

Г. П. ДЬЯКОВ

**О ЗАКОНЕ ПРИБЛИЖЕНИЯ К НАСЫЩЕНИЮ МАГНИТОСТРИКЦИИ,
ГАЛЬВАНО-МАГНИТНОГО И ДРУГИХ ЧЕТНЫХ ЭФФЕКТОВ ***

(Представлено академиком С. И. Вавиловым 6 VII 1949)

**§ 1. Расчет магнитострикции монокристалла
в сильных магнитных полях**

Известно, что для мягких магнитных материалов единственным фактором, вызывающим несопадение вектора спонтанного намагничивания с вектором магнитного поля, является сила естественной анизотропии кристалла. В этом случае, как показал Н. С. Акулов ⁽¹⁾, величина четного эффекта намагниченного до насыщения монокристалла может быть определена по формуле:

$$\lambda = \frac{1}{2} \lambda_{100} (s_1^2 g_1^2 + s_2^2 g_2^2 + s_3^2 g_3^2 - 1/3) + 3\lambda_{111} (s_1 s_2 g_1 g_2 + s_2 s_3 g_2 g_3 + s_3 s_1 g_3 g_1), \quad (1)$$

где s_i — направляющие косинусы вектора намагничивания относительно тетрагональных осей кристалла, g_i — направляющие косинусы направления наблюдения относительно тех же осей.

Эта формула была получена Н. С. Акуловым для расчета магнитострикции в кристалле железа. Однако несколько позже он показал ^(2,3), что эта формула справедлива и для расчета других четных эффектов, т. е. таких, которые не меняют своей величины и знака при изменении знака вектора намагничивания или вектора поля. Естественно возникает вопрос: как будет меняться величина магнитострикции монокристалла при приближении к насыщению? Если процесс инверсии закончен, то при увеличении магнитного поля вектор I_s будет приближаться к направлению поля, что вызовет изменение направляющих косинусов s_i в формуле (1) и, следовательно, изменение магнитострикции, измеряемой в направлении поля. Направление магнитного поля мы закрепляем в определенном положении, а в эксперименте оно задается направлением канала намагничивающей катушки. Теперь уже в формуле (1) направляющие косинусы g_i определяют направление магнитного поля, так как измерение ведется вдоль поля.

Совместим прямоугольную систему координат с тетрагональными осями кристалла, как показано на рис. 1. Обозначим через θ угол между внешним магнитным полем H и вектором спонтанного намагничивания I_s . Введем полярные координаты для I_s — ϑ, φ , а для H — ϑ', φ' . Тогда направляющие косинусы вектора намагничивания будут:

$$s_1 = \sin \vartheta \cos \varphi, \quad s_2 = \sin \vartheta \sin \varphi, \quad s_3 = \cos \vartheta. \quad (2)$$

* Доложено 19 апреля 1949 г. на домоновских чтениях на секции физики Московского государственного университета.

Аналогичным образом выражаются в полярных координатах направляющие косинусы вектора поля и направления наблюдения

$$g_1 = \sin \vartheta' \cos \varphi', \quad g_2 = \sin \vartheta' \sin \varphi', \quad g_3 = \cos \vartheta'. \quad (3)$$

Подставляя выражения для направляющих косинусов (2) и (3) в (1): мы получим выражение для магнитоотрицания в полярных координатах,

$$\lambda = \frac{3}{2} \lambda_{100} (\sin^2 \vartheta \cos^2 \varphi \sin^2 \vartheta' \cos^2 \varphi' + \sin^2 \vartheta \sin^2 \varphi \sin^2 \vartheta' \sin^2 \varphi' + \cos^2 \vartheta \cos^2 \vartheta' - \frac{1}{3}) + 3 \lambda_{111} [\sin^2 \vartheta \sin \varphi \cos \varphi \sin^2 \vartheta' \sin \varphi' \cos \varphi' + \sin \vartheta \cos \vartheta \sin \vartheta' \cos \vartheta' \cos (\varphi - \varphi')]. \quad (4)$$

