Доклады Академии Наук СССР
1949. Том LXVII, № 1

ТЕХНИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

Р. Г. МИРИМАНОВ

ДИФРАКЦИЯ СФЕРИЧЕСКОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ ОТ ТОНКОГО СФЕРИЧЕСКОГО СЕГМЕНТА

(Представлено академиком Б. А. Введенским 5 V 1949)

В работе ([1]) нами получено интегральное уравнение, которое может служить основой для общего и строгого решения задач отражения электромагнитных волн от тонких незамкнутых поверхностей конечной кривизны. В настоящей статье рассматривается случай применения этого уравнения к решению задачи дифракции сферической электромагнитной волны тонким сферическим сегментом.

Введем координатную систему, изображенную на рис. 1. Тонкий сферический сегмент радиуса R расположим так, чтобы центр сегмента совпал с началом координат. Источником сферической волны будем считать точечный электрический диполь, помещенный в центре сферического сегмента, размеры которого будем предполагать значительно превосходящими длину волны. Проводимость сегмента принимаем конечной. Тогда, на основании уравнения (17) статьи ([1]), скалярный потенциал $\varphi(r)$ в произвольной точке r пространства, окружающего сферический сегмент, будет определяться выражением:

$$\varphi(r) = \varphi_0(r) + \frac{h\varphi}{4\pi}\int\limits_S \Big\{ -k_a^2\cos\alpha\left(\frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_a}-1\right) - k_a^2\left(1-\frac{\varepsilon_a}{\varepsilon_b}\right) + \frac{\varepsilon_a}{\varepsilon_b}(k_b^2-k_a^2) + \frac{2ik_a}{R}\left(\frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_a}-1\right)\left(\frac{\varepsilon_a}{\varepsilon_b}-1\right)\Big\}\frac{\exp\left[ik_a\{|r-r'|+R\}\right]}{|r-r'|\,R}\,ds, \quad (1)$$

где α — угол между $r'-r$ и n'. Средняя кривизна поверхности G_{cp} равна $1/R$.

Соответственно принятой системе координат имеем:

$$\frac{e^{ik_a|r-r'|}}{|r-r'|} = \frac{\pi i}{2\sqrt{rr'}}\sum_{m=0}^{\infty}(2m+1)\,J_{m+\frac{1}{2}}(kr')\,H^{(1)}(kr)\,P_m\cos\gamma, \quad (2)$$

где

$$|r-r'| = \sqrt{r^2+r'^2-2rr'\cos\gamma}, \quad r'<r,$$

$$\cos\gamma = \cos\vartheta\cos\vartheta_0 + \sin\vartheta\sin\vartheta_0\cos(\varphi-\varphi_0), \quad (3)$$

$$P_m(\cos\gamma) = \sum_{m=0}^{n}\varepsilon_m\frac{(n-m)!}{(m+n)!}P_n^m(\cos\vartheta)\,P_n^m(\cos\vartheta_0)\cos(\varphi-\varphi_0)\,m.$$

Подставляя выражение (2) в (1), получим:

$$\varphi(r, \vartheta, \varphi) = \frac{1}{r}\sqrt{\frac{\pi}{2k}}\sum_{0}^{\infty}(2m+1)\,i^m\frac{1}{\sqrt{2}}J_{m+\frac{1}{2}}(kr) +$$

$$+\frac{h\varphi}{4\pi}\int_0^{\pi}\int_0^{2\pi}\left\{A\frac{\pi i}{2\sqrt{rr'}}\sum_{m=0}^{\infty}(2m+1)\,J_{m+\frac{1}{2}}(kr')\,H^{(1)}_{m+\frac{1}{2}}(kr)\,P_m\cos\gamma\right\}\times$$

$$\times R^2\sin\vartheta_0\,d\vartheta_0\,d\varphi_0. \tag{4}$$

Здесь

$$A=\left\{-k^2\cos\alpha\left(\frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_a}-1\right)-k_a^2\left(1-\frac{\varepsilon_a}{\varepsilon_b}\right)+\frac{\varepsilon_a}{\varepsilon_b}(k_b^2-k_a^2)+\right.$$

$$\left.+\frac{2ik_a}{R}\left(\frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_a}-1\right)\left(\frac{\varepsilon_a}{\varepsilon_b}-1\right)\frac{e^{ik_aR}}{R}.\right. \tag{5}$$

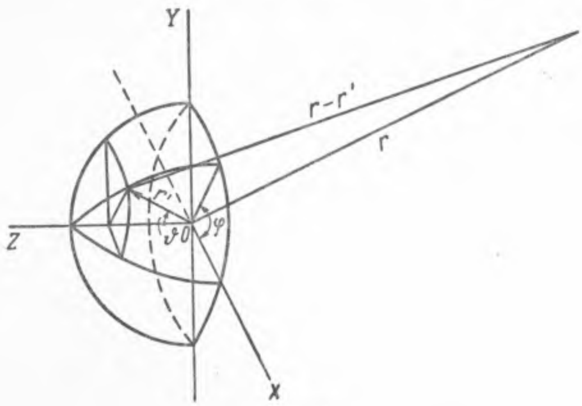

Рис. 1

По найденной скалярной функции $\varphi(r, \vartheta, \varphi)$ могут быть определены слагающие вектора напряженности электрического и магнитного полей рассматриваемой дифракционной задачи. При расположении диполя вдоль оси симметрии поверхности в случае волн электрического типа (типа E) эти компоненты определяются выражениями:

$$\begin{aligned} E_r &= k^2\Pi+\frac{\partial^2\Pi}{\partial r^2}, & H_r &= 0,\\ E_\vartheta &= \frac{1}{r}\frac{\partial^2\Pi}{\partial r\,\partial\vartheta}, & H_\vartheta &= i\frac{k}{r\sin\vartheta}\frac{\partial\Pi}{\partial\varphi}.\\ E_\varphi &= \frac{1}{r\sin\vartheta}\frac{\partial^2\Pi}{\partial r\,\partial\varphi}, & H_\varphi &= -i\frac{k}{r}\frac{\partial\Pi}{\partial\vartheta}, \end{aligned} \tag{6}$$

а в случае волн магнитного типа (типа H) выражениями:

$$\begin{aligned} E_r &= 0, & H_r &= -k^2\Pi-\frac{\partial^2\Pi}{\partial r^2},\\ E_\vartheta &= i\frac{k}{r\sin\vartheta}\frac{\partial\Pi}{\partial\varphi}, & H_\vartheta &= -\frac{1}{r}\frac{\partial^2\Pi}{\partial r\,\partial\vartheta},\\ E_\varphi &= -i\frac{k}{r}\frac{\partial\Pi}{\partial\vartheta}, & H_\varphi &= \frac{1}{r\sin\vartheta}\frac{\partial^2\Pi}{\partial r\,\partial\varphi}, \end{aligned} \tag{7}$$

где $\Pi(r)$ — интеграл выражения (4) по r.

Подставляя в уравнения (6) вместо $\Pi(r)$ его значение и производя дифференцирование, получим для волн типа E:

$$E_r = \int \frac{k^2\varphi}{r\sqrt{r}} \sum_0^\infty (2m+1) \left\{ \sqrt{\frac{\pi}{2k}}\, i^m J_{m+\frac{1}{2}}(kr) + \frac{h\varphi A i \pi R^2}{2\sqrt{r'}} \times \right.$$

$$\left. \times \frac{J_{m+\frac{1}{2}}(kr')\, H^{(1)}_{m+\frac{1}{2}}(kr)\, P_m(\cos\vartheta)}{\Gamma\left(1+\frac{m+1}{2}\right)\Gamma\left(1-\frac{m}{2}\right)\Gamma\left(\frac{m}{2}+1\right)\Gamma\left(\frac{1-m}{2}\right)} \right\} dr +$$

$$+ \int \sum_0^\infty (2m+1) \left\{ \sqrt{\frac{\pi}{2k}}\, i^m \frac{\partial^2}{\partial r^2} \left(\frac{1}{r\sqrt{r}} J_{m+\frac{1}{2}}(kr) + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{h\varphi A i \pi R^2}{2\sqrt{r'}} \frac{J_{m+\frac{1}{2}}(kr')\, P_m(\cos\vartheta)\, \frac{\partial^2}{\partial r^2} H^{(1)}_{m+\frac{1}{2}}(kr)}{\Gamma\left(1+\frac{m+1}{2}\right)\Gamma\left(1-\frac{m}{2}\right)\Gamma\left(\frac{m}{2}+1\right)\Gamma\left(\frac{1-m}{2}\right)} \right) \right\} dr; \quad (8)$$

$$E_\varphi = 0; \quad (9)$$

$$E_\vartheta = \frac{1}{r} \int \sum_{m=0}^\infty (2m+1) \frac{h\varphi A i \pi R^2}{2\sqrt{r'}} \times$$

$$\times \frac{J_{m+\frac{1}{2}}(kr')\, \frac{\partial}{\partial r} H^{(1)}_{m+\frac{1}{2}}(kr)\, \frac{\partial}{\partial\vartheta} P_m(\cos\vartheta)}{\Gamma\left(1+\frac{m+1}{2}\right)\Gamma\left(1-\frac{m}{2}\right)\Gamma\left(\frac{m}{2}+1\right)\Gamma\left(\frac{1-m}{2}\right)} dr; \quad (10)$$

$$H_r = 0; \quad (11)$$

$$H_\vartheta = 0; \quad (12)$$

$$H_\varphi = \frac{k}{r} \int \sum_{m=0}^\infty (2m+1) \frac{h\varphi A i \pi R^2}{2\sqrt{r'}} \times$$

$$\times \frac{J_{m+\frac{1}{2}}(kr')\, H^{(1)}_{m+\frac{1}{2}}(kr)\, \frac{\partial}{\partial\vartheta} P_m(\cos\vartheta)}{\Gamma\left(1+\frac{m+1}{2}\right)\Gamma\left(1-\frac{m}{2}\right)\Gamma\left(\frac{m}{2}+1\right)\Gamma\left(\frac{1-m}{2}\right)} dr. \quad (13)$$

Аналогичным способом могут быть получены выражения для случая волн типа H, а также для случая другого расположения диполя.

Автор считает своим приятным долгом выразить благодарность акад. Б. А. Введенскому и член.-корр. АН СССР А. Н. Тихонову за внимание при выполнении этой работы и просмотр рукописи.

Институт автоматики и телемеханики
Академии наук СССР

Поступило
2 IV 1949

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Р. Г. Мириманов, ДАН, **66**, № 4 (1949).