

К. К. ШАЛЬНЕВ

## О ГИДРОМЕХАНИЧЕСКОМ ДАВЛЕНИИ НА ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ЛОПАСТИ В СВЯЗИ С РАСЧЕТОМ КАВИТАЦИИ

(Представлено академиком Л. С. Лейбензоном 23 V 1949)

Критическое значение коэффициента кавитации турбины или насоса пропеллерного типа  $\sigma = (H_a - H_c - H_n) / H$  связано с критическим значением коэффициента кавитации профиля лопасти этих гидромашин  $\lambda_{np} = (p_1 - p_n) / q_1$  формулой

$$\sigma = c_1^2 / 2gH + \psi + \lambda_{np} \omega_1^2 / 2gH. \quad (1)$$

Можно показать, что связь  $\sigma$  с критическим значением коэффициента щелевой <sup>(1)</sup> кавитации  $\lambda_{щ} = (p_{н, в} - p_n) / q_{щ}$  будет выражена в виде:

$$\sigma = c_1^2 / 2gH + \psi + [\lambda_{щ} \varphi^2 (\bar{p}_{н, в} - \bar{p}_{в, н}) - p_{в, н}] \omega_1^2 / 2gH. \quad (2)$$

В формулах (1) и (2) обозначено:  $\psi = -\eta_g - \rho_{от}$  для турбины;  $\psi = \rho_{от}$  для насосов;  $\bar{p}_{н, в} = (p_{н, в} - p_1) / q_1$ ;  $q_{1, щ} = \rho \omega_{1, щ}^2 / 2$ ;  $\eta_g$  — гидравлический кнд;  $H$  — напор;  $H_a$  — атмосферное давление;  $H_n, p_n$  — давление паров воды;  $\rho_{от}$  — потеря напора во всасывающей трубе;  $c_1$  и  $\omega_1$  — абсолютная и относительная скорости при входе в рабочее колесо;  $\omega_{щ}$  — относительная скорость в щели;  $p_{н, в}$  — давление на нижней, верхней поверхности профиля лопасти;  $\varphi$  — коэффициент скорости истечения из щели;  $g$  — ускорение силы тяжести;  $\rho$  — плотность жидкости.

Для подсчета коэффициента кавитации по формуле (1) рекомендуется <sup>(2)</sup> пользоваться  $\lambda_{np} = -\bar{p}_{мин}$ , получаемыми из продувок неподвижного крыла в плоской решетке. При этом, очевидно, предполагается, что распределение давления на профиле вращающейся лопасти тождественно распределению давления на профиле неподвижного крыла при одних и тех же параметрах профиля и решетки, т. е. пренебрегается влиянием на распределение давления на лопасти кориолисовой и центробежных сил инерции. А. Граврокас <sup>(3)</sup> учитывает влияние кориолисовой силы инерции и центробежной силы инерции от переносного ускорения по средней скорости  $\omega_1$ .

Определим степень влияния кориолисовой и центробежных сил инерции на гидромеханическое давление в любой точке профиля лопасти и на результаты расчета опасности кавитации гидромашин пропеллерного типа. Возьмем элементарную струйку относительного течения через колесо между двумя цилиндрическими соосными колесу поверхностями, расположенными на расстоянии  $dR$  друг от друга. Высота струйки  $dr$ , расстояние центра тяжести ее нормального сечения от оси колеса равно  $R$ . Кривизна струйки обусловлена кривизной обтекаемой ею поверхности лопасти и тем, что частицы жидкости

движутся по цилиндрическим винтовым линиям. Радиус кривизны оси струйки в плоскости развертки цилиндрической поверхности будет  $r$ . Радиус кривизны оси струйки, как цилиндрической винтовой линии, найдем в предположении, что на протяжении длины струйки  $dl$  винтовая линия имеет постоянный угол подъема  $\beta$ , равный для струйки, пограничной поверхности лопасти, углу между касательной к элементу длины профиля и направлением окружной скорости колеса. При указанных условиях радиус кривизны оси струйки  $R' = R \cos^2 \beta$ . Объем струйки при длине ее  $dl = w dt$ , где  $w$  — средняя скорость в сечении струйки и  $dt$  — элемент времени, равен  $dV = dR dr dl$  и масса струйки равна  $dm = \rho dR dr dl$ .