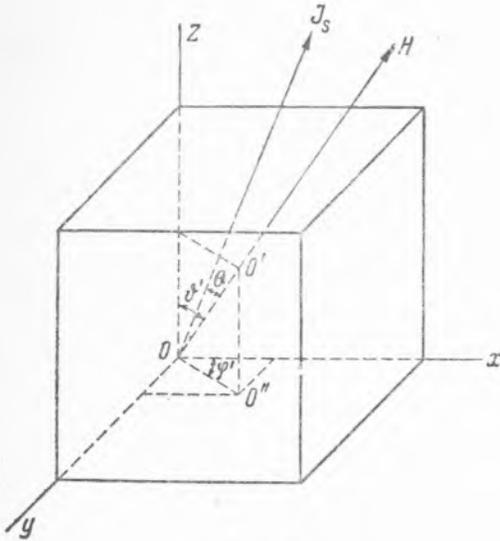


Рис. 1

В области сильных магнитных полей за второй точкой анизотропии угол между спонтанным намагничиванием и внешним магнитным полем мал, поэтому углы

$$\alpha = \vartheta - \vartheta', \quad (5)$$

$$\beta = \varphi - \varphi'$$

достаточно малы. Если с помощью (5) исключить из (4) ϑ и φ , а полученный результат разложить в ряд по степеням α и β в окрестности ϑ' , φ' , то мы получим для λ выражение

$$\lambda = D_0 + \alpha D_1 + \beta D_2 + \alpha \beta D_3 + \alpha^2 D_4 + \beta^2 D_5, \quad (6)$$

$$D_0 = \frac{3}{2} \lambda_{100} \sin^4 \vartheta' \cos^4 \varphi' + \frac{3}{2} \lambda_{100} \sin^4 \vartheta' \sin^4 \varphi' + \frac{3}{2} \lambda_{100} \cos^4 \vartheta' - \frac{1}{2} \lambda_{100} + 3 \lambda_{111} \sin^4 \vartheta' \sin^2 \varphi' \cos^2 \varphi' + 3 \lambda_{111} \sin^2 \vartheta' \cos^2 \vartheta',$$

$$D_1 = 3 \lambda_{100} \sin^3 \vartheta' \cos \vartheta' \cos^4 \varphi' + 3 \lambda_{100} \sin^3 \vartheta' \cos \vartheta' \sin^4 \varphi' - 3 \lambda_{100} \sin \vartheta' \cos^3 \vartheta' + 6 \lambda_{111} \sin^3 \vartheta' \cos \vartheta' \sin^2 \varphi' \cos^2 \varphi' + 3 \lambda_{111} \sin \vartheta' \cos^3 \vartheta' - 3 \lambda_{111} \sin^3 \vartheta' \cos \vartheta',$$

$$D_2 = 3 (\lambda_{100} - \lambda_{111}) \sin^4 \vartheta' \sin^3 \varphi' \cos \varphi' - 3 (\lambda_{100} - \lambda_{111}) \sin^4 \vartheta' \sin \varphi' \cos^3 \varphi',$$

$$D_3 = 6 (\lambda_{100} - \lambda_{111}) \sin^3 \vartheta' \cos \vartheta' \sin^3 \varphi' \cos \varphi' - 6 (\lambda_{100} - \lambda_{111}) \sin^3 \vartheta' \cos \vartheta' \sin \varphi' \cos^3 \varphi', \quad (7)$$

$$D_4 = 6 (\lambda_{100} - \lambda_{111}) \sin^2 \vartheta' \cos^2 \vartheta' - 3 (\lambda_{100} - \lambda_{111}) \sin^2 \vartheta' \cos^2 \vartheta' \sin^2 \varphi' \cos^2 \varphi' + 3 (\lambda_{100} - \lambda_{111}) \sin^4 \vartheta' \sin^2 \varphi' \cos^2 \varphi' - \frac{3}{2} \lambda_{100},$$

$$D_5 = 6 (\lambda_{100} - \lambda_{111}) \sin^4 \vartheta' \sin^2 \varphi' \cos^2 \varphi' - \frac{3}{2} \lambda_{100} \sin^4 \vartheta' - \frac{3}{2} \lambda_{111} \sin^2 \vartheta' \cos^2 \vartheta'.$$

