Доклады Академии Наук СССР
1949. Том LXVII, № 3

АСТРОНОМИЯ

Л. М. БИБЕРМАН

ОБ УРАВНЕНИЯХ ПЕРЕНОСА ИЗЛУЧЕНИЯ В ЗВЕЗДНЫХ АТМОСФЕРАХ

(Представлено академиком С. И Вавиловым 14 V 1949)

При решении задач, связанных с переносом излучения, обычно исходят из интегро-дифференциального или из интегрального уравнений (1). Первое дает возможность непосредственного определения интенсивности излучения частоты ν, идущей в направлении θ. Второе обычно пишется относительно плотности излучения частоты ν в данной точке.

При составлении этих уравнений полагают, что фотон диффундирует сквозь газовую оболочку, окружающую звезду, со строго неизменной частотой. Таким образом, прохождение излучения сквозь звездную атмосферу рассматривается как суперпозиция процессов переноса, в которых независимо друг от друга принимают участие частицы с отличающимися свойствами.

Допущение взаимной независимости этих процессов диффузии физически не обосновано и в действительности не выполняется, в особенности для фотонов, частоты которых соответствуют какой-либо спектральной линии. Это обстоятельство легко показать, рассматривая допплеровское уширение. Поскольку компоненты скорости атома в направлении движения поглощенного и испущенного фотонов не совпадают, то и частоты этих фотонов должны отличаться на величину порядка ширины спектральной линии. Это небольшое различие оказывается весьма существенным вследствие резкого изменения коэффициентов поглощения и излучения в пределах спектральной линии.

Ранее нами была развита теория диффузии резонансного излучения, которая отличалась учетом изменения частоты в процессе поглощения и испускания (2). Результаты теории хорошо совпали с прямыми экспериментами по измерению прозрачности ртутных паров для резонансного излучения λ 2537 Å (3). Земанский (4), решая ту же задачу в предположении взаимной независимости процессов диффузии фотонов различных частот, получил явное расхождение с опытными данными. Эти обстоятельства позволяют считать, что и в условиях звездных атмосфер следует учитывать изменение частоты фотонов и рассматривать перенос излучения различных частот как единый процесс.

Необходимость учета некогерентного рассеяния в условиях звездных атмосфер отметил Шпитцер (6). Однако его работа носит чисто качественный характер. В более поздних работах (7) пользуются обычным уравнением монохроматического лучевого равновесия, которое не учитывает некогерентности процессов рассеяния.

В настоящем сообщении выводятся интегро-дифференциальное уравнение для интенсивности излучения частоты ν как функции координат и направления и интегральное уравнение для концентрации возбужденных атомов. Оба уравнения получены с учетом отмеченных выше процессов изменения частоты.

Звездную атмосферу будем рассматривать как ограниченную двумя параллельными плоскостями. Нетрудно видеть, что уравнения, выведенные ниже, легко обобщить на случай протяженных атмосфер. Пусть частота ν связана с переходом с уровня 2 на уровень 1. Интенсивность излучения частоты $\nu = I_\nu(x, \theta)$ будет функцией угла θ и координаты x, измеренной вдоль оси, перпендикулярной ограничивающим плоскостям.

$I_\nu(\theta, x)$ определится следующим уравнением:

$$\cos\theta \frac{\partial I_\nu(x,\theta)}{\partial x} = -k_\nu I_\nu(x,\theta) + \frac{1}{4\pi}\varepsilon_\nu A_{2-1} n_2(x), \tag{1}$$

где k_ν — коэффициент поглощения частоты ν; ε_ν — вероятность испускания частоты ν, нормированная к единице; A_{2-1} — вероятность спонтанного перехода с уровня 2 на 1; $n_2(x)$ — концентрация атомов на уровне 2.

Таким образом, слагаемые правой части учитывают ослабление луча вследствие поглощения и усиление за счет спонтанного испускания. Вынужденное испускание может быть легко учтено, но приводит к нелинейному уравнению.

