Доклады Академии Наук СССР
1949. Том LXVIII, № 2

ФИЗИКА

А. З. ДОЛГИНОВ и С. В. ИЗМАЙЛОВ

О ВЕРОЯТНОСТИ ПРЕВРАЩЕНИЯ МЕЗОНОВ

(Представлено академиком А. Ф. Иоффе 4 VII 1949)

1. Экспериментально доказано существование процессов превращения заряженных мезонов, в результате которых возникают мезоны меньших масс ([1], [2]).

При превращении должны выполняться законы сохранения энергии, импульса, спина и заряда. Классифицировать превращения можно по числу вторичных частиц.

Распад на две частицы

а) Первичная частица (обозначим ее *1*) и одна из вторичных (*2*) имеют одинаковый спин и, следовательно, описываются волновыми уравнениями одинакового типа (с различными массами и, вообще говоря, зарядами). Тогда частицы (*1*) и (*2*) можно рассматривать как два состояния одной и той же частицы, а частицу (*3*), рождающуюся при переходе (*1*)→(*2*) и имеющую целый спин, трактовать как квантованное волновое поле.

Волновое уравнение для частицы (*1 — 2*) можно записать в форме

$$\{K + \beta(\tau_1\mu_1 + \tau_2\mu_2) + H'\}\psi = i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t}. \qquad (1)$$

Здесь $\psi = \begin{pmatrix}\psi_1\\ \psi_2\end{pmatrix}$; ψ_1 и ψ_2 — волновые функции частиц (*1*) и (*2*); K — оператор кинетической энергии; μ_2 и μ_2 — массы покоя частиц (*1*) и (*2*), выраженные в энергетических единицах; β — массовая матрица; H' — оператор взаимодействия частиц (*1*) и (*2*) с квантованным полем частицы (*3*), линейно зависящий от волновой функции ω этой последней:

$$H' = \tau_{12}D\omega + \tau_{21}(D\omega)^+, \qquad (2)$$

где D — некоторые операторы, действующие как на ω, так и на ψ; $^+$ обозначает переход к эрмитово-сопряженному выражению и, наконец,

$$\tau_1 = \begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}, \quad \tau_2 = \begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}, \quad \tau_{12} = \begin{pmatrix}0 & 1\\ 0 & 0\end{pmatrix}, \quad \tau_{21} = \begin{pmatrix}0 & 0\\ 1 & 0\end{pmatrix} \qquad (3)$$

суть „операторы частиц (*1*) и (*2*)“ и „операторы превращений“.

Если распадающаяся частица (*1*) перед распадом покоилась, то из законов сохранения энергии и импульса вытекают следующие выражения для энергий и импульсов частиц (*2*) и (*3*):

$$\mathbf{p}_2 + \mathbf{p}_3 = 0, \quad E_2 = \sqrt{p_2^2 + \mu_2^2}\,\frac{\mu_1^2 + \mu_2^2 - \mu_3^2}{2\mu_1}, \quad E_3 = \frac{\mu_1^2 - \mu_2^2 + \mu_3^2}{2\mu_1}. \qquad (4)$$

Если при распаде одна из вторичных частиц является нейтрино или фотоном, следует положить $\mu_2 = 0$ (или $\mu_3 = 0$).

По этой схеме способом теории возмущений можно рассматривать: 1) излучение нейтральных частиц с целым спином и любой массой, 2) излучение мезонов заряженными частицами.

б) Обращая случай а), можно рассматривать распад первичной частицы с целым спином на две вторичных с одинаковым спином.

Распад на несколько частиц

Если частица (*1*) превращается в частицу (*2*) с тем же спином, причем рождается несколько частиц (*3*), (*4*), ..., то волновое уравнение (1) сохраняет свою форму, но оператор взаимодействия (2) заменяется оператором типа

$$H' = \tau_{12}[(D_1\omega_1)(D_2\omega_2)\ldots] + \tau_{21}[(D_1\omega_1)(D_2\omega_2)\ldots]^+, \tag{5}$$

где $\omega_1, \omega_2, \ldots$ — волновые функции (или их эрмитово-сопряженные) частиц (*3*), (*4*) и т. д.

По этой схеме обычно рассматривается β-распад.

При процессах типа $(1) \to (2, 3, \ldots)$ вероятность превращения покоящейся частицы в единицу времени равна

$$W = \frac{2\pi}{\hbar}\frac{1}{2s+1} S_0 S |H'|^2 \rho, \tag{6}$$

где H' — матричный элемент энергии возмущения: $S_0 S$ обозначает суммирование по всем ориентациям спинов частиц (*1*) и (*2*); s — спин первичной частицы (*1*); ρ — число состояний на единичный интервал энергии конечных состояний. При вычислении матричного элемента волновые функции частиц берутся в форме плоских волн (борновское приближение). В случае распада нейтральной частицы на две заряженные плоские волны неприменимы и следует брать релятивистские функции кулонова поля для данного сорта частиц.

2. В случае распада мезона со спином $^1/_2$ на частицы со спином $^1/_2$ и 0 ($^1/_2 \to {}^1/_2$, 0) функции ψ_1 и ψ_2 суть биспиноры, ω — скаляр, а

$$D\omega = \left\{ g\beta - g_1 \frac{\hbar c}{\mu_3}\left(\vec{\alpha}\nabla + \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\right)\right\}\omega. \tag{7}$$

Это — наиболее общее выражение для четвертой составляющей 4-вектора, которое можно построить линейно из волновой функции ω скалярного поля. Здесь β и $\vec{\alpha}$ — матрицы Дирака, а g и g_1 — постоянные, характеризующие взаимодействие частицы (*1*—*2*) с полем ω и имеющие размерность заряда.