Величины α и β уравнения (6) могут быть определены из условия минимума полной энергии. В случае отсутствия деформирующей силы, а мы именно этот случай пока рассматриваем, полная энергия ферромагнитного монокристалла равна сумме внешней и внутренней энергии кристалла:

$$U = U_a + U_e, \quad (8)$$

где

$$U_a = -I_s H \cos \theta, \quad U_e = 2k \sum_{i,j=1,2,3} s_i^2 s_j^2.$$

Поскольку направление и величина H заданы, то вектор спонтанного намагничивания I_s займет положение, соответствующее минимуму полной энергии, т. е. должны быть выполнены следующие условия:

$$\frac{\partial}{\partial \vartheta} (U_a + U_e) = 0, \quad \frac{\partial}{\partial \varphi} (U_a + U_e) = 0. \quad (9)$$

Отсюда мы получаем выражение для α и β в следующей форме

$$\alpha = -\frac{1}{I_s H} \left(\frac{\partial U_e}{\partial \vartheta} \right), \quad \beta = -\frac{1}{I_s H} \left(\frac{\partial U_e}{\partial \varphi} \right) \frac{1}{\sin^2 \vartheta'}, \quad (10)$$

где

$$\begin{aligned} \frac{\partial U_e}{\partial \vartheta} &= \frac{\partial U_e}{\partial \alpha} = 4k \sin \vartheta' \cos \vartheta' (2 \cos^2 \vartheta' + 2 \sin^2 \vartheta' \sin^2 \varphi' \cos^2 \varphi' - 1), \\ \frac{\partial U_e}{\partial \varphi} &= \frac{\partial U_e}{\partial \beta} = 4k \sin^4 \vartheta' \sin \varphi' \cos \varphi' (2 \cos^2 \varphi' - 1). \end{aligned}$$

Подставляя α и β , даваемые соотношением (10), в соотношение (6), мы получим функциональную связь между магнитострикцией λ и полем H при приближении к насыщению монокристалла

$$\lambda = D_0 - \frac{C_1}{I_s H} + \frac{C_2}{I_s^2 H^2}, \quad (11)$$

где

$$\begin{aligned} C_1 &= D_1 \frac{\partial U_e}{\partial \vartheta} + D_2 \frac{\partial U_e}{\partial \varphi} \frac{1}{\sin^2 \vartheta'}, \\ C_2 &= D_3 \frac{\partial U_e}{\partial \vartheta} \frac{\partial U_e}{\partial \varphi} \frac{1}{\sin^2 \vartheta'} + D_4 \left(\frac{\partial U_e}{\partial \vartheta} \right)^2 + D_5 \left(\frac{\partial U_e}{\partial \varphi} \right)^2 \frac{1}{\sin^4 \vartheta'}. \end{aligned} \quad (12)$$

§ 2. Расчет магнитострикции поликристаллического ферромагнетика в сильных магнитных полях

Теперь, зная магнитострикцию одного монокристалла, можно найти магнитострикцию поликристаллического ферромагнетика в целом. Если оси кристаллитов диффузно разбросаны по всему ферромагнетику, то в таком случае методом усреднения мы можем определить магнитострикцию поликристаллического тела. А именно:

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{4\pi} \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} \lambda \sin \vartheta' d\vartheta' d\varphi'. \quad (13)$$

Выполнив многочисленные интегрирования, мы получим окончательное выражение для магнитострикции при приближении к насыщению

$$\bar{\lambda} = \frac{2}{5} \lambda_{100} + \frac{3}{5} \lambda_{111} + \frac{2^4}{5 \cdot 7} (\lambda_{100} - \lambda_{111}) \frac{k}{I_s H} - \left(\frac{2}{5} a \lambda_{100} + \frac{3}{5} b \lambda_{111} \right) \frac{k^2}{I_s^2 H^2}, \quad (14)$$

$$\text{где } a = \frac{2610}{3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13}, \quad b = \frac{2836}{3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13}.$$

