

К. К. ШАЛЬНЕВ

**О ГИДРОМЕХАНИЧЕСКОМ ДАВЛЕНИИ НА ВРАЩАЮЩЕЙСЯ
ЛОПАСТИ В СВЯЗИ С РАСЧЕТОМ КАВИТАЦИИ**

(Представлено академиком Л. С. Лейбензоном 23 V 1949)

Критическое значение коэффициента кавитации турбины или насоса пропеллерного типа $\sigma = (H_a - H_c - H_n) / H$ связано с критическим значением коэффициента кавитации профиля лопасти этих гидромашин $\lambda_{np} = (p_1 - p_n) / q_1$ формулой

$$\sigma = c_1^2 / 2gH + \psi + \lambda_{np} \omega_1^2 / 2gH. \quad (1)$$

Можно показать, что связь σ с критическим значением коэффициента щелевой ⁽¹⁾ кавитации $\lambda_{щ} = (p_{н, в} - p_n) / q_{щ}$ будет выражена в виде:

$$\sigma = c_1^2 / 2gH + \psi + [\lambda_{щ} \varphi^2 (\bar{p}_{н, в} - \bar{p}_{в, н}) - p_{в, н}] \omega_1^2 / 2gH. \quad (2)$$

В формулах (1) и (2) обозначено: $\psi = -\eta_g - \rho_{от}$ для турбины; $\psi = \rho_{от}$ для насосов; $\bar{p}_{н, в} = (p_{н, в} - p_1) / q_1$; $q_{1, щ} = \rho \omega_{1, щ}^2 / 2$; η_g — гидравлический кнд; H — напор; H_a — атмосферное давление; H_n, p_n — давление паров воды; $\rho_{от}$ — потеря напора во всасывающей трубе; c_1 и ω_1 — абсолютная и относительная скорости при входе в рабочее колесо; $\omega_{щ}$ — относительная скорость в щели; $p_{н, в}$ — давление на нижней, верхней поверхности профиля лопасти; φ — коэффициент скорости истечения из щели; g — ускорение силы тяжести; ρ — плотность жидкости.

Для подсчета коэффициента кавитации по формуле (1) рекомендуется ⁽²⁾ пользоваться $\lambda_{np} = -\bar{p}_{мин}$, получаемыми из продувок неподвижного крыла в плоской решетке. При этом, очевидно, предполагается, что распределение давления на профиле вращающейся лопасти тождественно распределению давления на профиле неподвижного крыла при одних и тех же параметрах профиля и решетки, т. е. пренебрегается влиянием на распределение давления на лопасти кориолисовой и центробежных сил инерции. А. Граврокас ⁽³⁾ учитывает влияние кориолисовой силы инерции и центробежной силы инерции от переносного ускорения по средней скорости ω_1 .

Определим степень влияния кориолисовой и центробежных сил инерции на гидромеханическое давление в любой точке профиля лопасти и на результаты расчета опасности кавитации гидромашин пропеллерного типа. Возьмем элементарную струйку относительного течения через колесо между двумя цилиндрическими соосными колесу поверхностями, расположенными на расстоянии dR друг от друга. Высота струйки dr , расстояние центра тяжести ее нормального сечения от оси колеса равно R . Кривизна струйки обусловлена кривизной обтекаемой ею поверхности лопасти и тем, что частицы жидкости

движутся по цилиндрическим винтовым линиям. Радиус кривизны оси струйки в плоскости развертки цилиндрической поверхности будет r . Радиус кривизны оси струйки, как цилиндрической винтовой линии, найдем в предположении, что на протяжении длины струйки dl винтовая линия имеет постоянный угол подъема β , равный для струйки, пограничной поверхности лопасти, углу между касательной к элементу длины профиля и направлением окружной скорости колеса. При указанных условиях радиус кривизны оси струйки $R' = R \cos^2 \beta$. Объем струйки при длине ее $dl = w dt$, где w — средняя скорость в сечении струйки и dt — элемент времени, равен $dV = dR dr dl$ и масса струйки равна $dm = \rho dR dr dl$.