Концентрация атомов на уровне 2 определится условием стационарности

$$n_2(x)[A_{2-1} + p(x)] = \int_0^\infty \int_{\Omega'} I_\nu(x, \theta') k_\nu d\nu\, d\Omega' + Q(x), \tag{2}$$

где $p(x)$ учитывает переходы с уровня 2, не связанные с испусканием частот, принадлежащих рассматриваемой спектральной линии, а $Q(x)$ дает число переходов на уровень 2, происходящих без поглощения тех же частот. Интегрирование ведется по всем телесным углам и по всем частотам. Подставляя (2) в (1), получим:

$$\cos\theta \frac{\partial I_\nu(x,\theta)}{\partial x} = k_\nu I_\nu(x,\theta) + \\ + \frac{\lambda\varepsilon_\nu}{2}\int_0^\infty\int_0^\pi I_\nu(x,\theta') k_\nu \sin\theta'\, d\theta' d\nu + \frac{\lambda\varepsilon_\nu}{4\pi} Q(x), \tag{3}$$

где

$$\lambda = \frac{1}{1 + p(x)/A_{2-1}}. \tag{4}$$

Уравнение (3) отличается от обычного интегрированием по частоте, выполненном во втором члене правой части, что и является математическим выражением учета изменения частоты в процессе поглощения и последующего испускания.

Уравнение (3) составлено в предположении, что для частот, соответствующих спектральной линии, прочими причинами поглощения и рассеяния можно пренебречь. В тех случаях, когда это допущение не соблюдается, соответствующие процессы можно учесть обычным способом.

Интегральное уравнение переноса излучения обычно пишется для плотности излучения. Нам кажется, что для частот, соответствующих спектральной линии, его удобнее писать относительно концентрации атомов на верхнем уровне. Имея выражение для концентрации возбужденных атомов, легко получить и число фотонов, летящих в данном направлении. Эта величина выразится так:

$$I_\nu(x, \theta) = \int_x^l \frac{n_2(\xi) A_{2-1}}{\cos\theta} \varepsilon_\nu e^{-k_\nu(\xi - x)/\cos\theta} d\xi \tag{5}$$

для $\pi/2 < \theta < \pi$ и

$$I_\nu(x, \theta) = \int_0^x \frac{n_2(\xi) A_{2-1}}{\cos\theta} \varepsilon_\nu e^{-k_\nu(x - \xi)/\cos\theta} d\xi \tag{5'}$$

для $0 < \theta < \pi/2$.

В (5) и (5′) ξ — текущая координата при интегрировании измерения по оси x.

Подставляя (5) и (5′) в (2), получим:

$$n_2(x) = \lambda \int_0^l n_2(\xi) K(|\xi - x|) d\xi + \lambda A_{2-1} Q(x), \tag{6}$$

где ядро $K(|\xi - x|)$ равно:

$$K(|\xi - x|) = \frac{1}{2} \int_1^\infty \int_0^\infty \varepsilon_\nu k_\nu e^{-k_\nu |\xi - x| u} d\nu\, du, \tag{7}$$

причем $u = 1/\cos\theta$.

Если учесть особенности диффузии излучения ([2]) и поток фотонов не выражать через градиент концентрации, а воспользоваться выведенным там же интегральным выражением, то уравнение (6) может быть получено из обычного уравнения непрерывности.

Нам кажется, что учет отмеченных выше процессов с помощью уравнения (3) или (6) должен быть особенно существенен в вопросах, связанных с формой звездных спектральных линий.

В теории переноса излучения в расширяющихся туманностях учитывается отличие частот фотонов, связанное с градиентом направленной скорости ([5]). Возможно, что и в этом случае подход к задаче, аналогичный предложенному выше, приведет к новым существенным результатам.

Автор выражает глубокую благодарность проф. В. А. Фабриканту за интерес к работе и ценные дискуссии.

Московский энергетический институт
им. В. М. Молотова

Поступило
13 V 1949

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] См. напр. В. Амбарцумиан, Теоретическая астрофизика, 1939; серия работ Chandrasekhar, Ap. J., 1944—1948. [2] Л. Биберман, ДАН, **27**, 920 (1940); ЖЭТФ, **17**, 416 (1947). [3] Л. Биберман и И. Гуревич, ЖЭТФ, **19**, № 6 (1949). [4] M. Zemansky, Phys. Rev., **40**, 936 (1930). [5] В. Соболев, Астр. журн., **22**, 143 (1944). [6] L. Spitzer, Ap. J., **99**, 1 (1944). [7] S. Chandrasekhar, Ap. J., **106**, 145 (1947); A. Underhill, Ap. J., **107**, 247 (1948).