Для материалов с малой магнитострикционной бианизотропией, где $\lambda_{100} \cong \lambda_{111}$, закон приближения к насыщению (14) значительно упрощается и примет вид:

$$\bar{\lambda} = \lambda_s \left(1 - \frac{\varepsilon}{H^2} \right), \quad (15)$$

где $\lambda_s = \lambda_{100} = \lambda_{111}$, $\epsilon = \frac{32}{35} \frac{k^2}{I_s^2}$. Дифференцируя (15) по H , мы получим магнитоотрицательную восприимчивость

$$\chi_\lambda = \epsilon / H^3. \quad (16)$$

Это новое понятие определяет быстроту изменения магнитоотрицательности при изменении магнитного поля.

Первая попытка рассчитать магнитоотрицательность поликристаллического железа также на основе закона анизотропии Акулова была сделана Рюдигером и Шлехтвегом⁽⁴⁾. Эти авторы выполнили разложение магнитоотрицательности в ряд только до первой степени $1/H$ и в результате получили для ее описания выражение

$$\bar{\lambda} = -\frac{S}{3C_2} + \frac{1}{5} \left(\frac{S}{C_2} - \frac{P}{C_3} \right) - \frac{2^3}{3 \cdot 5 \cdot 7} \left(\frac{S}{C_2} - \frac{P}{C_3} \right) \frac{k}{I_s H}.$$

Из их расчетов следует, что магнитоотрицательность железа при приближении к насыщению должна линейно зависеть от $1/H$. Однако результаты экспериментов, приведенных в той же работе, дают, что магнитоотрицательность железа даже в сильных полях выражается кривой, а не прямой линией. Таким образом, результат их расчета не согласуется с данными эксперимента.

Теперь, после того как нами проделаны подробные расчеты магнитоотрицательности при приближении к насыщению, становится понятным расхождение теоретических расчетов немецких авторов с экспериментом. Даже в сильных полях решающую роль играет член, содержащий $1/H^2$, а для материалов с малой магнитоотрицательной бианизотропией, где $\lambda_{100} \cong \lambda_{111}$, член, содержащий поле $1/H$, вообще исчезает, и изменение магнитоотрицательности от поля полностью определяется членом; содержащим $1/H^2$.

Все наши расчеты относились к магнитоотрицательности. Однако, как выше уже указывалось, закон анизотропии, положенный в основу наших расчетов, применим и к другим четным эффектам, так что расчет гальваномагнитного или термомагнитного эффектов ничем не отличался бы от проведенного нами расчета магнитоотрицательности. Поэтому полученную нами формулу можно распространить и на все остальные четные эффекты.

Выводы

1. Из приведенных расчетов следует, что если известна константа магнитной энергетической естественной анизотропии, то по измерениям на поликристаллическом теле магнитоотрицательности насыщения и магнитоотрицательности при приближении к насыщению можно определить магнитоотрицательные константы монокристалла этого материала.

2. Зная экспериментальный ход магнитоотрицательности при приближении к насыщению, можно определить константу магнитной энергетической естественной анизотропии.

3. Полученный закон приближения к насыщению для магнитоотрицательности применим для расчета всех четных эффектов.

В заключение я хотел бы отметить большую помощь которую оказал мне проф. Н. С. Акулов при выполнении данной работы, за что я приношу ему мою искреннюю признательность.

Научно-исследовательский институт физики
Московского государственного университета
им. М. В. Ломоносова

Поступило
1 VI 1949

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ Н. Акулов, Zs. f. Phys., 52, 389 (1928). ² Н. Акулов, Zs. f. Phys., 59, 254 (1930). ³ Н. Акулов, Zs. f. Phys., 80, 693 (1933). ⁴ O. Rüdiger u. H. Schlechtweg, Ann. d. Phys., 39, 1 (1941).