Силы, действующие на струйку, как на элементарный параллелепипед, будут (4): 1) вес струйки  $G = dm g$ ; 2) сила инерции от тангенциального ускорения  $Q_1 = -dm dw/dt$ ; 3) сила инерции от нормального ускорения в направлении нормали к поверхности лопасти  $Q_2 = -dm \omega^2 / r$ ; 4) сила инерции от нормального ускорения по нормали к винтовой линии  $Q_3 = -dm \omega^2 \cos^2 \beta / R$ ; 5) сила инерции от переносного ускорения  $Q_4 = -dm \omega^2 R$ , где  $\omega$  — угловая скорость колеса; 6) сила инерции от поворотного ускорения, кориолисова сила инерции,  $Q_5 = -dm 2\omega w \cos \beta$ ; 7) разность гидромеханических давлений на грани струйки, нормальные продольной оси струйки, от силы  $Q_1$ , или  $P_1 = -dp' dR dr$ ; 8) разность гидромеханических давлений на грани струйки между цилиндрическими поверхностями от действия силы  $Q_2$ , или  $P_2 = dp'' dR dl$ ; 9) разность гидромеханических давлений на цилиндрические грани струйки от действия силы  $Q_3$ , или  $P_3 = dp''' dr dl$ , от действия силы  $Q_4$ , или  $P_4 = dp^{IV} dr dl$ , и от действия силы  $Q_5$ , или  $P_5 = dp^V dr dl$ ; 10) сопротивление трения, принимаемое равным нулю. По условию равновесия сумма проекций сил на продольную ось струйки

$$G \cos \beta + Q_1 + P_1 = 0. \quad (3)$$

Между тем, сумма проекций сил на плоскость, нормальную продольной оси струйки, равна

$$Q_2 + P_2 = 0, \quad (4)$$

$$Q_3 + Q_4 - Q_5 + P_3 + P_4 - P_5 = 0, \quad (5)$$

так как эти силы расположены в плоскости нормального сечения струйки и силы  $Q_4$  и  $Q_5$  направлены в противоположные стороны. После подстановки развернутых выражений для сил  $Q$  и давлений  $P$  в формулы (3)—(5) (пренебрегая при этом весом струйки  $G$ ) и сокращений получаем:

$$dp' = -\rho w dw, \quad (6)$$

$$dp'' = \rho w^2 dr / r, \quad (7)$$

$$dp''' + dp^{IV} - dp^V = \rho w^2 \cos^2 \beta dR/R + \rho \omega^2 R dR - \rho 2\omega w \cos \beta dR. \quad (8)$$

Интегрирование (6) от точки  $M_1$  перед колесом до точки  $M$  вблизи поверхности лопасти дает уравнение энергии, из которого находим давление на профиле лопасти в виде коэффициента давления  $\bar{p}' = (p' - p_1) / q_1 = 1 - w^2 / w_1^2$ , тождественное таковому для профиля неподвижного крыла.

Результат интегрирования (7), записанный в виде  $p_2'' - p_1'' = \rho \int_{r_1}^{r_2} w^2 dr / r$ , показывает, что изменение давления в струйке

вследствие кривизны поверхности профиля лопасти, так же как и изменение давления от изменения скорости вдоль струйки, тождественны с таковыми для профиля неподвижного крыла.

В дальнейших выводах формул будем пользоваться следующими условиями, вытекающими из практических данных о конструкции и работе некоторых турбин и насосов: 1) профили лопасти вблизи ее торца представляют профили тонкой, слабо изогнутой пластинки; 2) скорость  $c_1$  параллельна оси колеса; 3) угол установки профиля лопасти (угол между хордой профиля и окружной скоростью колеса) равен углу подъема винтовой линии — оси струйки, пограничной с поверхностью лопасти; 4) зависимость  $w \cos \beta$  от радиуса  $R$  выражается в виде  $w \cos \beta = v\omega(R - R_a)$  или в виде  $w \cos \beta = \kappa\omega R$ , где  $v$  и  $\kappa$  — постоянные,  $R_1 > R_a > 0$ ,  $R_1$  — радиус внешней окружности колеса.

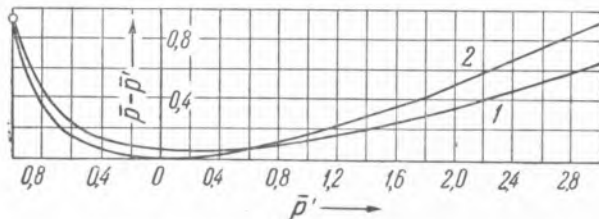


Рис 1.  $\bar{p} - \bar{p}' = f(\bar{p}')$ , где  $\bar{p}' = 0 \div 1,0$  и  $p' = 0 \div -3,0$

На основании этих условий полное гидромеханическое давление в струйке, пограничной с поверхностью лопасти, будет  $p = p' + p''' + p^{IV} - p^V$ , где сумма  $p''' + p^{IV} - p^V$  найдется интегрированием (8):

$$p''' + p^{IV} - p^V = \left[ v^2 \left( 1 - 4 \frac{R_a}{R} + 2 \frac{R_a^2}{R^2} \ln R \right) - 2v \left( 1 - 2 \frac{R_a}{R} \right) + 1 \right] \rho u^2 / 2 + [v^2 (3 - 2 \ln R_a) - 2v] \rho u_a^2 / 2,$$

так как постоянные интегрирования  $c_3$  и  $c_5$  определяются из условия, что при  $R = R_a$  имеет место  $Q_{3,5} = P_{3,5} = 0$ , а  $c_4 = 0$  из условия, что при  $R = 0$  имеет место  $Q_4 = P_4 = 0$ . При этом  $u = \omega R$ .