Силы, действующие на струйку, как на элементарный параллелепипед, будут (4): 1) вес струйки $G = dm g$; 2) сила инерции от тангенциального ускорения $Q_1 = -dm dw/dt$; 3) сила инерции от нормального ускорения в направлении нормали к поверхности лопасти $Q_2 = -dm w^2/r$; 4) сила инерции от нормального ускорения по нормали к винтовой линии $Q_3 = -dm w^2 \cos^2 \beta / R$; 5) сила инерции от переносного ускорения $Q_4 = -dm \omega^2 R$, где ω — угловая скорость колеса; 6) сила инерции от поворотного ускорения, кориолисова сила инерции, $Q_5 = -dm 2\omega w \cos \beta$; 7) разность гидромеханических давлений на грани струйки, нормальные продольной оси струйки, от силы Q_1 , или $P_1 = -dp' dR dr$; 8) разность гидромеханических давлений на грани струйки между цилиндрическими поверхностями от действия силы Q_2 , или $P_2 = dp'' dR dl$; 9) разность гидромеханических давлений на цилиндрические грани струйки от действия силы Q_3 , или $P_3 = dp''' dr dl$, от действия силы Q_4 , или $P_4 = dp^{IV} dr dl$, и от действия силы Q_5 , или $P_5 = dp^V dr dl$; 10) сопротивление трения, принимаемое равным нулю. По условию равновесия сумма проекций сил на продольную ось струйки

$$G \cos \beta + Q_1 + P_1 = 0. \quad (3)$$

Между тем, сумма проекций сил на плоскость, нормальную продольной оси струйки, равна

$$Q_2 + P_2 = 0, \quad (4)$$

$$Q_3 + Q_4 - Q_5 + P_3 + P_4 - P_5 = 0, \quad (5)$$

так как эти силы расположены в плоскости нормального сечения струйки и силы Q_4 и Q_5 направлены в противоположные стороны. После подстановки развернутых выражений для сил Q и давлений P в формулы (3)—(5) (пренебрегая при этом весом струйки G) и сокращений получаем:

$$dp' = -\rho w dw, \quad (6)$$

$$dp'' = \rho w^2 dr / r, \quad (7)$$

$$dp''' + dp^{IV} - dp^V = \rho w^2 \cos^2 \beta dR/R + \rho \omega^2 R dR - \rho 2\omega w \cos \beta dR. \quad (8)$$

Интегрирование (6) от точки M_1 перед колесом до точки M вблизи поверхности лопасти дает уравнение энергии, из которого находим давление на профиле лопасти в виде коэффициента давления $\bar{p}' = (p' - p_1) / q_1 = 1 - w^2 / w_1^2$, тождественное таковому для профиля неподвижного крыла.

Результат интегрирования (7), записанный в виде $p_2'' - p_1'' = \rho \int_{r_1}^{r_2} w^2 dr / r$, показывает, что изменение давления в струйке

вследствие кривизны поверхности профиля лопасти, так же как и изменение давления от изменения скорости вдоль струйки, тождественны с таковыми для профиля неподвижного крыла.

В дальнейших выводах формул будем пользоваться следующими условиями, вытекающими из практических данных о конструкции и работе некоторых турбин и насосов: 1) профили лопасти вблизи ее торца представляют профили тонкой, слабо изогнутой пластинки; 2) скорость c_1 параллельна оси колеса; 3) угол установки профиля лопасти (угол между хордой профиля и окружной скоростью колеса) равен углу подъема винтовой линии — оси струйки, пограничной с поверхностью лопасти; 4) зависимость $w \cos \beta$ от радиуса R выражается в виде $w \cos \beta = v\omega(R - R_a)$ или в виде $w \cos \beta = \kappa\omega R$, где v и κ — постоянные, $R_1 > R_a > 0$, R_1 — радиус внешней окружности колеса.

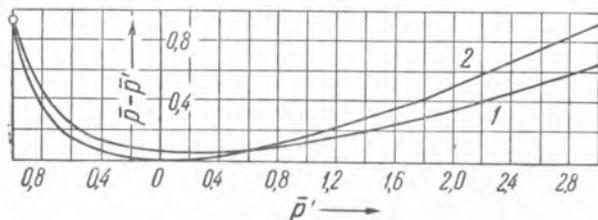


Рис 1. $\bar{p} - \bar{p}' = f(\bar{p}')$, где $\bar{p}' = 0 \div 1,0$ и $p' = 0 \div -3,0$

На основании этих условий полное гидромеханическое давление в струйке, пограничной с поверхностью лопасти, будет $p = p' + p''' + p^{IV} - p^V$, где сумма $p''' + p^{IV} - p^V$ найдется интегрированием (8):

$$p''' + p^{IV} - p^V = \left[v^2 \left(1 - 4 \frac{R_a}{R} + 2 \frac{R_a^2}{R^2} \ln R \right) - 2v \left(1 - 2 \frac{R_a}{R} \right) + 1 \right] \rho u^2 / 2 + [v^2 (3 - 2 \ln R_a) - 2v] \rho u_a^2 / 2,$$

так как постоянные интегрирования c_3 и c_5 определяются из условия, что при $R = R_a$ имеет место $Q_{3,5} = P_{3,5} = 0$, а $c_4 = 0$ из условия, что при $R = 0$ имеет место $Q_4 = P_4 = 0$. При этом $u = \omega R$.

