_2^4 h_3^4 + h_1^4 h_2^2 h_3^4 + h_1^4 h_2^4 h_3^2 - 9h_1^4 h_4^2 h_3^4).\end{aligned} \tag{21}$$

Так же вычисляем $\sum_i A_i B_i$ и, проведя усредненне по всем возможным направлениям H, получим:

$$\overline{\sum_i A_i^2} = \frac{16}{105} k_1^2 + \frac{32}{1155} k_1 k_2 + \frac{16}{5005} k_2^2, \tag{22}$$

$$\overline{\sum_i A_i B_i} = \frac{192}{5005} k_1^3 - \frac{64}{15015} k_1^2 k_2 - \frac{64}{19635} k_1 k_2^2 - \frac{64}{285285} k_2^3,$$

откуда легко получаем значения для b и c:

$$\begin{aligned} b &= \frac{1}{I_0^2}(0{,}0762\, k_1^2 + 0{,}0138\, k_1 k_2 + 0{,}0016\, k_2^2), \\ c &= \frac{1}{I_0^3}(0{,}0384\, k_1^3 - 0{,}0043\, k_1^2 k_2 - 0{,}0033\, k_1 k_2^2 - 0{,}0002\, k_2^3). \end{aligned} \tag{23}$$

Таким образом, выбор ограничения в уравнении (4) существенно зависит не только от величины поля H, но и от значений констант анизотропии, величина которых существенно зависит от температуры. Например, в случае никеля, особенно в области низких температур, существенную роль играет член c/H^3 вследствие сильного роста k_1 с понижением температуры ([12]).

При проведении усреднения значений (21) и (22), а также при подсчете числовых коэффициентов большую помощь нам оказали А. Е. Липкин, И. А. Фельдман и Н. Г. Белянина, которым считаем приятным долгом выразить свою признательность.

Красноярский педагогический институт
г. Красноярск

Поступило
7 IV 1949

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] P. Weiss, Journ. de Phys., (4), 9, 386 (1910). [2] P. Weiss et R. Forrer, Ann. de Phys., 12, 279, 316 (1929). [3] Н. С. Акулов, Ферромагнетизм. 1939. [4] E. Czerlinsky, Ann. de Phys., 13, 80 (1932). [5] H. Polley, Ann. de Phys., 36, 625 (1939). [6] Н. С. Акулов и И. М. Пузей, Изв. АН СССР, сер. физ., 11, № 5 (1947) [7] Н. С. Акулов и Н. З. Мирясов, ДАН, 66, № 1, 29 (1949). [8] Н. С. Акулов и Л. В. Киренский, ЖТФ, 9, 1145 (1939). [9] R. Becker u. W. Döring, Ferromagnetismus, Berlin, 1939. [10] С. В. Вонсовский и Я. С. Шур, Ферромагнетизм, 1948. [11] W. F. Brown, Phys. Rev., 60, 139 (1941). [12] Н. Л. Брюхатов и Л. В. Киренский, ЖЭТФ, 8, 198 (1939).