Полное давление в струйке или на поверхности лопасти выразим в виде коэффициента давления:

$$\bar{p} = \bar{p}' + \left[ v^2 \left( 1 - 4 \frac{R_a}{R} + 2 \frac{R_a^2}{R^2} \ln R \right) - 2v \left( 1 - 2 \frac{R_a}{R} \right) + 1 \right] u^2 / \omega_1^2 + [v^2 (3 - 2 \ln R_a) - 2v] u_a^2 / \omega_1^2. \quad (9)$$

При втором варианте зависимости  $w \cos \beta = \kappa\omega R$  полное давление на лопасти

$$\bar{p} = \bar{p}' + (1 - \kappa)^2 u^2 / \omega_1^2, \quad (10)$$

так как в этом случае постоянные интегрирования, определенные из условия, что при  $R = 0$  имеет место  $Q_{3-5} = P_{3-5} = 0$ , равны  $c_{3-5} = 0$ .

В особой точке профиля лопасти давление при всех вариантах  $w \cos \beta = f(R)$  будет  $\bar{p} = 1 + u^2 / \omega_1^2$ .

Степень влияния сил  $Q_{3-5}$  на давление на лопасти тогда можно будет оценить с помощью  $\bar{p} - \bar{p}'$ . Приведем типичные результаты вычисления  $\bar{p} - \bar{p}' = f(\bar{p}')$  для насоса по формуле (9) (рис. 1, кривая 1), по формуле (10) (рис. 1, кривая 2) и вычисления  $\sigma / \sigma_k$  по формулам (1), (2), где  $\sigma$  — без учета сил  $Q_{3-5}$  и  $\sigma_k$  — с их учетом (см. табл. 1). На том же рисунке кружком нанесено опытное

значение  $\bar{p} - \bar{p}'$  в особой точке торцевого профиля лопасти насоса, полученное методом осциллографирования давления на стенках камеры рабочего колеса насоса.

Таблица 1

По формуле	(1)					(2)
	$\bar{p}'$	-0,5	-1,0	-1,5	-2,0	-3,0
$\sigma/\sigma_k$	1,10	1,17	1,24	1,32	1,44	0,73

Качественная оценка опытов М. А. Каспарова<sup>(5)</sup> показывает, что при сравнении результатов опытов с теорией следует учитывать замедление скорости в областях отжима струек от поверхности лопасти по сравнению с той, которая получается вычислением по измеренному  $\bar{p}'$ .

### Выводы

1. В противоположность распространенному мнению<sup>(2, 5)</sup>, из вышеизложенного следует, что распределение давления вдоль профиля вращающейся лопасти не тождественно распределению давления вдоль профиля неподвижного крыла вследствие влияния сил  $Q_{3-5}$  и степень их влияния неодинакова для различных точек лопасти. Если пренебрежение силами  $Q_{3-5}$  при расчете  $\sigma$  по (1) при малых отрицательных  $\bar{p}'$  допустимо, то при больших отрицательных  $\bar{p}'$  такое пренебрежение приводит к повышенному значению  $\sigma$ .

2. Влияние сил  $Q_{3-5}$  на давление в особой точке профиля лопасти сводится к действию только силы  $Q_4$  и сказывается всегда в значительном увеличении  $\bar{p}'$ . Пренебрежение силой  $Q_4$  приводит при расчетах  $\sigma$  по (2) к недооценке опасности щелевой кавитации.

3. Степень влияния сил  $Q_{3-5}$  может зависеть для некоторых гидромашин от их размеров, вследствие чего развитие кавитации в гидромашине и в геометрически ей подобной модели должно происходить неодинаково; это различие в развитии кавитации особенно заметно проявится при больших отрицательных  $\bar{p}'$ .

Поступило  
28 II 1949

### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> М. В. Малышев, Свирьстрой, в. 11 (1937). <sup>2</sup> А. Тенот, Phénomènes de la Cavitation, Paris, 1934. <sup>3</sup> А. Граврогкас, Аналитический метод расчета реактивных водяных турбин, Каунас, 1945. <sup>4</sup> Н. Е. Жуковский, Аналитическая механика, 1939. <sup>5</sup> М. А. Каспаров, Котлотурбиностроение, № 6 (1948).