Квантованное скалярное поле ω берется в форме

$$\omega_p = \left(\frac{4\pi c^2}{V}\right)^{\frac{1}{2}} Q_p e^{i\left(\frac{p_3 r}{c\hbar} - \frac{E_3}{\hbar} t\right)},$$

где

$$Q_p = \left(\frac{\hbar^2}{3E_3}\right)^{\frac{1}{2}} (a_p + b_p^+), \tag{8}$$

a_p и b_p^+ — матрицы, известные из теории волновых полей [3], V — основной объем.

При вычислении суммы S_0S, стоящей в (6), применяется известный метод Казимира.

Окончательно вероятность процесса ($^1/_2 \to {}^1/_2$, 0) в единицу времени для покоящегося мезона равна

$$W = \frac{g^2}{c\hbar}\frac{p}{\hbar}\left(1+\frac{\mu_2}{E_2}\right)+\frac{g_1^2}{c\hbar}\frac{p}{\hbar}\left[\frac{E_3^2}{\mu_3^2}+\frac{p^2}{\mu_3^2}+2\frac{p^2 E_3}{\mu_3^2 E_2}+\frac{\mu_2}{E_2}\right], \qquad (9)$$

где p — импульс любой из вторичных частиц в энергетических единицах.

3. Распад заряженного мезона спина 1 на мезон спина 0 и фотон или нейтретто рассматривается с помощью формализма Кеммера ([4]). В этом случае ψ_1 и ψ_2 — десятикомпонентные функции и

$$K = \mathbf{A}\cdot\mathbf{p}, \quad D\omega = \left\{g\beta_4 - g_1\frac{\hbar c}{\mu_3}\left(\mathrm{A}\nabla + \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\right)\right\}\omega, \qquad (10)$$

где $\mathbf{A}$ — матричный 3-вектор скорости с компонентами $A_k = \frac{1}{i}(\beta_k\beta_4 - \beta_4\beta_k)$, β_k и β_4 — десятирядные матрицы Кеммера. Функция ω берется в форме (8). Как показал Кеммер, суммирование по всем направлениям спина мезона (*2*) после перехода и усреднение по всем направлениям спина в начальном состоянии (*1*) можно заменить суммированием по всем направлениям спина и обоим знакам заряда мезона, если ввести операторы $\varepsilon_- = \frac{K+\beta_4\mu+|E|}{2|E|}$ и $\varepsilon_+ = \frac{K+\beta_4\mu-|E|}{2|E|}$, уничтожающие состояния с отрицательным и, соответственно, положительным зарядом. Поэтому ($s=1$)

$$\frac{1}{3}S_0S|H'|^2 = \frac{1}{12E_1E_2}S_{pur}L^+(K_1+\beta_4\mu_1+|E_1|)L(K_2+\beta_4\mu_2+|E_2|),$$

если рассматривается распад положительного мезона. Здесь $L = D\omega$. Окончательное выражение для вероятности распада покоящегося заряженного мезона спина 1 на мезон спина 0 и нейтральную частицу имеет вид

$$W = \frac{g^2}{c\hbar}\frac{p}{\hbar}\left(1+\frac{\mu_2}{E_2}\right)+\frac{g_1^2}{c\hbar}\frac{p}{\hbar}\frac{E_2}{\mu_3}\left(\frac{\mu_2E_3}{\mu_3E_2}+\frac{5}{3}\frac{E_3}{\mu_3}+\frac{p^2}{\mu_3E_3}+2\frac{p^2}{\mu_3E_2}\right), \qquad (11)$$

где p — импульс одной из вторичных частиц. При этом E_2 и E_3 определяются формулами (4).

Если при распаде заряженного мезона со спином 1 вылетает не нейтретто, а фотон, то следует положить $\mu_2 = 0$.

4. Рассматривая распад мезона спина 0 на мезон спина 0 и нейтретто спина 0, надо воспользоваться пятирядными матрицами Кеммера. В этом случае вероятность распада в единицу времени равна

$$W = \frac{g^2}{c\hbar}\frac{p}{\hbar}\left(1+\frac{\mu_2}{E_2}\right)+\frac{g_1^2}{c\hbar}\frac{p}{\hbar}\frac{E_2}{\mu_3}\left(\frac{\mu_2E_3}{\mu_3E_2}+\frac{5}{2}\frac{E_3}{\mu_3}+\frac{p^2}{\mu_3E}+2\frac{p^2}{\mu_3E_2}\right). \qquad (12)$$

Таким образом, отличие от случая ($1\to 1, 0$) заключается лишь в изменении коэффициента при E_3/μ_3.

Ленинградский физико-технический институт
Академии наук СССР
и Педагогический институт им. А. И. Герцена

Поступило
29 VI 1949

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] C. M. G. Lattes, G. P. S. Occhialini and C. F. Powell, Nature, **159** 453, 694 (1947). [2] G. D. Rochester and C. C. Butler, Nature, **160**, 855 (1947) [3] Г. Вентцель, Введение в квантовую теорию волновых полей, 1947. [4] N. Kemmer, Proc. Roy. Soc., A, **173**, 91 (1939).