Полное давление в струйке или на поверхности лопасти выразим в виде коэффициента давления:

$$\bar{p} = \bar{p}' + \left[v^2 \left(1 - 4 \frac{R_a}{R} + 2 \frac{R_a^2}{R^2} \ln R \right) - 2v \left(1 - 2 \frac{R_a}{R} \right) + 1 \right] u^2 / \omega_1^2 + [v^2 (3 - 2 \ln R_a) - 2v] u_a^2 / \omega_1^2. \quad (9)$$

При втором варианте зависимости $w \cos \beta = \kappa\omega R$ полное давление на лопасти

$$\bar{p} = \bar{p}' + (1 - \kappa)^2 u^2 / \omega_1^2, \quad (10)$$

так как в этом случае постоянные интегрирования, определенные из условия, что при $R = 0$ имеет место $Q_{3-5} = P_{3-5} = 0$, равны $c_{3-5} = 0$.

В особой точке профиля лопасти давление при всех вариантах $w \cos \beta = f(R)$ будет $\bar{p} = 1 + u^2 / \omega_1^2$.

Степень влияния сил Q_{3-5} на давление на лопасти тогда можно будет оценить с помощью $\bar{p} - \bar{p}'$. Приведем типичные результаты вычисления $\bar{p} - \bar{p}' = f(\bar{p}')$ для насоса по формуле (9) (рис. 1, кривая 1), по формуле (10) (рис. 1, кривая 2) и вычисления σ / σ_k по формулам (1), (2), где σ — без учета сил Q_{3-5} и σ_k — с их учетом (см. табл. 1). На том же рисунке кружком нанесено опытное

значение $\bar{p} - \bar{p}'$ в особой точке торцевого профиля лопасти насоса, полученное методом осциллографирования давления на стенках камеры рабочего колеса насоса.

Таблица 1

По формуле	(1)					(2)
	\bar{p}'	-0,5	-1,0	-1,5	-2,0	-3,0
σ/σ_k	1,10	1,17	1,24	1,32	1,44	0,73

Качественная оценка опытов М. А. Каспарова⁽⁵⁾ показывает, что при сравнении результатов опытов с теорией следует учитывать замедление скорости в областях отжима струек от поверхности лопасти по сравнению с той, которая получается вычислением по измеренному \bar{p}' .

Выводы

1. В противоположность распространенному мнению^(2, 5), из вышеизложенного следует, что распределение давления вдоль профиля вращающейся лопасти не тождественно распределению давления вдоль профиля неподвижного крыла вследствие влияния сил Q_{3-5} и степень их влияния неодинакова для различных точек лопасти. Если пренебрежение силами Q_{3-5} при расчете σ по (1) при малых отрицательных \bar{p}' допустимо, то при больших отрицательных \bar{p}' такое пренебрежение приводит к повышенному значению σ .

2. Влияние сил Q_{3-5} на давление в особой точке профиля лопасти сводится к действию только силы Q_4 и сказывается всегда в значительном увеличении \bar{p}' . Пренебрежение силой Q_4 приводит при расчетах σ по (2) к недооценке опасности щелевой кавитации.

3. Степень влияния сил Q_{3-5} может зависеть для некоторых гидромашин от их размеров, вследствие чего развитие кавитации в гидромашине и в геометрически ей подобной модели должно происходить неодинаково; это различие в развитии кавитации особенно заметно проявится при больших отрицательных \bar{p}' .

Поступило
28 II 1949

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ М. В. Малышев, Свирьстрой, в. 11 (1937). ² А. Тенот, Phénomènes de la Cavitation, Paris, 1934. ³ А. Граврогкас, Аналитический метод расчета реактивных водяных турбин, Каунас, 1945. ⁴ Н. Е. Жуковский, Аналитическая механика, 1939. ⁵ М. А. Каспаров, Котлотурбиностроение, № 6 (1948).